

Texto del estudiante

Matemática 6^o Básico

Lesly Maldonado Rodríguez
Carlos Castro Maldonado



 **SANTILLANA**

Edición especial para el
Ministerio de Educación
Prohibida su comercialización

Matemática

Texto del estudiante

6

Básico

Lesly Maldonado Rodríguez

Licenciada en Educación Matemática y Computación
Profesora de Matemática
Universidad de Santiago de Chile
Magíster en Educación con Mención en Informática Educativa
Universidad de Chile

Carlos Castro Maldonado

Licenciado en Matemática
Pontificia Universidad Católica de Chile

Este libro pertenece a

Nombre: _____

Curso: _____

Colegio: _____

El Texto del estudiante **Matemática 6° Básico** es una obra colectiva, creada y diseñada por el Departamento de Investigaciones Educativas de Editorial Santillana, bajo la dirección editorial de:

RODOLFO HIDALGO CAPRILE

Subdirección editorial:	Marisol Flores Prado
Coordinación Área Matemática:	Cristian Gúmera Valenzuela
Edición:	Dafne Vanjorek Suljgoi
Autoría:	Lesly Maldonado Rodríguez Carlos Castro Maldonado
Corrección de estilo:	Carolina Ardiles Bonavía Tiarella Moreira Muñoz Michel Ortiz Ruiz Rodrigo Olivares de la Barrera
Consultoría pedagógica:	Magdalena Martínez Segure
Solucionario:	Emilio Ampuero Gómez Manuel González Contreras
Documentación:	Cristian Bustos Chavarría
Subdirección de diseño:	María Verónica Román Soto
Diseño y diagramación:	Claudia Barraza Martínez
Ilustraciones:	Catherine Aedo Hughes Paula Gutiérrez Fischman Antonio Ahumada Mora Martín Oyarce Gallardo
Cubierta:	Miguel Bendito López
Producción:	Rosana Padilla Cencever

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del derecho de autor, bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución en ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo público.

La editorial ha hecho todo lo posible por conseguir los permisos correspondientes para las obras con derecho de autor que aparecen en el presente texto. Cualquier error u omisión será rectificado en futuras impresiones a medida que la información esté disponible.

© 2016, by Santillana del Pacífico S. A. de Ediciones.

Avda. Andrés Bello 2299, piso 10, Providencia, Santiago (Chile).

PRINTED IN CHILE. Impreso en Chile por RR Donnelley Chile.

ISBN: 978-956-15-3033-1 - Inscripción N°: 273.533

Se terminó de imprimir esta 4ª edición de 247.410 ejemplares, en el mes de octubre del año 2019.

www.santillana.cl - infochile@santillana.com

Santillana® es una marca registrada de Grupo Santillana de Ediciones, S. L. Todos los derechos reservados.



Presentación

Te damos la bienvenida a este nuevo año escolar. El **Texto Matemática 6° Básico** te invita a comprender que la Matemática es parte del mundo que te rodea.

A través de sus páginas te enfrentarás a diversas situaciones en las que podrás desarrollar conocimientos, habilidades y actitudes y en las que podrás explorar los contenidos relacionados con los siguientes ejes: Números y operaciones, Patrones y álgebra, Geometría, Medición y Datos y probabilidades.

En el desarrollo de las unidades de este texto trabajarás la operatoria combinada entre números naturales, las fracciones y los números mixtos, los números decimales y comprenderás el concepto de “razón” y el de “porcentaje”.

Profundizarás el trabajo con patrones, utilizarás expresiones algebraicas para representar relaciones numéricas y resolverás ecuaciones usando distintas estrategias.

Podrás conocer características de los ángulos, realizar construcciones geométricas de triángulos y estudiar sus propiedades, comprender los movimientos de los objetos en tu entorno y llevar a cabo distintas mediciones en cuerpos geométricos.

Interpretarás información presentada en diagramas y gráficos y realizarás experimentos aleatorios para sacar conclusiones a partir de tus resultados.

Además, resolverás problemas junto con tus compañeros y compañeras relacionados con la vida cotidiana y con los temas de la actualidad, y desarrollarás diversas actividades en las que podrás razonar, reflexionar, analizar y compartir tus conocimientos.

¿Cómo se organiza mi texto?

El texto **Matemática 6° Básico** se organiza en cuatro unidades y en cada una encontrarás:

Inicio de unidad

Título de la unidad

Se relaciona con el eje temático que trabajarás en la unidad.

Motivación

Al iniciar la unidad, reconocerás la relación que hay entre los conocimientos matemáticos y tu entorno, las actividades que desarrollarás y la actitud con la que debes enfrentarlas.



1 **Números y operaciones**

En distintas situaciones de la vida, por ejemplo en las actividades deportivas, utilizas **números** para representar información y resolver algunos problemas. En esta primera unidad encontrarás actividades en las que explorarás diferentes estrategias y desarrollarás la **operatividad** en la solución de los problemas.

Estudiarás...	Para que puedas...	En los páginas...
Operaciones, números naturales	Resolver adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones y realizar distintas actividades con factores y múltiplos.	14 a la 35
Operaciones y números decimales	Resolver distintos problemas con sumas y restas de fracciones y números mixtos.	34 a la 57
Números decimales	Multiplicar y dividir números decimales, representarlos y resolver problemas.	52 a la 67
Gráficas y porcentajes	Representar ratios y porcentajes de varias formas y resolver problemas.	68 a la 79

Punto de partida
Te invitamos a observar la imagen y a responder las siguientes preguntas que te ayudarán a desarrollar los aprendizajes en esta unidad.
¿Cuál situación es la que más te llama la atención de la imagen? ¿Por qué?
De lo que estudiarás en esta unidad, ¿qué es lo que te gustaría aprender? ¿Por qué?
¿Qué meta en esta unidad es para ti? ¿Qué problema te gustaría resolver y para lograrlo practicar en mi sistema de aprendizaje. ¿Qué meta te propones?
Mi meta es...
y la lograré...

Temas de la unidad

Podrás ver lo que estudiarás en la unidad, para qué y dónde.

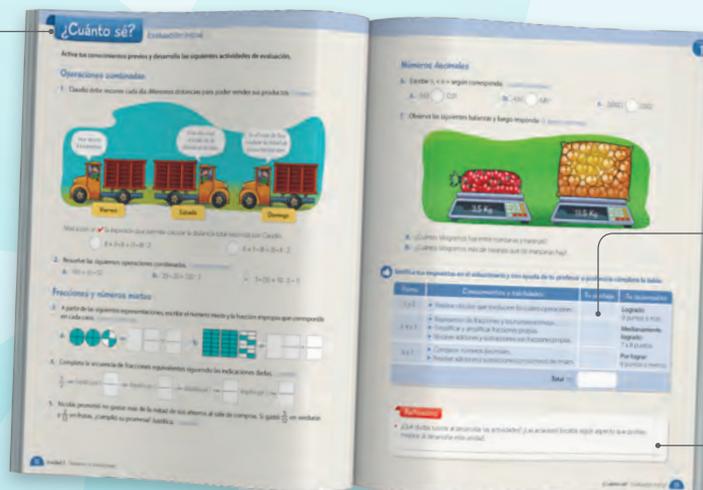
Punto de partida

Iniciarás tu trabajo, en el que podrás expresar tus motivaciones y plantear tus metas acerca de los aprendizajes de la unidad.

Evaluación inicial

¿Cuánto sé?

Actividades para que actives tus conocimientos previos y que te servirán en el desarrollo de la unidad.



Números decimales
A. Escribe y, o si según corresponda.
a. 340 b. 450 c. 1400 d. 20000
E. Observa las siguientes balanzas y luego responde: ¿cuánto pesa?
a. ¿Cuántos kilogramos pesan las papas y manzanas?
b. ¿Cuántos kilogramos pesan los papas que se mostraron hoy?

Verifica tus respuestas en el solucionario y una copia de tu planilla de autoevaluación la lleva.

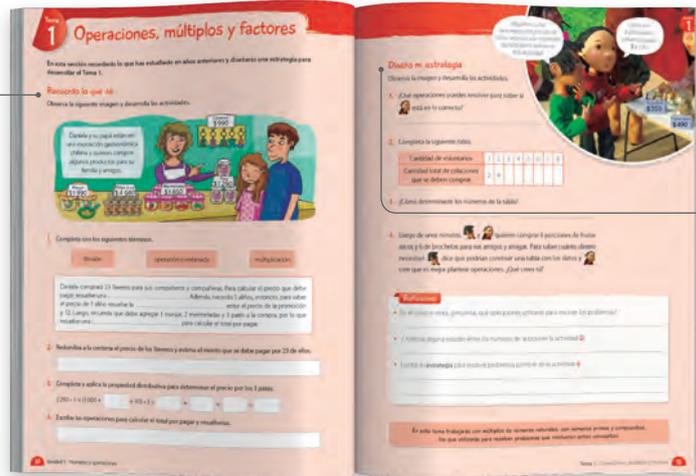
Ítem	Contenido y habilidades	Escalas	Autoevaluación
1 y 2	Resolución de problemas que involucran operaciones con números naturales.	Operación	Logrado / Por hacer / No logrado
3 y 4	Resolución de fracciones y operaciones con números naturales y números decimales.	Operación	Logrado / Por hacer / No logrado
5 y 6	Resolución de problemas que involucran operaciones con números naturales y números decimales.	Operación	Logrado / Por hacer / No logrado

Podrás reconocer tu desempeño en cada actividad de evaluación.

Reflexiono

Aquí podrás dejar registro de tu trabajo y la actitud al enfrentar este primer acercamiento a la unidad.

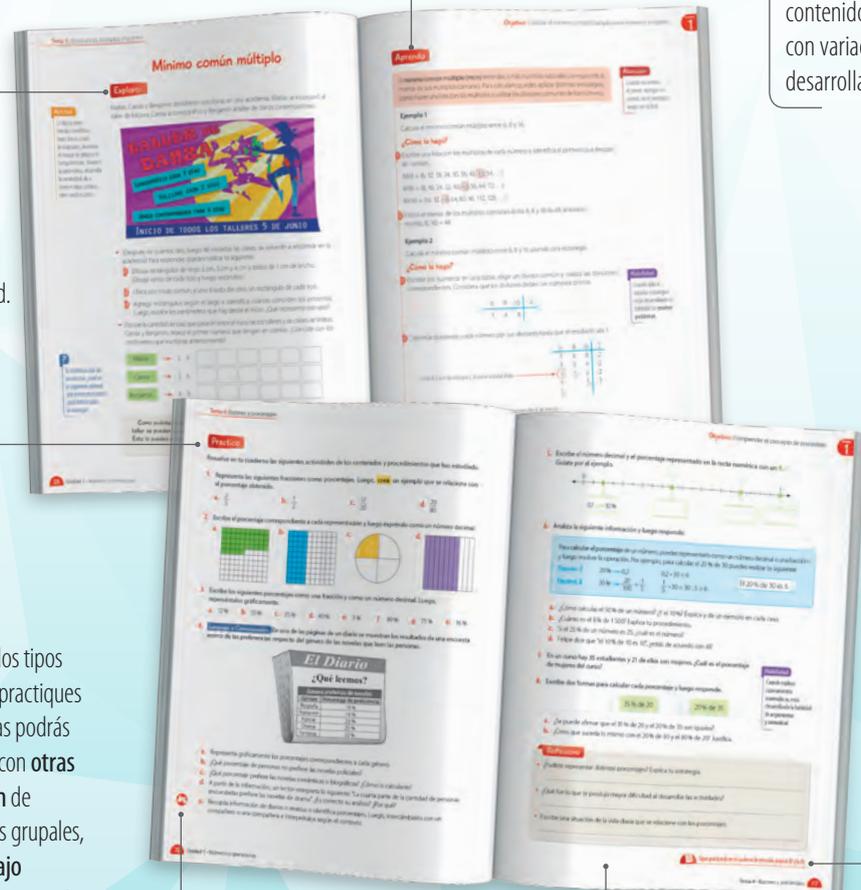
Inicio de tema



Recuerdo lo que sé
A partir de una situación vinculada con el hilo conductor de la unidad, desarrollarás actividades que te permitirán usar conocimientos de años anteriores.

Diseño mi estrategia
Actividades relacionadas con la situación del inicio de unidad, que te permitirán establecer estrategias de resolución para el desarrollo de los temas que componen la unidad.

Páginas de contenido



Exploro
Situación exploratoria relacionada con el hilo conductor de la unidad.

Aprendo
Aquí encontrarás los contenidos matemáticos con variados ejemplos desarrollados paso a paso.

Practico
Actividades con variados tipos de ejercicios para que practiques lo estudiado. Entre ellas podrás encontrar conexiones con otras asignaturas, creación de problemas, actividades grupales, que fomentan el trabajo colaborativo, uso de material concreto, entre otras.

Cuaderno
Páginas del Cuaderno de ejercicios en las que podrás seguir ejercitando lo que has estudiado.

Reflexiono
Autoevaluación con la que podrás registrar el progreso de tus aprendizajes y tus actitudes durante el desarrollo de la unidad.

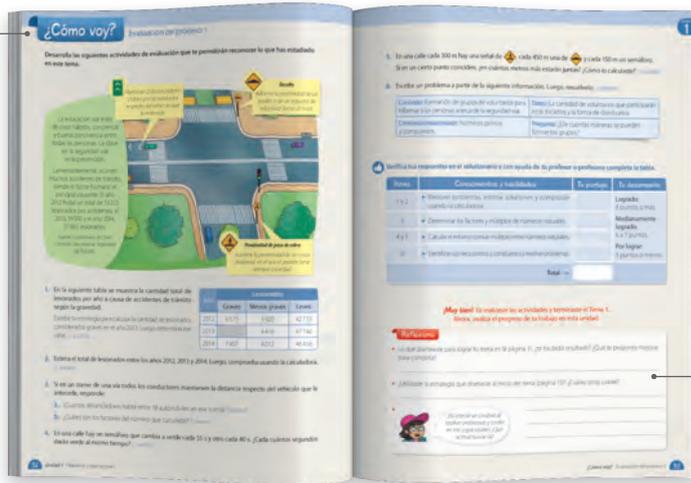
 Ícono actividades grupales.

¿Cómo se organiza mi texto?

Evaluación de proceso

¿Cómo voy?

A partir de una situación de la vida cotidiana, realizarás actividades para que identifiques lo que has aprendido en cada tema.



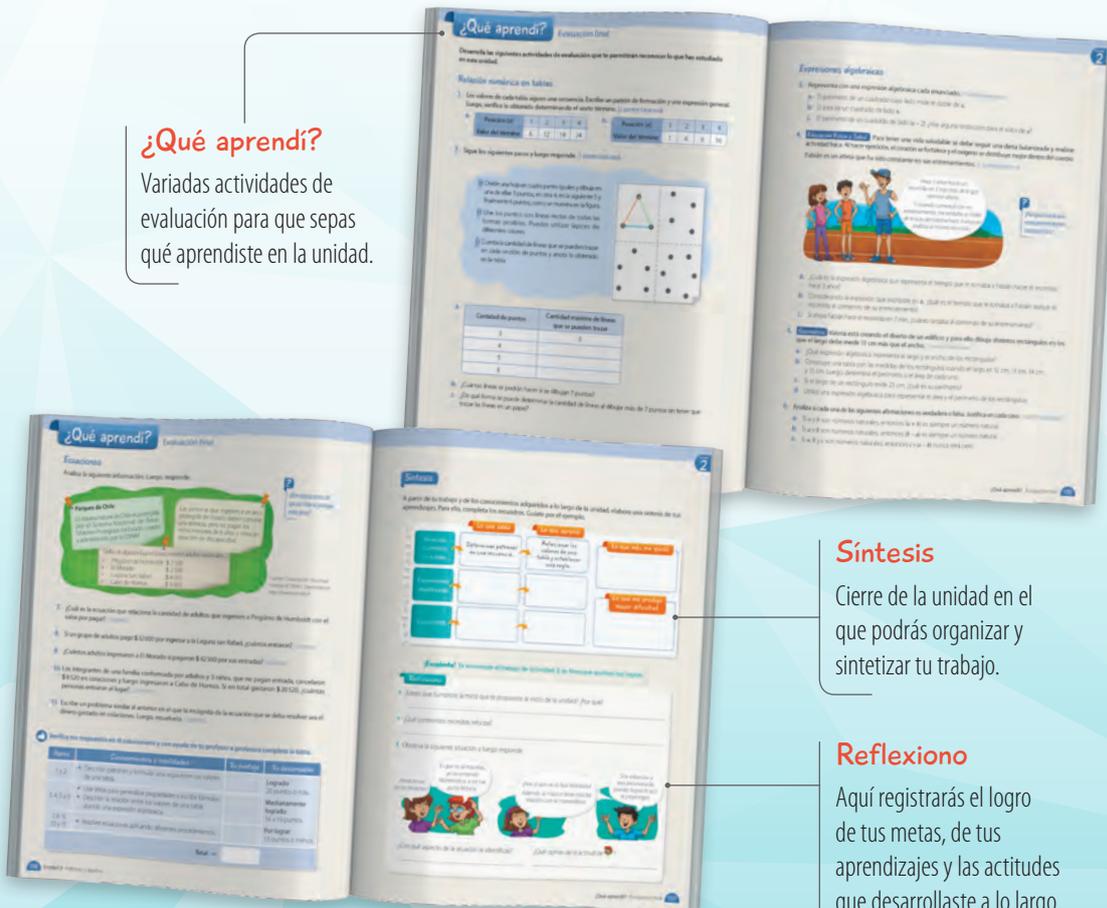
Reflexiono

Aquí registrarás el nivel del logro de tus metas, la evaluación de tus estrategias y la actitud que has tenido al desarrollar el tema.

Evaluación final

¿Qué aprendí?

Variadas actividades de evaluación para que sepas qué aprendiste en la unidad.



Síntesis

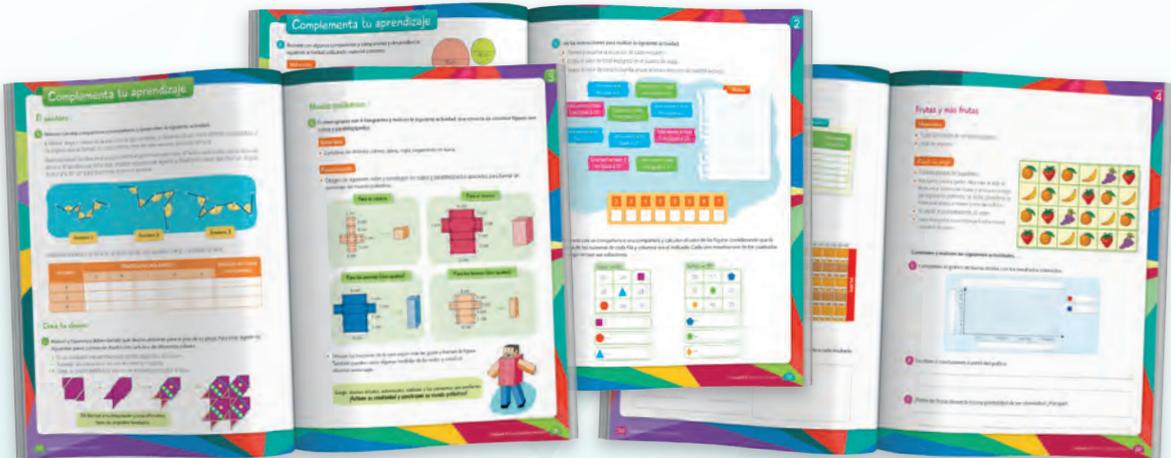
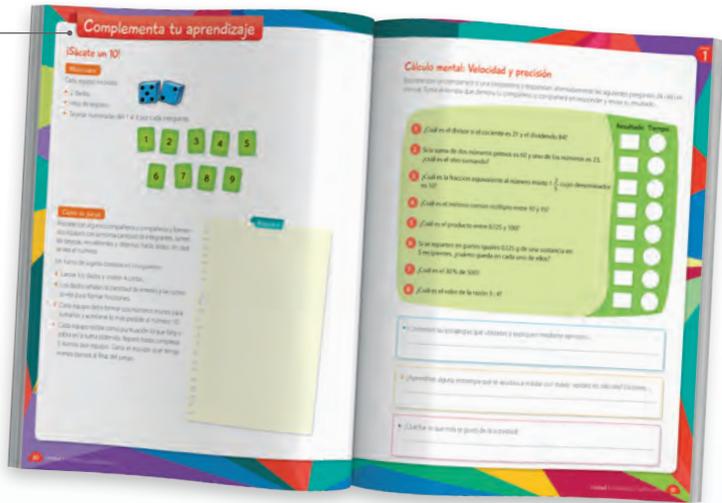
Cierre de la unidad en el que podrás organizar y sintetizar tu trabajo.

Reflexiono

Aquí registrarás el logro de tus metas, de tus aprendizajes y las actitudes que desarrollaste a lo largo de la unidad.

Páginas complementarias

Complementa tu aprendizaje
 Actividades para que practiques lo aprendido junto con tus compañeros y compañeras, en las que podrás usar material concreto, jugar y resolver distintos problemas matemáticos.



Cápsulas

Uso de software

Páginas webs en las que podrás realizar actividades usando un software educativo.

Visita la Web

Páginas webs en las que encontrarás información o ejercicios para complementar tu aprendizaje.

Actitud

Información relacionada con la importancia de fomentar diferentes actitudes.

Habilidad

Se muestra cuando estás desarrollando alguna habilidad matemática.

Atención

Información que complementa y profundiza los contenidos que estás trabajando.

?

Preguntas que fomentarán tu análisis y comprensión de los contenidos.

Unidad

1

Números y operaciones

Página 10



¿Cuánto sé? Evaluación inicial 12

Tema 1

Operaciones, múltiplos y factores 14

- Operatoria con números naturales 16
- Múltiplos y factores 20
- Números primos y compuestos 24
- Mínimo común múltiplo 28

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 1 32

Tema 2

Fracciones y números mixtos 34

- Fracciones impropias y números mixtos 36
- Fracciones y números mixtos en la recta numérica 40
- Adición y sustracción de fracciones y números mixtos 44

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2 50

Tema 3

Números decimales 52

- Multiplicación de números decimales 54
- División de números decimales 60

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 3 66

Tema 4

Razones y porcentajes 68

- Razones 70
- Porcentajes 74

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 4 78

Complementa tu aprendizaje 80

¿Qué aprendí? Evaluación final 82

Unidad

2

Patrones y álgebra

Página 86



¿Cuánto sé? Evaluación inicial 88

Tema 1

Relaciones numéricas en tablas 90

- Patrones en tablas 92
- Cálculo de términos en tablas 96

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 1 100

Tema 2

Expresiones algebraicas 102

- Lenguaje algebraico 104
- Expresiones algebraicas 108
- Valorización de expresiones algebraicas 112

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2 116

Tema 3

Ecuaciones 118

- Ecuaciones de primer grado con una incógnita 120
- Resolución de ecuaciones 124

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 3 130

Complementa tu aprendizaje 132

¿Qué aprendí? Evaluación final 134

Unidad

3

Geometría y medición

Página 138



¿Cuánto sé? Evaluación inicial 140

Tema 1

Ángulos 142

- Estimación y medición de ángulos 144
- Construcción de ángulos 148
- Ángulos entre rectas 152

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 1 158

Tema 2

Construcción de triángulos 160

- Clasificación de triángulos 162
- Construcción de triángulos 164

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2 168

Tema 3

Triángulos y cuadriláteros 170

- Ángulos interiores de un triángulo 172
- Ángulos interiores de un cuadrilátero 176

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 3 180

Tema 4

Teselaciones 182

- Transformaciones isométricas 184
- Teselaciones 188

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 4 192

Tema 5

Área y volumen 194

- Redes de cubos y paralelepípedos 196
- Área de cubos y paralelepípedos 200
- Volumen de cubos y paralelepípedos 204

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 5 208

Complementa tu aprendizaje 210

¿Qué aprendí? Evaluación final 212

Unidad
4

Datos y probabilidades

Página 216



¿Cuánto sé? Evaluación inicial 218

Tema 1

Diagramas de puntos y de tallo y hojas 220

- Diagrama de puntos 222
- Diagrama de tallo y hojas 226

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 1 230

Tema 2

Gráficos de barras dobles y circulares 232

- Gráfico de barras dobles 234
- Gráfico circular 238

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2 242

Tema 3

Tendencia de resultados 244

- Experimentos aleatorios 246
- Frecuencia relativa asociada a un suceso ... 250
- Repetición de experimentos aleatorios 254

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 3 258

Complementa tu aprendizaje 260

¿Qué aprendí? Evaluación final 262

Solucionario 266

Glosario 306

Índice temático 308

Bibliografía 310

Webgrafía 311

Números y operaciones

En distintas situaciones de la vida, por ejemplo en las actividades culturales, utilizarás **números** para representar información y resolver diversos problemas. En esta primera unidad encontrarás actividades en las que explorarás diferentes estrategias y desarrollarás tu **creatividad** en la búsqueda de las soluciones.



Estudiarás...	Para que puedas...	En las páginas...
Operaciones, múltiplos y factores	Resolver adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones y realizar distintas actividades con factores y múltiplos.	14 a la 33
Fracciones y números mixtos	Resolver distintos problemas con sumas y restas de fracciones y números mixtos.	34 a la 51
Números decimales	Multiplicar y dividir números decimales, representarlos y resolver problemas.	52 a la 67
Razones y porcentajes	Representar razones y porcentajes de variadas formas y resolver problemas.	68 a la 79



Punto de partida

Te invitamos a observar la imagen para responder las siguientes preguntas que te ayudarán a desarrollar los aprendizajes en esta unidad.

- ¿Qué situación es la que más te llama la atención de la imagen? ¿Por qué?

- De lo que estudiarás en esta unidad, ¿qué es lo que te gustaría aprender? ¿Por qué?



Mi **meta** en esta unidad es aprender a resolver distintos problemas y para lograrla practicaré en mi cuaderno de ejercicios. ¿Qué meta te propones tú?

Mi meta es _____
y la lograré _____.

Activa tus conocimientos previos y desarrolla las siguientes actividades de evaluación.

Operaciones combinadas

1. Claudio debe recorrer cada día diferentes distancias para poder vender sus productos. (1 punto)



Marca con un la expresión que permite calcular la distancia total recorrida por Claudio.

$8 + 3 \cdot 8 + (3 \cdot 8) : 2$

$8 + 3 \cdot (8 + 3) \cdot 8 : 2$

2. Resuelve las siguientes operaciones combinadas. (1 punto cada una)

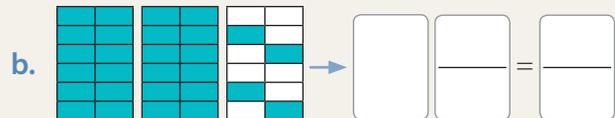
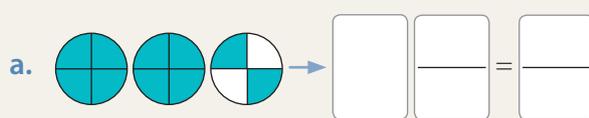
a. $100 + 15 \cdot 52$

b. $25 \cdot 20 + 120 : 3$

c. $3 \cdot (30 + 10 : 2 - 1)$

Fracciones y números mixtos

3. A partir de las siguientes representaciones, escribe el número mixto y la fracción impropia que corresponda en cada caso. (1 punto cada una)



4. Completa la secuencia de fracciones equivalentes siguiendo las indicaciones dadas. (2 puntos)

$\frac{3}{4} \rightarrow$ Amplifica por 8 $\frac{\square}{\square} \rightarrow$ Simplifica por 2 $\frac{\square}{\square} \rightarrow$ Simplifica por 2 $\frac{\square}{\square} \rightarrow$ Amplifica por 3 $\frac{\square}{\square}$

5. Nicolás prometió no gastar más de la mitad de sus ahorros al salir de compras. Si gastó $\frac{5}{12}$ en verduras y $\frac{2}{12}$ en frutas, ¿cumplió su promesa? Justifica. (2 puntos)

Números decimales

6. Escribe $>$, $<$ o $=$ según corresponda. (1 punto cada una)

a. $9,63$ $12,01$

b. $4,65$ $4,87$

c. $0,0021$ $0,002$

7. Observa las siguientes balanzas y luego responde. (1 punto cada una)



- ¿Cuántos kilogramos hay entre manzanas y naranjas?
- ¿Cuántos kilogramos más de naranjas que de manzanas hay?

Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1 y 2	<ul style="list-style-type: none"> Realizar cálculos que involucren las cuatro operaciones. 		Logrado: 9 puntos o más.
3, 4 y 5	<ul style="list-style-type: none"> Representar las fracciones y los números mixtos. Simplificar y amplificar fracciones propias. Resolver adiciones y sustracciones con fracciones propias. 		Medianamente logrado: 7 a 8 puntos.
6 y 7	<ul style="list-style-type: none"> Comparar números decimales. Resolver adiciones y sustracciones con números decimales. 		Por lograr: 6 puntos o menos.
Total →		<input type="text"/>	

Reflexiono

- ¿Qué dudas tuviste al realizar las actividades? ¿Las aclaraste? Escribe algún aspecto que podrías mejorar al desarrollar esta unidad.
-

Operaciones, múltiplos y factores

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 1.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.



Daniela y su papá están en una exposición gastronómica chilena y quieren comprar algunos productos para su familia y amigos.

1. Completa con los siguientes términos.

división

operación combinada

multiplicación

Daniela comprará 23 llaveros para sus compañeros y compañeras. Para calcular el precio que debe pagar, resuelve una _____. Además, necesita 5 aliños, entonces, para saber el precio de 1 aliño resuelve la _____ entre el precio de la promoción y 12. Luego, recuerda que debe agregar 1 manjar, 2 mermeladas y 3 patés a la compra, por lo que resuelve una _____ para calcular el total por pagar.

2. Redondea a la centena el precio de los llaveros y estima el monto que se debe pagar por 23 de ellos.

3. Completa y aplica la propiedad distributiva para determinar el precio por los 3 patés.

$$1\,290 \cdot 3 = (1\,000 + \boxed{} + 90) \cdot 3 = \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$

4. Escribe las operaciones para calcular el total por pagar y resuélvelas.

Regalemos una brocheta y una porción de frutos secos a cada voluntario que está participando en esta actividad.

Como son 8 voluntarios, debemos pagar \$ 6 720.

Diseño mi estrategia

Observa la imagen y desarrolla las actividades.

1. ¿Qué operaciones puedes resolver para saber si  está en lo correcto?
-

2. Completa la siguiente tabla.

Cantidad de voluntarios	1	2	3	4	5	6	7	8
Cantidad total de colaciones que se deben comprar	2	4						

3. ¿Cómo determinaste los números de la tabla?
-

4. Luego de unos minutos,  y  quieren comprar 6 porciones de frutos secos y 6 de brochetas para sus amigos y amigas. Para saber cuánto dinero necesitan,  dice que podrían construir una tabla con los datos y  cree que es mejor plantear operaciones. ¿Qué crees tú?

Reflexiono

- En el curso anterior, ¿recuerdas qué operaciones utilizaste para resolver los problemas?

- ¿Observas alguna relación entre los números de la tabla en la actividad 2?

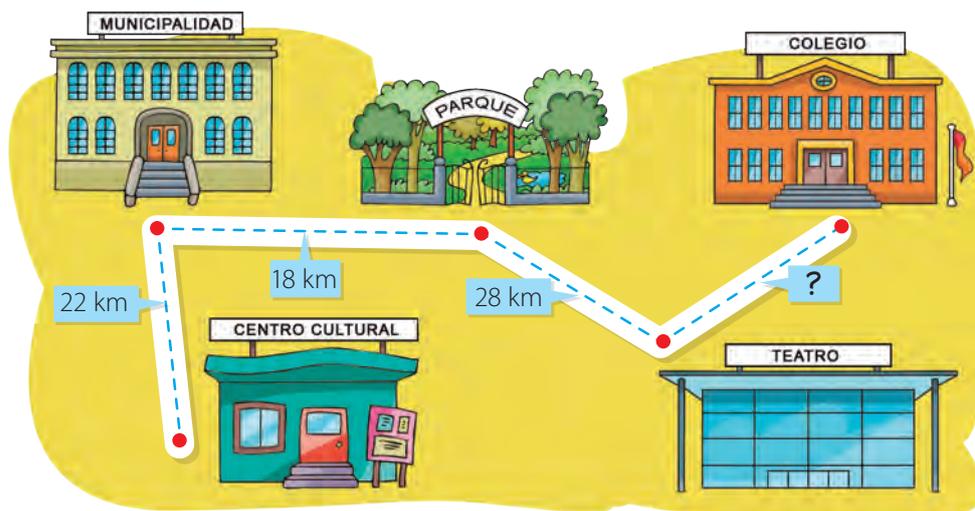
- Escribe tu **estrategia** para resolver problemas como el de la actividad 4.

En este tema trabajarás con múltiplos de números naturales, con números primos y compuestos, los que utilizarás para resolver problemas que involucren estos conceptos.

Operatoria con números naturales

Exploro

Los integrantes de una escuela de teatro recorren varios lugares para presentar una obra de manera gratuita. Han recorrido 104 km desde el centro cultural al colegio, considerando el siguiente trayecto:



Si las distancias hubiesen estado en metros y se pidiera la distancia total en kilómetros, ¿qué operaciones deberías realizar?

- Calcula la distancia recorrida por los estudiantes de la escuela desde el centro cultural al teatro.

- Uno de los integrantes dice que para saber los kilómetros que recorrieron desde el teatro al colegio, hay que sumar la distancia desde el centro cultural al teatro con el total que han recorrido. Otro dice que se debe sumar la distancia desde el centro cultural al teatro y luego, restar lo obtenido a la distancia total que han recorrido. ¿Quién está en lo correcto? ¿Por qué?

Si tuviste dificultades para responder las preguntas anteriores, ¡no te preocupes! Ahora aprenderás estos contenidos, verás ejemplos y ejercitarás resolviendo distintos problemas para que desarrolles tu **creatividad** en la búsqueda de las soluciones.

Aprendo

Para resolver ejercicios con **operatoria combinada**, debes considerar la prioridad de las operaciones:

- 1º Paréntesis desde el interior al exterior, de izquierda a derecha.
- 2º Multiplicación o división de izquierda a derecha.
- 3º Adición o sustracción de izquierda a derecha.

Ejemplo 1

En una tienda de muebles artesanales, se han vendido durante la semana \$554 000 por mesas de centro que cuestan \$138 500 cada una, y \$314 500 por repisas que cuestan \$62 900 cada una. ¿Qué operaciones hay que resolver para saber la cantidad de mesas y repisas que se vendieron en total durante la semana?

¿Cómo lo hago?

- 1 Identifica los datos del problema.

El precio de cada mesa de centro es \$138 500 y se han vendido \$554 000.

El precio de cada repisa es \$62 900 y se han vendido \$314 500.

- 2 Analiza lo que se quiere calcular y escribe el procedimiento que se debe seguir.

Para determinar la cantidad de mesas y repisas que se vendieron, se debe dividir el total de dinero recibido por producto por sus respectivos valores unitarios, para así saber cuántos se vendieron de cada tipo y luego sumar dichas cantidades.

- 3 Escribe las operaciones para resolver el problema.

$$554\,000 : 138\,500 + 314\,500 : 62\,900$$

Ejemplo 2

María realizó un trabajo por 8 meses. Mensualmente recibió \$358 250 durante los primeros 5 meses y luego \$237 811 en cada uno de los 3 meses siguientes. ¿Cuánto dinero se puede estimar que recibió en total?

¿Cómo lo hago?

- 1 Para estimar la cantidad de dinero, puedes redondear los montos recibidos según cada período. En este caso, se redondea a la decena de mil.

$$358\,250 \rightarrow 360\,000 \quad 237\,811 \rightarrow 240\,000$$

- 2 Multiplica los valores por los meses según corresponda y luego súmalos.

$$360\,000 \cdot 5 + 240\,000 \cdot 3 = 1\,800\,000 + 720\,000 = 2\,520\,000$$

Se puede estimar que María recibió \$2 520 000.

Habilidad

Cuando identificas los datos y las operaciones descritas en una situación, estás desarrollando la habilidad de **resolver problemas**.



- ¿Se puede resolver el problema planteando otras operaciones? ¿Por qué?
- Resuelve las operaciones y determina el total de mesas y repisas que se vendieron.



Calcula la cantidad de dinero exacta que recibió María y verifica la estimación.

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Remarca el recuadro con la expresión de operatoria combinada que permite dar respuesta al siguiente problema.

A un paseo van 18 niños y niñas, los que debieron pagar entre todos \$63 000. Si cada adulto debe cancelar \$4 500, ¿cuánto pagará en total una familia compuesta por 3 adultos y dos niños?

$$18 \cdot 63\,000 + 4\,500$$

$$63\,000 : 18 + 3 \cdot 4\,500$$

$$2 \cdot (63\,000 : 18) + 3 \cdot 4\,500$$

$$2 \cdot (63\,000 : 18) + 4\,500 : 3$$

2. Determina lo que se está calculando en cada uno de los siguientes casos. Luego, explícale a un compañero o una compañera tus estrategias y evalúa las suyas.

- a. Por 200 personas se obtienen \$ 1 258 000 por concepto de entradas del mismo precio en un concierto. El organizador divide 1 258 000 por 200.
- b. Por la compra de un automóvil, Camila pagará en cuotas de \$ 110 000 un total de \$ 3 190 000. Ella divide el total del valor del automóvil por el costo de una cuota.
- c. Pedro vende 18 adornos en \$53 640. Él divide 53 640 por 18 y luego multiplica el resultado por 8.
- d. El costo fijo por la elaboración de algunas poleras es \$400 000 más \$ 1 500 por cada una de ellas. En uno de los pedidos se gastaron en total \$ 700 000. El encargado de finanzas resta 400 000 a 700 000 y el resultado lo divide por 1 500.

3. Observa la estrategia de dos estudiantes para resolver el problema expuesto en la pizarra. ¿Cuál es la adecuada?

Multiplicar la cantidad de alimentos reunidos por un curso por la cantidad de niveles del colegio.

Para una campaña solidaria cada curso de un colegio reunió la misma cantidad de alimentos no perecibles. Si cada nivel tiene igual cantidad de cursos, ¿cómo se puede calcular el total de alimentos no perecibles reunidos?

Multiplicar la cantidad de alimentos reunidos por un curso con los cursos que hay en un nivel y luego multiplicar esa cantidad con el número de niveles del colegio.

4. Reúnete con un compañero o una compañera y cada uno escriba una estrategia para resolver los siguientes problemas. Luego, intercambien sus respuestas y resuélvanlos con la estrategia del otro.

- Macarena debe pagar \$ 150 000 en cuentas de luz, agua, gas y telefonía, más \$ 30 000 de un seguro. Si recibió \$ 550 000, ¿cuánto dinero le queda?
- Braulio compró 4 camisas a \$ 8 000 cada una, 3 pantalones a \$ 9 000 cada uno y 2 corbatas, cada una por \$ 2 960. Si pagará en 6 cuotas iguales y sin intereses, ¿de cuánto será cada cuota?

5. Analiza la siguiente información y luego resuelve los problemas usando la calculadora.

Para calcular $95\,201 \cdot 52 + 17$ utilizando la calculadora, puedes presionar las siguientes teclas:



a. Determina la suma de los cinco mayores números que se pueden formar con los números representados en las siguientes tarjetas:



- Determina la diferencia entre el producto de 5 421 por 85 512 y el producto de 415 398 por 960.
- Al multiplicar 52 891 por un número, se obtiene 29 037 159. ¿Cuál es el número?

6. Estima el resultado en el siguiente problema y explica cómo lo hiciste. Luego, usa la calculadora para comparar.

En una colecta se juntaron en total \$ 1 571 345. Cinco familias donaron \$ 151 385 cada una y otras cuatro, el resto. Si cada una de estas cuatro familias aportó la misma cantidad, ¿cuál es el monto?

Reflexiono

- ¿Qué pasos seguiste para resolver los problemas? ¿Qué fue lo que te produjo mayor dificultad?

- ¿Utilizaste la calculadora para resolver algún problema?

- ¿Te gustó trabajar en grupo? ¿Escuchaste las propuestas y razonamientos de tus compañeros y compañeras?

 Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 6 a la 9.

Múltiplos y factores

Exploro

Actitud

En muchos lugares se han realizado corridas con mascotas, lo que permite incentivar un estilo de vida saludable y generar conciencia sobre la tenencia responsable de mascotas.
¡Anímate y participa en las actividades de la comunidad!

Diego se motivó y se inscribió para participar en una corrida que consiste en que las personas deben recorrer el circuito junto con sus mascotas. ¿Qué te parece esta iniciativa?



?

¿Cómo podrías determinar todas las posibilidades para organizar una corrida de 12 km? Considera solo números naturales y los tramos en kilómetros.

- Diego está analizando cómo realizará el trayecto considerando los kilómetros del circuito. ¿Cómo podría organizar la corrida? Remarca el o los recuadros que correspondan.

1 tramo de 6 km

3 tramos de 2 km

2 tramos de 3 km

6 tramos de 1 km

- A partir del día de la corrida, ¿en cuántos días más se realizará la vacunación de mascotas? ¿Y la próxima fecha?

- En el momento en que se haya realizado la sexta jornada de vacunación, ¿cuántos días habrán pasado desde el día de la corrida? ¿Cómo lo calculaste?

En la situación anterior, se utilizaron los conceptos de múltiplo y factor. A continuación, podrás analizar ejemplos relacionados con ellos y luego ejercitar lo aprendido. **Activa tu curiosidad e interés** por la Matemática, ya que te puede ayudar a enfrentar diversas situaciones y problemas.

Aprendo

Los **múltiplos** de un número natural se obtienen al multiplicarlo por cualquier otro número natural.

Ejemplo

Determina los múltiplos de 5.

¿Cómo lo hago?

- Multiplica el número 5 por algunos números naturales.

$$5 \cdot 1 = 5 \quad 5 \cdot 2 = 10 \quad 5 \cdot 3 = 15 \quad 5 \cdot 4 = 20 \quad 5 \cdot 5 = 25$$

- Expresa como conjunto los múltiplos pedidos.

$$M(5) = \{5, 10, 15, 20, 25, \dots\}$$

Los **factores** de un número natural corresponden a uno o más pares de números naturales cuyo producto es igual a dicho número.

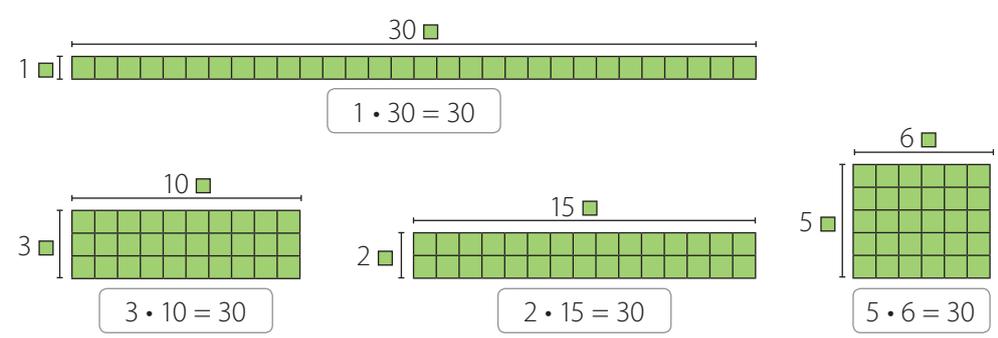
Los **divisores** de un número natural son aquellos números naturales que lo dividen en forma exacta.

Ejemplo

¿Cuáles son los factores y los divisores de 30?

¿Cómo lo hago?

- Determina todas las multiplicaciones cuyo producto sea 30. Puedes utilizar rectángulos formados por 30 cuadrados de igual tamaño.



- Determina los factores y los divisores de 30.

Los factores de 30 son: 1 y 30; 2 y 15; 3 y 10; 5 y 6.

Observa que los factores dividen en forma exacta al número 30.

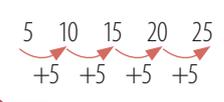
Los divisores de 30 son: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 y 30.

Atención

El conjunto de los **números naturales** (\mathbb{N}) se puede representar por:
 $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

Atención

También puedes ir sumando el número para determinar sus múltiplos.



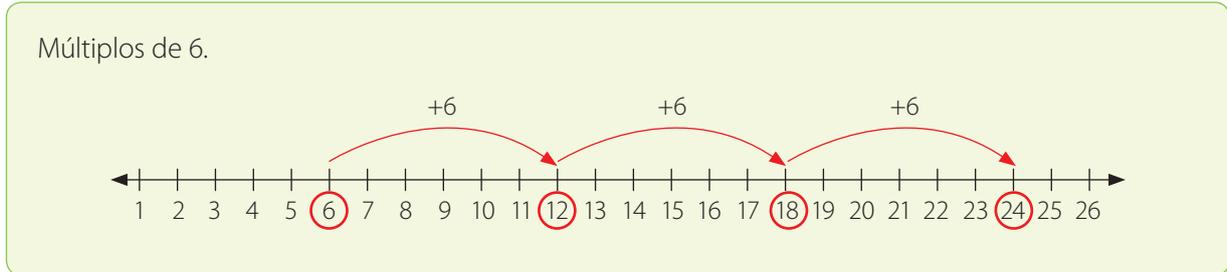
?

¿Cuántos múltiplos tiene un número natural? ¿Y factores? Explica.

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Observa el siguiente ejemplo y luego representa los múltiplos de los números correspondientes.



a. Múltiplos de 2.

b. Múltiplos de 4.

c. Múltiplos de 7.

2. Completa según corresponda.

a. $M(8) = \{ _, _, _, _, _, _, _, _, _, _, \dots \}$

b. $M(20) = \{ _, _, _, 80, _, _, _, 160, _, _, \dots \}$

c. $M(_) = \{ _, _, _, 36, _, _, 63, 72, _, _, \dots \}$

d. $M(_) = \{ _, _, _, _, _, 84, 98, _, _, _, \dots \}$

3. Determina los factores y los divisores de los siguientes números.

a. 45

b. 80

c. 12

d. 18

e. 42

4. Determina lo pedido en cada caso.

a. El número de una cifra mayor que 5 y que tiene tres divisores.

b. La suma entre el sexto múltiplo de 5 y el octavo múltiplo de 7.

c. El número cuyo noveno múltiplo es 108.

d. El menor y el mayor número de dos cifras que es múltiplo de 8.

e. El número que es múltiplo de 4, divisor de 56 y mayor que 15.



5. Analiza si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifica en cada caso. Luego, reúnete con un compañero o una compañera y comparen sus respuestas.

a. El conjunto de los múltiplos de 1 corresponde a los números naturales.

b. Todo número par tiene solo factores pares.

c. Todo número impar tiene solo factores impares.

6. Identifica el número que no es divisor del indicado en cada caso.

a. Divisores de 20 1, 2, 4, 5, 6, 10, 20

b. Divisores de 42 1, 2, 3, 6, 7, 8, 14, 21, 42

7. Analiza quién está en lo correcto en la siguiente situación. Justifica.



8. Resuelve los siguientes problemas.

- Pablo está haciendo un álbum y el material que tiene le alcanza para confeccionar uno de 30 páginas como máximo. Si quiere ubicar la misma cantidad de fotografías en cada una y en total tiene 72 fotografías, ¿cuál es la cantidad de páginas que debería tener su álbum? ¿Cuántas fotografías irían en cada una?
- Francisca colecciona postales y para mantenerlas ordenadas las guarda en sobres con la misma cantidad en cada uno. Si no pone una postal en cada sobre ni todas en uno solo, las puede guardar en grupos de 3, de 5 y de 25, ¿cuántas postales tiene Francisca?



9. Reúnete con un compañero o una compañera y cada uno cree un problema relacionado con múltiplos y factores. Luego, intercambia y resuelve el problema creado por tu compañero o compañera.

Reflexiono

- Explica cómo calculas los múltiplos y los factores de un número.

- Da un ejemplo de la vida diaria que se relacione con los contenidos trabajados.

- ¿Qué fue lo que más te gustó de las actividades que realizaste?



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 10 a la 13.

Números primos y compuestos

Exploro

Actitud

Curtis Cooper halló en el año 2016 el mayor número primo conocido hasta esa fecha. Si lo escribieras, necesitarías espacio para 22 338 618 cifras.

Él y su equipo intentan encontrar números primos cada vez más grandes.

Es importante que confíes en tus capacidades y que consideres que tus errores pueden ser una oportunidad de aprender.

Fuente: Disponible en <http://www.emol.com/>

Un grupo de investigadores realizó una charla para estudiantes acerca de la tecnología y su relación con la Matemática.

El correo electrónico o las transacciones bancarias se protegen con claves que se basan en las propiedades de los números primos.

Ahora, reciban estas tarjetas y realicen la actividad. Y ¡confíen en su trabajo!

Matemática y tecnología

El misterio de los números primos

Instrucciones

Encierra el número 2 y tacha todos sus múltiplos. Luego, hazlo con el siguiente número (que no esté tachado) y tacha sus múltiplos. Sigue así hasta que todos los números estén encerrados o tachados.

2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	32	33

Realiza la actividad y responde las siguientes preguntas.

- ¿Qué diferencias observas entre los números encerrados y los tachados?
- ¿Por qué crees que no se incluyó el 1 en la lista de números?
- Escribe los divisores de tres de los números que encerraste y de tres de los tachados. ¿Qué características puedes observar?

Los números que encerraste en la actividad anterior son números primos. A continuación, aprenderás cómo identificar números primos y compuestos. Recuerda que es importante que aclares tus dudas y que participes en clase. **¡Valora tus logros!**

? Determina los factores de los números que encerraste. ¿Qué puedes concluir?

Aprendo

Un número es **primo** si es mayor que 1 y tiene solo dos divisores, que son el número 1 y el propio número. Si tiene más de dos divisores, se dice que el número es **compuesto**. El número 1 no es primo ni compuesto, ya que tiene solo un divisor, que es el mismo número.

Ejemplo

Determina si el número 63 y el número 47 son números primos o compuestos, respectivamente.

¿Cómo lo hago?

- 1 Escribe los divisores de cada número.

Divisores de 63 → 1, 3, 7, 9, 21 y 63

Divisores de 47 → 1 y 47

- 2 Identifica si cada número es primo o compuesto.

El número 63 es compuesto, ya que tiene más de dos divisores.

El número 47 es primo, ya que tiene solo dos divisores.

Atención

Un **número primo** también lo puedes definir como aquel cuyo único par de factores es 1 y el mismo número.

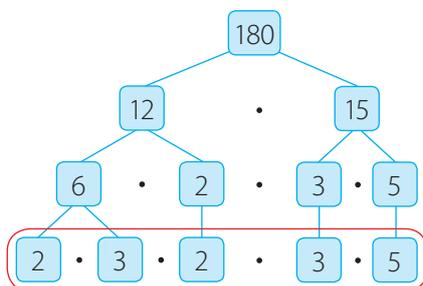
Todo número compuesto lo puedes descomponer en una multiplicación de números primos. Esto se conoce como **descomposición en factores primos** y la puedes representar mediante un **diagrama de árbol**.

Ejemplo

Descompón en factores primos el número 180.

¿Cómo lo hago?

- 1 Representa en un diagrama de árbol la descomposición del número.



Se realizan descomposiciones hasta que solo queden números primos.

- 2 Escribe la descomposición del número en factores primos.

$$180 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

Visita la Web

Para practicar más con números primos y compuestos, visita el sitio web: <http://recursostic.educacion.es/multidisciplinar/itfor/web/content/%C2%BFprimosocompuestos%C2%BFdequ%C3%A9setrata>



¿Una descomposición en factores primos del número 180 podría ser $5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$? ¿Por qué? ¿Cambiaría el diagrama de árbol?

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Determina los divisores de cada número y luego clasificalos como primo o compuesto, según corresponda.

- | | | |
|-------|-------|--------|
| a. 9 | c. 57 | e. 83 |
| b. 21 | d. 59 | f. 109 |

2. Descompón los siguientes números en factores primos.

- | | | |
|-------|--------|--------|
| a. 15 | c. 60 | e. 230 |
| b. 32 | d. 135 | f. 315 |

3. Analiza la siguiente información y luego responde.



- Descompón en factores primos el número 42.
- ¿De cuántas maneras se puede descomponer multiplicativamente el número 42?
- Escribe tu estrategia para determinar todas las descomposiciones multiplicativas del número 42. ¿La podrías aplicar a cualquier número?
- Descompón de tres maneras el número 90.
- ¿Todos los números naturales se pueden descomponer multiplicativamente? Explica.

4. Analiza si cada afirmación es verdadera o falsa. Justifica en cada caso.

- El número 19 no es primo porque la cifra de las unidades es 9.
- Todos los números impares son primos.
- No existen números primos cuya cifra de las unidades sea 0.
- El 1 es el único número natural que tiene solo un divisor.
- Todos los números cuya cifra de las unidades es 1 son primos.

Atención

- Un número es **divisible por 2** si la cifra de sus unidades es par o cero.
- Un número es **divisible por 3** si la suma de sus cifras es un múltiplo de 3.
- Un número es **divisible por 4** si sus dos últimas cifras son ceros o forman un múltiplo de 4.

 5. Responde las siguientes preguntas. Luego, reúnete con un compañero o una compañera, argumenten sus respuestas y escriban cada uno un ejemplo cuando corresponda.

- ¿Cuántos números primos pares hay? ¿Cuál o cuáles son?
- ¿Cuál es el número cuyos divisores son 3, 6, 9, 2, además del 1 y él mismo?
- El producto de dos números primos, ¿es primo o compuesto?
- ¿Existen números primos de más de una cifra cuya cifra de las unidades sea 5?
- ¿Hay números primos cuya suma de sus cifras sea 9?
- ¿Todos los números primos son impares?

Habilidad

Cuando compruebas reglas y propiedades, estás desarrollando la habilidad de **argumentar** y **comunicar**.

6. Resuelve los siguientes problemas.

- Martín tiene 97 llaveros y los quiere repartir en bolsas de igual cantidad. Si en cada bolsa pone más de uno, ¿de cuántas maneras podrá realizar la repartición? Justifica.
- Javiera confecciona chalecos y para transportarlos tiene que guardarlos en cajas que contengan igual cantidad de estos. Si tiene 63 chalecos, ¿es posible hacerlo? Justifica.
- Antonio dice que la descomposición prima del número 297 es $3 \cdot 9 \cdot 11$. ¿Es correcto lo que dice Antonio?
- En un curso hay 16 niños y 20 niñas. Para un trabajo se deben formar grupos, de manera que todos tengan la misma cantidad de niños y de niñas. ¿De qué manera se podrán organizar los grupos?

7. **Historia, Geografía y Ciencias Sociales** Eratóstenes fue un antiguo matemático griego que ideó una forma de identificar los números primos, conocida como "Criba de Eratóstenes". Se basa en eliminar de una lista de números todos los que sean compuestos. Una vez acabado el proceso, los números que queden sin descartar serán primos.

Determina todos los números primos menores que 100. Para esto, escribe en una tabla todos los números naturales hasta 100 y luego sigue el procedimiento indicado en **Exploro** de la página 24.

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51
52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76
77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	

Reflexiono

- ¿Qué diferencias hay entre los números primos y los compuestos? Da un ejemplo.

- ¿Cuál de los ejercicios podrías explicar a un compañero o una compañera?

- ¿Qué dudas te surgieron al desarrollar los ejercicios? ¿Las preguntaste en clases?



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 14 a la 15.

Mínimo común múltiplo

Exploro

Actitud

La danza tiene muchos beneficios, tanto físicos como actitudinales; incentiva el trabajo en grupo y el compañerismo, favorece la autoestima, desarrolla la creatividad, da a conocer otras culturas, entre muchos otros.

Matías, Carola y Benjamín decidieron inscribirse en una academia. Matías se incorporó al taller de folclore, Carola al coreográfico y Benjamín al taller de danza contemporánea.



- ¿Después de cuántos días, luego de iniciadas las clases, se volverán a encontrar en la academia? Para responder, puedes realizar lo siguiente:
 - 1 Dibuja rectángulos de largo 2 cm, 3 cm y 4 cm y todos de 1 cm de ancho. Dibuja varios de cada tipo y luego recórtalos.
 - 2 Ubica con inicio común, y uno al lado del otro, un rectángulo de cada tipo.
 - 3 Agrega rectángulos según el largo e identifica cuándo coinciden los extremos. Luego, escribe los centímetros que hay desde el inicio. ¿Qué representa ese valor?
- Escribe la cantidad de días que pasarán entre el inicio de los talleres y las clases de Matías, Carola y Benjamín. Marca el primer número que tengan en común. ¿Coincide con los centímetros que escribiste anteriormente?



Si continúas con las secuencias, ¿cuál es el siguiente número que tienen en común? ¿Qué información te entrega?

Matías	→	2	4						
Carola	→	3	6						
Benjamín	→	4	8						

Como pudiste notar, los días que Matías, Carola y Benjamín asisten a cada taller se pueden considerar como múltiplos de 2, de 3 y de 4, respectivamente. Esto lo puedes utilizar para calcular el mínimo común múltiplo. Ahora, desarrolla tu **creatividad** para resolver problemas.

Aprendo

El **mínimo común múltiplo (mcm)** entre dos o más números naturales corresponde al menor de sus múltiplos comunes. Para calcularlo puedes aplicar distintas estrategias, como hacer una lista con los múltiplos o utilizar los divisores comunes de los números.

Atención

Cuando encuentras el primer múltiplo en común, no es necesario seguir con la lista.

Ejemplo 1

Calcula el mínimo común múltiplo entre 6, 8 y 16.

¿Cómo lo hago?

- 1 Escribe una lista con los múltiplos de cada número e identifica el primero que tengan en común.

$$M(6) = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, \textcircled{48}, 54, \dots\}$$

$$M(8) = \{8, 16, 24, 32, 40, \textcircled{48}, 56, 64, 72, \dots\}$$

$$M(16) = \{16, 32, \textcircled{48}, 64, 80, 96, 112, 128, \dots\}$$

- 2 Como el menor de los múltiplos comunes entre 6, 8 y 16 es 48, entonces $mcm(6, 8, 16) = 48$.

Ejemplo 2

Calcula el mínimo común múltiplo entre 6, 8 y 16 usando otra estrategia.

¿Cómo lo hago?

- 1 Escribe los números en una tabla, elige un divisor común y realiza las divisiones correspondientes. Considera que los divisores deben ser números primos.

6	8	16	: 2
3	4	8	

- 2 Continúa dividiendo cada número por sus divisores hasta que el resultado sea 1.

Como el 3 no es divisible por 2, se vuelve a anotar abajo. →

6	8	16	: 2
3	4	8	: 2
3	2	4	: 2
3	1	2	: 2
3	1	1	: 3
1	1	1	

- 3 Multiplica los divisores. El producto corresponderá al mcm.

$$mcm(6, 8, 16) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 48.$$

Habilidad

Cuando aplicas variadas estrategias, estás desarrollando la habilidad de **resolver problemas**.

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

- Calcula el mínimo común múltiplo entre los siguientes números.
 - 8 y 10
 - 9 y 12
 - 17 y 11
 - 32 y 28
 - 49 y 7
 - 20, 30 y 25
 - 24, 18 y 12
 - 21, 6 y 14
 - 12, 19 y 15
- A un centro cultural llega un camión que lleva artículos de limpieza cada 9 días y otro que lleva agua mineral cada 6 días. En la fecha que se indica en el calendario los dos camiones coincidieron con la entrega de sus productos.

Abril 2017						
Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa	Do
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

- ¿En qué fechas del mes de abril el repartidor de artículos de limpieza dejará sus productos?
 - ¿En qué fechas el camión repartidor de agua mineral pasará por el centro cultural?
 - ¿Cuáles son las fechas del mes de abril en que ambos camiones coinciden en el centro cultural?
 - ¿Cuál es la fecha más próxima al día marcado en el calendario en que pasará alguno de los camiones por el centro cultural?
- Comprueba si cada desarrollo para calcular el mcm entre los números es correcto. De no serlo, marca el error y corrígelo.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc|l}
 20 & 8 & 6 & :2 \\
 10 & 4 & 2 & :2 \\
 5 & 2 & 1 & :2 \\
 3 & 1 & & :3 \\
 1 & & &
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\text{mcm}(20, 8, 6) = 24$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc|l}
 15 & 12 & 18 & :2 \\
 15 & 6 & 9 & :2 \\
 15 & 3 & 9 & :3 \\
 5 & 1 & 3 & :3 \\
 5 & & 1 & :5 \\
 1 & & &
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\text{mcm}(15, 12, 18) = 60$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc|l}
 32 & 48 & 12 & :2 \\
 16 & 24 & 6 & :2 \\
 8 & 12 & 3 & :2 \\
 4 & 6 & 3 & :2 \\
 2 & 3 & 3 & :2 \\
 1 & 3 & 3 & :3 \\
 & 1 & 1 &
 \end{array}
 \end{array}$$

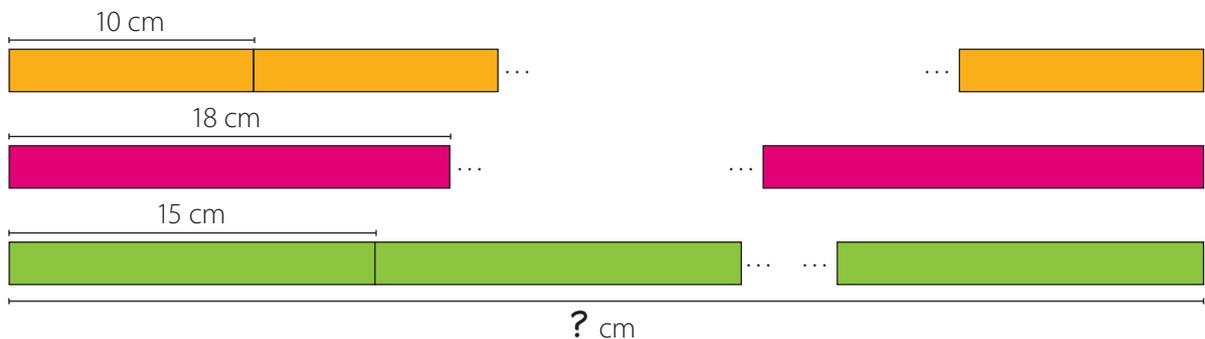
$$\text{mcm}(32, 48, 12) = 96$$

4. Analiza si cada afirmación es verdadera o falsa. Justifica en cada caso.

- El mcm entre dos o más números siempre es un valor mayor que cada uno de ellos.
- El mcm entre dos o más números pares es un número par.
- El mcm entre números primos es igual al producto de dichos números.
- El mcm entre dos o más números impares es el producto entre ellos.

5. Resuelve los siguientes problemas.

- Cada 7 días Julio asiste a clases de guitarra y Sofía cada 6. Si ambos iniciaron las clases el mismo día, ¿en cuántos días más se encontrarán nuevamente?
- Para un trabajo se deben ubicar cintas en fila según su color, de modo que quede una al lado de la otra. Si las cintas del mismo color tienen igual medida, ¿cuál será la menor longitud en la que los extremos de los tres tipos de cintas coincidan?



- Miguel dice que el mcm entre 12 y 8 es 96 y Paola dice que es 24. ¿Quién crees que está en lo correcto? Justifica.
 - Claudia debe tomar 3 medicamentos, uno para el malestar cada 6 horas, un antibiótico cada 8 horas y otro para controlar la alergia cada 12 horas. Si se toma los tres medicamentos a las 11 de la noche de un lunes, ¿a qué hora y qué día volverá a tomárselos juntos nuevamente?
6. **Educación Física y Salud** Dos atletas, Bárbara y Juan Pablo, entrenan al mismo tiempo en la pista de un estadio. Bárbara demora 90 segundos en dar la vuelta y Juan Pablo, 2 minutos. ¿Después de cuántos minutos uno de ellos rebasaría al otro? ¿Quién sería?

Reflexiono

- ¿Qué estrategias aplicaste para calcular el mcm entre números? ¿Cuál te facilitó más tus cálculos? ¿Por qué?
- ¿Qué pasos seguiste para resolver los problemas? Escríbelos.
- Un estudiante comentó que usar material concreto le ayudó a resolver los problemas de manera más creativa. ¿Para qué te ayudó a ti?



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 16 a la 17.

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.

La educación vial trata de crear hábitos, conciencia y buena convivencia entre todas las personas. La clave en la seguridad vial es la prevención.

Lamentablemente, ocurren muchos accidentes de tránsito, siendo el factor humano el principal causante. El año 2012 hubo un total de 53 225 lesionados por accidentes, el 2013, 59 592 y el año 2014, 57 882 lesionados.

Fuente: Carabineros de Chile; Comisión Nacional de Seguridad de Tránsito.



Mantener 2 distanciadores visibles por el conductor respecto del vehículo que le antecede.



Resalto

Advierte la proximidad de un resalto o de un reductor de velocidad (lomo de toro).



Proximidad de paso de cebra

Advierte la proximidad de un cruce peatonal, en el que el peatón tiene siempre prioridad.

- En la siguiente tabla se muestra la cantidad total de lesionados por año a causa de accidentes de tránsito según la gravedad.

Escribe tu estrategia para calcular la cantidad de lesionados considerados graves en el año 2013. Luego, determina ese valor. (2 puntos)

Año	Lesionados		
	Graves	Menos graves	Leves
2012	6 570	3 920	42 735
2013		4 416	47 746
2014	7 457	4 012	46 416

- Estima el total de lesionados entre los años 2012, 2013 y 2014. Luego, comprueba usando la calculadora. (2 puntos)
- Si en un tramo de una vía todos los conductores mantienen la distancia respecto del vehículo que le antecede, responde:
 - ¿Cuántos distanciadores habrá entre 18 automóviles en ese tramo? (1 punto)
 - ¿Cuáles son los factores del número que calculaste? (1 punto)
- En una calle hay un semáforo que cambia a verde cada 55 s y otro que lo hace cada 40 s. ¿Cada cuántos segundos darán verde al mismo tiempo? (1 punto)

5. En una calle cada 300 m hay una señal de , cada 450 m una de  y cada 150 m un semáforo. Si en un cierto punto coinciden, ¿en cuántos metros más estarán juntas? ¿Cómo lo calculaste? (2 puntos)
6. Escribe un problema a partir de la siguiente información. Luego, resuélvelo. (3 puntos)

Contexto: formación de grupos de voluntarios para informar a las personas acerca de la seguridad vial.	Datos: la cantidad de voluntarios que participarán en la iniciativa y la forma de distribuirlos.
Contenido relacionado: números primos y compuestos.	Pregunta: ¿de cuántas maneras se pueden formar los grupos?

 **Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.**

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1 y 2	<ul style="list-style-type: none"> Resolver problemas, estimar soluciones y comprobar usando la calculadora. 		Logrado: 8 puntos o más. Medianamente logrado: 6 a 7 puntos. Por lograr: 5 puntos o menos.
3	<ul style="list-style-type: none"> Determinar los factores y múltiplos de números naturales. 		
4 y 5	<ul style="list-style-type: none"> Calcular el mínimo común múltiplo entre números naturales. 		
6	<ul style="list-style-type: none"> Identificar números primos y compuestos y resolver problemas. 		
Total →		<input type="text"/>	

¡Muy bien! Ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 1.
Ahora, analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad.

Reflexiono

- Lo que planteaste para lograr tu meta en la página 11, ¿te ha dado resultado? ¿Qué te propones mejorar para cumplirla?

- ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste al inicio del tema (página 15)? ¿Cuáles otras usaste?

-



¿Yo intenté ser creativa al resolver problemas y confié en mis capacidades! ¿Qué actitud tuviste tú?

Fracciones y números mixtos

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 2.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.

La empanada de pino es un plato típico de Chile y es muy consumido en Fiestas Patrias. Hay variadas recetas para prepararlas. Daniel nos muestra los ingredientes que él utiliza.



EMPANADA DE PINO (4 unidades)

Ingredientes

- $\frac{1}{4}$ kg de harina.
- Media taza de leche.
- $\frac{1}{8}$ kg de manteca.
- 30 g de polvos de hornear.
- 2 cebollas grandes picadas en cuadritos.
- $\frac{1}{2}$ kg de carne molida o picada.
- 125 mL de aceite.
- Ají de color, sal, orégano, pimienta.
- 2 huevos duros.
- 4 aceitunas negras.

1. Completa con los siguientes términos.

menor

equivalentes

propia

un medio

La fracción que representa la carne para las empanadas se escribe _____ y corresponde a una fracción _____, ya que su numerador es _____ que su denominador. Daniel agregará $\frac{1}{4}$ kg de carne y quiere saber cuánto necesita en total. Para calcular la suma escribe fracciones _____ de manera que tengan igual denominador y luego resuelve.

2. Representa gráficamente las fracciones correspondientes a la cantidad de harina y de manteca.

a. $\frac{1}{4} \rightarrow$

b. $\frac{1}{8} \rightarrow$

3. A Daniel lo visitará su familia, entonces, hará 12 empanadas.

a. ¿Cuánta harina necesitará?

b. Si la tía de Daniel le recomienda que use $\frac{1}{6}$ kg menos de manteca, ¿cuánta debería utilizar?

Diseño mi estrategia

Observa la imagen y desarrolla las actividades.

1. Representa gráficamente el número mixto correspondiente a las empanadas que se comió  y al jugo que se tomó .

a. 

b. 

2. Explica cómo escribir los números mixtos de la actividad 1 como fracciones impropias.

3. Observa las siguientes adiciones y sustracciones. Luego, responde.

$$\frac{7}{2} + \frac{3}{2} \quad 3\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} \quad 3\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \quad \frac{7}{2} - \frac{3}{2} \quad 3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2} \quad \frac{7}{2} + 3\frac{1}{2}$$

¿Crees que en algunas se obtenga el mismo resultado? ¿Por qué?

Reflexiono

- ¿Recordabas cómo representar fracciones gráficamente? ¿Y resolver operaciones con fracciones?
- Escribe tu **estrategia** para resolver operaciones como las de la actividad 3.



Él es tan pero tan glotón que para Fiestas Patrias se comió tres empanadas y media.

¡Pero él se tomó 5 vasos de medio litro con jugo!

Los títeres se pueden confeccionar con distintos materiales reciclables. ¡Inténtalo!

En este tema trabajarás con fracciones y números mixtos y utilizarás distintas representaciones para resolver adiciones y sustracciones en el contexto de la resolución de problemas.

Fracciones impropias y números mixtos

Exploro

Karen y Nicolás participan en un taller de pintura ofrecido gratuitamente en una actividad en la que artistas trabajan sus obras en vivo para luego donarlas a una organización social.



- Pinta los depósitos de cada paleta para representar la cantidad de pintura que utilizaron Karen y Nicolás. Considera que los depósitos en blanco están vacíos.



- Considera que cada paleta representa un entero. Escribe el número mixto y la fracción impropia que corresponde a la cantidad de pintura que utilizó cada uno.



- Explica cómo realizaste lo anterior.



¿Qué diferencias hay entre un número mixto y una fracción impropia? Comenta con tus compañeros y compañeras.

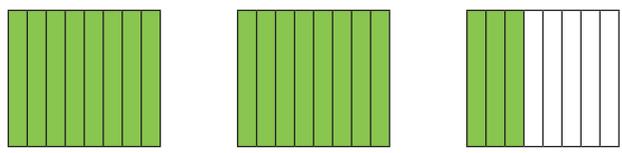
¿Recordabas los contenidos que te permitieron resolver las actividades? Ahora trabajarás la relación que hay entre fracciones impropias y números mixtos, usarás representaciones y aplicarás diversas estrategias.
Motívate a aprender y a reforzar tus conocimientos.

Aprendo

Las fracciones **impropias** son aquellas en las que el numerador es mayor que el denominador. Se pueden representar como **números mixtos**, los que se componen por una parte entera y una fracción propia.

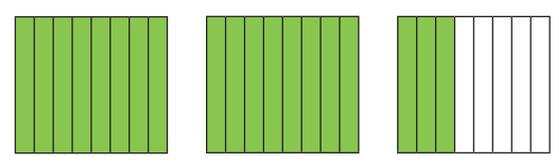
Ejemplo 1

Escribe el número mixto y la fracción impropia representada.



¿Cómo lo hago?

1 Identifica las fracciones correspondientes y escribe el número mixto.



$$\frac{8}{8} + \frac{8}{8} + \frac{3}{8} = 1 + 1 + \frac{3}{8} = 2 + \frac{3}{8} \rightarrow 2 \frac{3}{8}$$

2 Para determinar la fracción impropia cuenta los octavos pintados en la representación.

Hay 19 octavos, por lo que la fracción impropia corresponde a $\frac{19}{8}$.

Ejemplo 2

Representa la fracción $\frac{13}{5}$ como un número mixto.

¿Cómo lo hago?

1 Puedes dividir el numerador por el denominador de la fracción y calcular el cociente y el resto. Luego, escribe el número mixto, cuya parte entera será el cociente; el numerador, el resto y el denominador corresponderá al divisor.

$$13 : 5 = 2 \rightarrow \frac{13}{5} = 2 \frac{3}{5}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ -10 \\ \hline 3 \end{array}$$

2 También puedes representar la fracción como una suma y luego determinar el número mixto correspondiente.

$$\frac{13}{5} = \frac{5 + 5 + 3}{5} = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{3}{5} = 1 + 1 + \frac{3}{5} = 2 + \frac{3}{5} \rightarrow 2 \frac{3}{5}$$

Atención

Las **fracciones propias** son aquellas en las que el numerador es menor que el denominador.

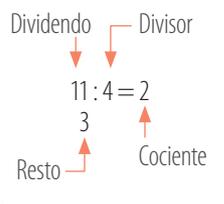
$$\frac{20}{47}$$

← Numerador
← Denominador

$$20 < 47$$

Atención

Los términos de una división son:



?

Representa gráficamente la fracción y el número mixto. ¿Corresponden las representaciones?

Habilidad

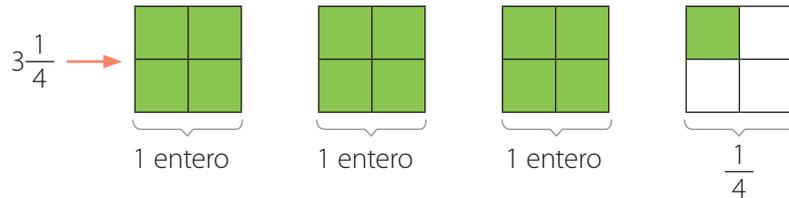
Cuando usas representaciones gráficas para comprender mejor la información, estás desarrollando la habilidad de **representar**.

Ejemplo 3

Representa el número mixto $3\frac{1}{4}$ como una fracción.

¿Cómo lo hago?

1 Representa gráficamente el número mixto.



El número $3\frac{1}{4}$ equivale a 3 enteros y $\frac{1}{4}$, por lo que corresponde a $3 + \frac{1}{4}$.

2 Representa el número mixto como una suma y escribe la fracción correspondiente.

$$3\frac{1}{4} = 3 + \frac{1}{4} = 1 + 1 + 1 + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4 + 4 + 4 + 1}{4} = \frac{13}{4}$$

A partir de la representación, puedes contar los cuartos pintados y escribir la fracción.

Como hay 13 cuartos, la fracción corresponde a $\frac{13}{4}$.

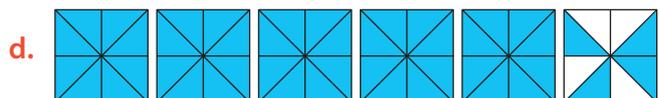
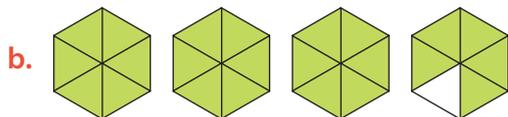
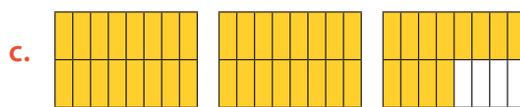
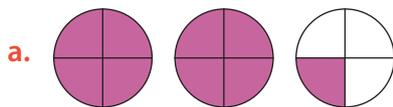
3 También puedes calcular el producto entre la parte entera y el denominador de la fracción y sumarlo con el numerador de ella. Este resultado será el numerador de la fracción impropia y se conserva el denominador.

$$3\frac{1}{4} = \frac{3 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{12 + 1}{4} = \frac{13}{4}$$

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Escribe como fracción impropia y como número mixto cada una de las siguientes representaciones.



2. Representa gráficamente cada fracción impropia o número mixto. Luego, escribe el número mixto o fracción, según corresponda.

a. $4\frac{3}{8}$

b. $\frac{15}{7}$

c. $5\frac{11}{16}$

d. $\frac{20}{17}$

3. Encierra el o los errores cometidos en cada transformación y luego corrígelos.

a. $12\frac{7}{15} = \frac{15 \cdot 12 + 7}{15} = \frac{116}{12}$

b. $4\frac{12}{17} = \frac{4 \cdot 17 + 12}{17} = \frac{116}{17}$

4. Escribe el número que debe ir en cada recuadro para que las fracciones sean equivalentes.

a. $\frac{3}{2} \rightarrow \frac{\square}{8} \rightarrow \frac{36}{\square} \rightarrow \frac{\square}{120}$

c. $\frac{2}{45} \rightarrow \frac{\square}{90} \rightarrow \frac{\square}{135} \rightarrow \frac{24}{\square}$

b. $\frac{\square}{11} \rightarrow \frac{7}{77} \rightarrow \frac{14}{\square} \rightarrow \frac{28}{\square}$

d. $\frac{\square}{3} \rightarrow \frac{20}{12} \rightarrow \frac{80}{\square} \rightarrow \frac{160}{\square}$

Atención

Para comparar fracciones puedes representarlas gráficamente y así determinar cuál de ellas considera una mayor o menor parte del entero.

5. Resuelve los siguientes problemas.

a. ¿Es posible representar una fracción impropia menor que 1? Explica.

b. En una receta se indica que se utilizarán $2\frac{3}{4}$ kg de harina y $\frac{5}{2}$ kg de frutilla.
¿Cuál de los dos productos se encuentra en mayor cantidad en la receta?

6. **Ciencias Naturales** Analiza la siguiente situación. Luego, responde las preguntas y compara tus procedimientos con los de tus compañeros y compañeras.

Las focas y los elefantes marinos son mamíferos que pasan la mayor parte del tiempo en los océanos. Andrea expresó la medida, en metros, de algunas de estas especies como fracciones y números mixtos.

Foca común $\rightarrow 1\frac{9}{10}$ m

Foca de Baikal $\rightarrow 1\frac{2}{5}$ m

Foca de Largha $\rightarrow \frac{9}{5}$ m

Foca anillada $\rightarrow \frac{8}{5}$ m

a. Representa gráficamente las medidas de cada foca.

b. Entre estas especies, ¿cuál es la foca de menor tamaño?

Reflexiono

• Explica cómo representas un número mixto y una fracción impropia gráficamente.

• Comenta con un compañero o una compañera alguna situación cercana que se relacione con fracciones o con números mixtos. Escríbela.

• ¿Qué es lo que más te motiva aprender en este tema? ¿Por qué?



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 18 a la 20.

Fracciones y números mixtos en la recta numérica

Exploro

Un grupo de amigos participa en una cicletada para niños. El recorrido está dividido en 5 tramos de 1 km cada uno. Los organizadores llevan el registro del avance de los participantes y muestran el lugar de la pista donde se encuentran.

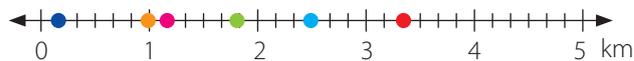


¿Cuál de los 4 participantes va más adelante en la pista?
¿Cómo lo supiste?

- Escribe la fracción o número mixto que corresponde a los kilómetros que ha recorrido cada participante desde la partida.



- ¿Qué puntos representados en la recta numérica corresponden a la ubicación de los participantes? Pinta con el color que corresponda.



Habilidad

Cuando comunicas de manera verbal o escrita tus razonamientos, estás desarrollando la habilidad de argumentar y comunicar.

- Si va en primer lugar y ha recorrido $3\frac{2}{3}$ km, ¿a cuántos kilómetros se encuentra el niño o la niña que está más cerca de ella? Explica tu procedimiento.

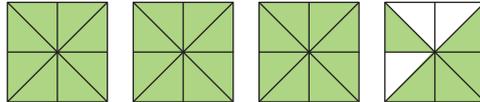
A continuación aprenderás a ubicar fracciones y números mixtos en la recta numérica y podrás resolver distintos problemas utilizando tus propias estrategias.
¡Activa tu curiosidad y relaciona la Matemática con tu vida diaria!

Aprendo

Las **fracciones** y los **números mixtos** los puedes representar en la **recta numérica**. Para ello, debes dividir equitativamente cada entero en tantas partes como indica el denominador de la fracción.

Ejemplo 1

Ubica en la recta numérica el número mixto representado.

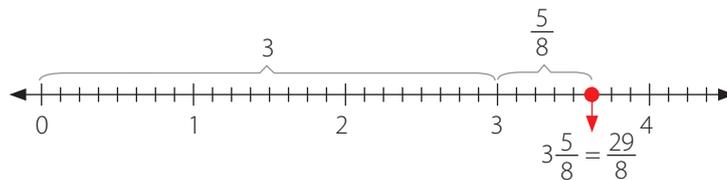


¿Cómo lo hago?

- 1 Dibuja la recta numérica y divide cada entero según el valor del denominador de la fracción del número mixto.

El número mixto es $3\frac{5}{8}$, por lo que cada entero lo divides en 8 partes iguales.

- 2 Ubica el número mixto considerando los enteros y la fracción.

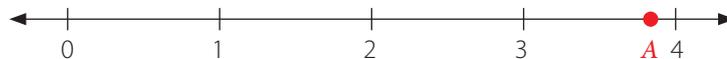


Atención

Para ubicar una **fracción impropia** en la **recta numérica**, divides cada entero según el valor del denominador y luego cuentas desde el cero hacia la derecha las partes que corresponden al numerador.

Ejemplo 2

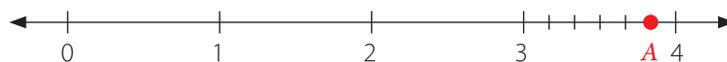
La distancia desde 3 a **A** es cinco veces la distancia desde **A** a 4. ¿Qué fracción y número mixto representa el punto **A** en la recta numérica?



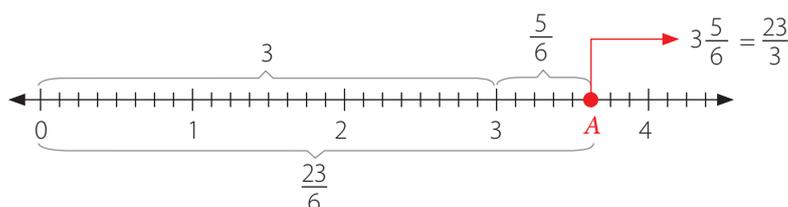
¿Cómo lo hago?

- 1 Determina en cuántas partes es conveniente dividir cada entero.

Puedes dividirlo en 6 partes, ya que de 3 a **A** hay cinco partes y una de **A** a 4.



- 2 Determina el número mixto y la fracción que representa **A**.



Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Ubica en la recta numérica las siguientes fracciones y números mixtos. Explica tu procedimiento.

a. $\frac{5}{2}$

c. $2\frac{7}{9}$

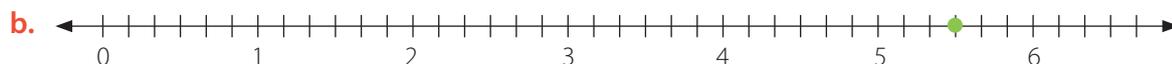
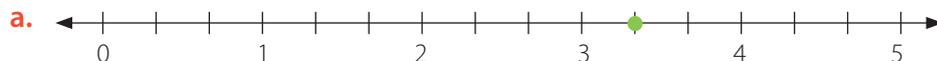
e. $\frac{10}{7}$

b. $3\frac{1}{3}$

d. $\frac{43}{10}$

f. $5\frac{2}{5}$

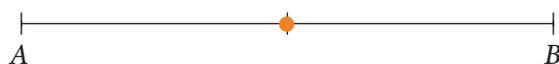
2. Identifica la fracción y el número mixto representados en la recta numérica.



3. Resuelve los siguientes problemas.

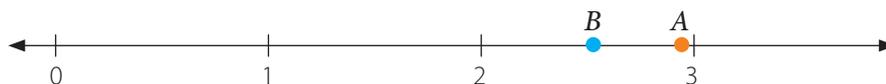
a. Mariela estima que la altura de un árbol del parque es de más de 2 y menos de 3 metros. Para verificar si está en lo correcto, mide el árbol y expresa la longitud como una fracción impropia. Si obtuvo que la altura del árbol equivale a $\frac{51}{20}$ m, ¿era correcta su estimación? Explica y comprueba ubicando los valores en la recta numérica.

b. Un automóvil que se mueve en línea recta va desde un punto *A* a otro punto *B* y se encuentra justo en la mitad del trayecto. Si luego avanza la tercera parte de lo que le queda por recorrer, ¿en qué fracción del trayecto va? ¿Cuánto le falta para llegar a *B*?



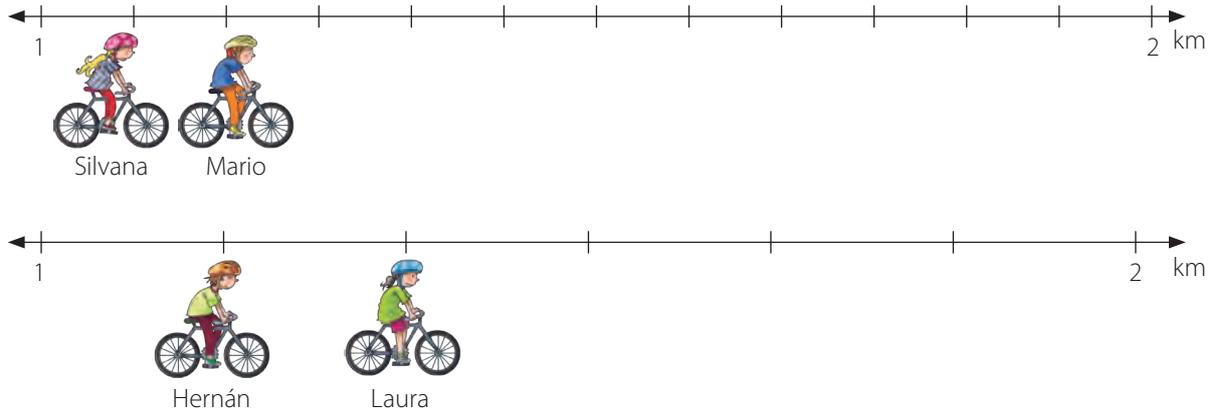
c. Escribe una fracción que sea menor que 5 y mayor que $4\frac{5}{6}$. ¿Cómo la determinaste? Compara tu procedimiento con el de tus compañeros y compañeras.

d. La distancia entre 2 y *A* es 12 veces la distancia que hay entre *A* y 3. Si *B* está justo en la mitad entre 2 y *A*, ¿cuál es la fracción que representa el valor de *B*?



 e. Julián encontró una vara que mide $2\frac{5}{8}$ m de largo y Martina, una de $2\frac{1}{2}$ m. Vicente tiene que buscar otra vara, cuya medida esté entre las otras dos. ¿Cuál podría ser su longitud? Explica cuál crees que es la mejor manera de resolver el problema y coméntala con un compañero o una compañera.

4. **Educación Física y Salud** Un grupo de niños y niñas andan por dos pistas de igual extensión en las que cada kilómetro se divide en tramos de igual longitud; una en 12 tramos y la otra en 6. En un momento del recorrido todos se detienen al final de un tramo y se encuentran en las siguientes ubicaciones:



- ¿Qué fracciones representan la ubicación de los niños y niñas en ambas pistas?
- Según los kilómetros recorridos, ¿en qué orden se encuentran los niños y niñas?
- ¿Cuál es la diferencia entre la fracción que representa la ubicación de Mario y la de Hernán? Explica.



5. **Reúnete con un compañero o una compañera y realicen la siguiente actividad.**

- Elijan cada uno una fracción que esté ubicada entre $\frac{4}{5}$ y 1.
- Intercambien y encuentrenles una fracción equivalente. Luego, para comprobar, ubiquen las fracciones en la recta numérica.
- Ahora, determinen la fracción que está ubicada justo en la mitad entre $\frac{8}{5}$ y 2.
- Encuentren, cada uno, una fracción o un número mixto equivalente a ese número.
- Intercambien, evalúen si son equivalentes y ubíquenlos en la recta numérica.
- Finalmente, escriban 3 conclusiones a partir de la actividad.

Atención

Las **fracciones equivalentes** son las que representan la misma parte del entero.

Reflexiono

- ¿Qué estrategias aplicaste para ubicar fracciones y números mixtos en la recta numérica?

- **Crea** un problema relacionado con fracciones y números mixtos y que esté vinculado a tu vida diaria.



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 21 a la 23.

Adición y sustracción de fracciones y números mixtos

Exploro

Actitud

El 5 de junio es el Día Mundial del Medioambiente y fue declarado por la Asamblea General de Naciones Unidas. Es un día para reflexionar y llevar a cabo medidas de acción sobre el cuidado del medioambiente.

Es muy importante que protejas el entorno natural y sus recursos para el buen desarrollo humano.

Fuente: educarchile. Disponible en <http://www.educarchile.cl>

Fabiola y Rodrigo están organizando, junto con otros compañeros y compañeras, una actividad para fomentar el cuidado del medioambiente. Para ello, realizan distintos aportes. ¿Qué opinas de esta iniciativa? ¿Qué acciones realizas diariamente para proteger tu mundo?



- Si expresas el número mixto $3\frac{3}{4}$ en adiciones de $\frac{3}{4}$, ¿qué expresión obtienes? Remarca el recuadro.

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$$

- ¿Cuántos litros de jugo estimas que aportarán Fabiola y su hermano?

- Representa gráficamente la cantidad de pintura que donará Rodrigo.

$\frac{1}{3} \rightarrow$

$3\frac{1}{8} \rightarrow$

$\frac{5}{2} \rightarrow$

- ¿Cómo representarías la suma de los litros de pintura? Explica.

¿Recuerdas cómo sumar y restar fracciones propias? Ahora podrás repasar esos procedimientos y además aprenderás a resolver operaciones entre fracciones y entre números mixtos. Intenta relacionar estos contenidos con tu realidad y recuerda siempre **cuidar tu entorno y los recursos naturales.**



¿Cómo puedes igualar los denominadores de las fracciones que corresponden a los litros de pintura?

Aprendo

Para resolver **adiciones** o **sustracciones** de **fracciones** debes considerar lo siguiente:

- Si tienen **igual denominador**, sumas o restas los numeradores según corresponda y conservas el denominador.
- Si tienen **distinto denominador**, puedes amplificar o simplificar las fracciones para igualar sus denominadores y luego resolver la operación. También puedes calcular el mínimo común múltiplo para determinar el denominador común de las fracciones.

Ejemplo

En una receta se indica que se deben combinar $\frac{1}{2}$ L de leche con $\frac{2}{5}$ L de agua. Si Francisca utilizará $\frac{3}{4}$ L de la mezcla, ¿cuánto le sobraré?

¿Cómo lo hago?

- 1 Amplifica las fracciones de manera que el denominador de cada una corresponda al mcm entre 2, 4 y 5, que es 20.

$$\frac{1 \cdot 10}{2 \cdot 10} = \frac{10}{20}$$

$$\frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{8}{20}$$

$$\frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}$$

- 2 Resuelve las operaciones y luego responde la pregunta.

$$\left(\frac{10}{20} + \frac{8}{20}\right) - \frac{15}{20} = \frac{18}{20} - \frac{15}{20} = \frac{3}{20}$$

A Francisca le sobraré $\frac{3}{20}$ L de la mezcla.

Para resolver **adiciones** o **sustracciones** de **números mixtos**, puedes representarlos como fracciones impropias y luego resolver.

Ejemplo

Resuelve la adición $3\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2}$.

¿Cómo lo hago?

- 1 Representa como fracción impropia los números mixtos.

$$3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$$

$$2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

- 2 Iguala los denominadores de las fracciones y resuelve la adición.

$$\frac{15}{4} + \frac{5}{2} = \frac{15}{4} + \frac{10}{4} = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$$

Atención

- Para **amplificar** una fracción, multiplicas el numerador y el denominador por el mismo número natural.
- Para **simplificar** una fracción, divides el numerador y el denominador por el mismo número natural.
- Al momento de amplificar o simplificar una **fracción**, obtienes una fracción **equivalente**.

Atención

Cuando es posible, el resultado se simplifica hasta obtener una **fracción irreducible**, es decir, que no la puedes seguir simplificando. El resultado lo puedes expresar como fracción o número mixto cuando corresponda.



Resuelve la adición mediante una representación gráfica. Explica tu procedimiento.



Un estudiante resuelve las operaciones de la siguiente forma:

$$3\frac{3}{15} + 1\frac{1}{2} + 2\frac{3}{5} - 1\frac{2}{10}$$

$$5 + \frac{33}{30} = 5 + 1\frac{1}{10} = 6\frac{1}{10}$$

¿Crees que es correcto su desarrollo?

¿Podrás aplicar este procedimiento en todos los casos? Comenta con el resto del curso.

Para resolver **adiciones** y **sustracciones** entre **fracciones** y **números mixtos**, puedes representar los números mixtos como fracciones impropias y luego resolver.

Ejemplo 1

Calcula el valor de la siguiente expresión: $3\frac{3}{15} + \frac{3}{2} + \frac{13}{5} - 1\frac{2}{10}$.

¿Cómo lo hago?

- 1 Expresa los números mixtos como fracciones impropias.

$$3\frac{3}{15} = \frac{48}{15} \qquad 1\frac{2}{10} = \frac{12}{10}$$

- 2 Iguala los denominadores de las fracciones y resuelve las operaciones.

$$\frac{48}{15} + \frac{3}{2} + \frac{13}{5} - \frac{12}{10} = \frac{96}{30} + \frac{45}{30} + \frac{78}{30} - \frac{36}{30} = \frac{183}{30}$$

- 3 Simplifica el resultado.

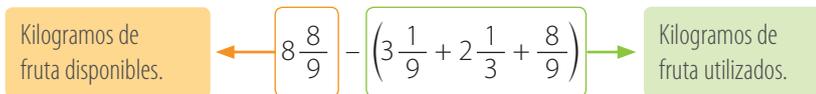
$$\frac{183}{30} = \frac{183 : 3}{30 : 3} = \frac{61}{10} = 6\frac{1}{10}$$

Ejemplo 2

En una muestra gastronómica de varios países se usa un programa computacional para llevar el registro de la cantidad de alimentos consumidos, el cual entrega los resultados expresados como fracciones o números mixtos. En un stand utilizaron $3\frac{1}{9}$ kg de frutas para degustaciones durante la mañana, luego $2\frac{1}{3}$ kg a mediodía y por último $\frac{8}{9}$ kg en la tarde. Si disponían de $8\frac{8}{9}$ kg, ¿cuántos kilogramos de fruta quedaron?

¿Cómo lo hago?

- 1 Identifica los datos y representa la información del problema.



- 2 Transforma los números mixtos en fracciones impropias.

$$\frac{80}{9} - \left(\frac{28}{9} + \frac{7}{3} + \frac{8}{9} \right)$$

- 3 Resuelve las operaciones.

$$\frac{80}{9} - \left(\frac{28}{9} + \frac{7}{3} + \frac{8}{9} \right) = \frac{80}{9} - \left(\frac{28}{9} + \frac{21}{9} + \frac{8}{9} \right) = \frac{80}{9} - \frac{57}{9} = \frac{23}{9} = 2\frac{5}{9}$$

Luego, en el stand quedaron $2\frac{5}{9}$ kg de fruta.

Uso de software

Ingresa a <http://www.educapeques.com> y podrás realizar actividades relacionadas con fracciones utilizando un software educativo.

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Representa gráficamente las siguientes adiciones y sustracciones y escribe el resultado.

a. $\frac{1}{5} + \frac{3}{5}$

b. $\frac{5}{2} - \frac{1}{4}$

c. $2\frac{3}{10} + 1\frac{1}{5}$

d. $\frac{13}{10} - \frac{6}{5}$

2. Resuelve las siguientes operaciones. Si es posible, simplifica.

a. $\frac{2}{3} + \frac{5}{3}$

c. $\frac{3}{7} + \frac{5}{4} - \frac{1}{7}$

e. $\frac{8}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

b. $1\frac{7}{5} - \frac{8}{5}$

d. $7 + 8\frac{2}{5} - 5\frac{1}{10}$

f. $3\frac{5}{8} - \frac{3}{16} + \frac{25}{4}$

3. Un estudiante necesita $\frac{3}{4}$ L de pintura para un trabajo del colegio; una compañera, $\frac{1}{2}$ L, y otro estudiante dice que gastará 1 litro. Ellos se ponen de acuerdo en comprar $1\frac{1}{2}$ L de pintura. ¿Es correcta su decisión? Justifica.

4. Si se suman dos fracciones que tienen igual denominador, ¿el resultado es siempre un número mayor que 1? Argumenta tu respuesta.

5. Valentina estima que al mezclar $2\frac{1}{6}$ L de jugo de uva con $1\frac{1}{2}$ L de agua, obtendrá 4 L de la mezcla. ¿Estás de acuerdo? Justifica.

6. Analiza cada desarrollo. Luego, identifica el error y corrígelo.

$$\begin{aligned} \text{a. } \frac{3}{4} + \frac{3}{5} - \frac{1}{10} &= \frac{15}{20} + \frac{12}{20} - \frac{1}{20} \\ &= \frac{27}{20} - \frac{1}{20} \\ &= \frac{26}{20} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } 3\frac{1}{6} + 1\frac{1}{4} - \frac{1}{10} &= 3\frac{10}{60} + 1\frac{15}{60} - \frac{10}{60} \\ &= 4\frac{35}{60} \\ &= \frac{275}{60} \end{aligned}$$

7. Determina si cada igualdad es verdadera o falsa. Justifica tu respuesta.

a. $\frac{8}{3} + \frac{5}{2} = 2\frac{2}{3} + 2\frac{1}{2}$

c. $\frac{15}{8} + \frac{13}{2} - \frac{2}{5} = \frac{15 + 13 - 2}{8 + 2 - 5}$

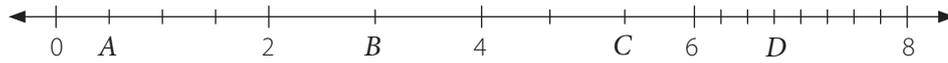
b. $\frac{11}{5} - 1\frac{1}{15} = \frac{11}{15} - \frac{2}{15}$

d. $4\frac{2}{17} - \frac{2}{17} = 4$



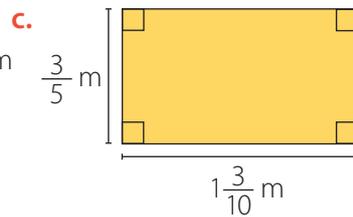
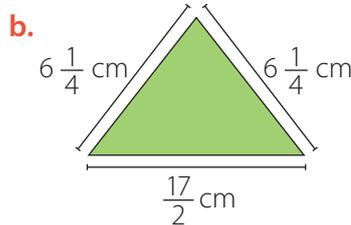
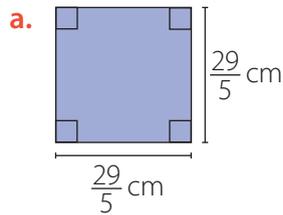
8. Reúnete con un compañero o una compañera y realicen las actividades.

La siguiente recta numérica entre 0 y 2 está dividida en cuatro partes iguales; entre 2 y 4, en dos; entre 4 y 6, en tres, y entre 6 y 8, en ocho partes iguales.



- Representen una estimación de $A + B$ y de $B + C$ en la recta numérica. Elijan una expresión cada uno. Luego, comparen sus estrategias y evalúen cuál es la más adecuada.
- Determinen el valor de A , B , C y D y calculen las sumas anteriores. ¿Corresponden a las estimaciones que hicieron?
- Representen una estimación de $B + D - C$ y de $C + D - B$ en la recta numérica. Elijan una cada uno. Luego, expliquen su procedimiento a su compañero o compañera.
- Comprueben sus estimaciones anteriores calculando el valor de cada expresión.

9. Geometría Determina el perímetro de las siguientes figuras.



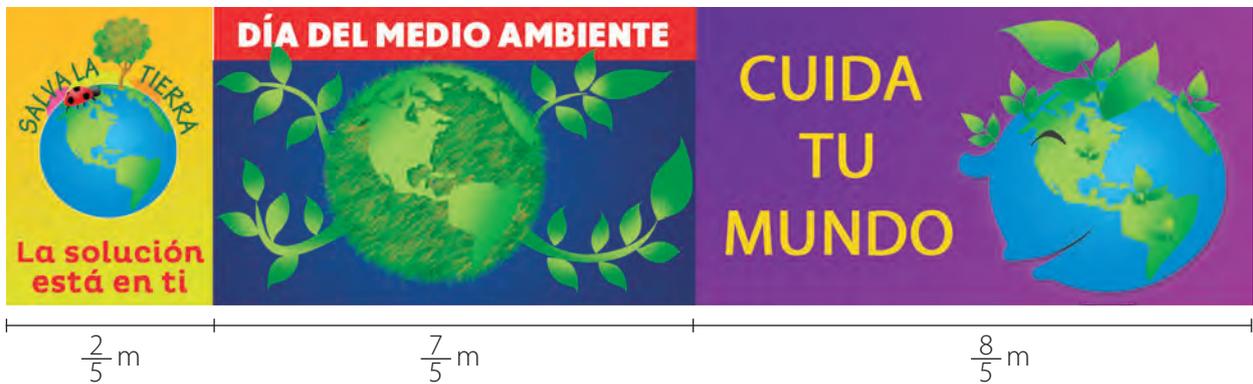
Atención

El **perímetro** de una figura corresponde a la suma de las medidas de todos sus lados.

10. Resuelve los siguientes problemas.

- Un artista demora 1 hora y cuarto en preparar una pared para realizar una pintura y 2 horas y media en pintarla.
 - Representa gráficamente el tiempo que demorará en realizar cada uno de los procesos que tiene el trabajo.
 - Calcula el tiempo que demorará en efectuar el trabajo.
- Sergio lleva el registro de su entrenamiento y expresa la cantidad de horas como fracciones. Si el lunes entrenó durante $\frac{39}{50}$ h, el martes $\frac{3}{25}$ h más que el lunes y el miércoles $1\frac{1}{10}$ h, ¿cuánto tiempo entrenó en total durante los tres días?
- Benito tiene un reloj que le entrega las distancias recorridas expresadas como fracciones. Al ir desde su casa hasta la de un amigo, observa en su reloj que caminando avanzó $\frac{11}{12}$ km, trotando $\frac{3}{10}$ km y corriendo $\frac{1}{6}$ km. ¿Cuántos kilómetros recorrió en total?
- Angélica sigue una receta que indica mezclar $\frac{9}{5}$ kg de harina, $\frac{1}{4}$ kg de azúcar y $\frac{11}{50}$ kg de frutos secos. ¿Cuántos kilogramos de la mezcla estimas que tiene Angélica? Comprueba calculando el valor exacto.

- e. Una máquina entrega el tiempo, expresado como número mixto, que demora una persona en los 3 procesos de elaboración de un producto. Si los tiempos de Carlos fueron $15\frac{3}{4}$ min en el primer proceso; $5\frac{3}{10}$ min en el segundo y en el tercero $4\frac{1}{12}$ min, ¿cuánto demoró en total?
- f. En una botella de $2\frac{1}{4}$ L de capacidad queda la mitad de jugo. ¿Cuántos litros de jugo faltan para llenarla? Explica tu procedimiento y compáralo con el de tus compañeros y compañeras.
- g. ¿Qué número natural se puede sumar al numerador y restar al denominador de la fracción $\frac{8}{15}$ para que resulte una fracción impropia que esté entre $\frac{7}{5}$ y 2? ¿Es único? Argumenta tu respuesta.
11. Observa la imagen de los carteles que hizo un grupo de estudiantes para el Día del Medioambiente, en los cuales expresaron las medidas como fracciones.



- a. ¿Cuántos metros miden en total los tres carteles?
- b. ¿Cuánto más mide el tercer cartel que el primero?

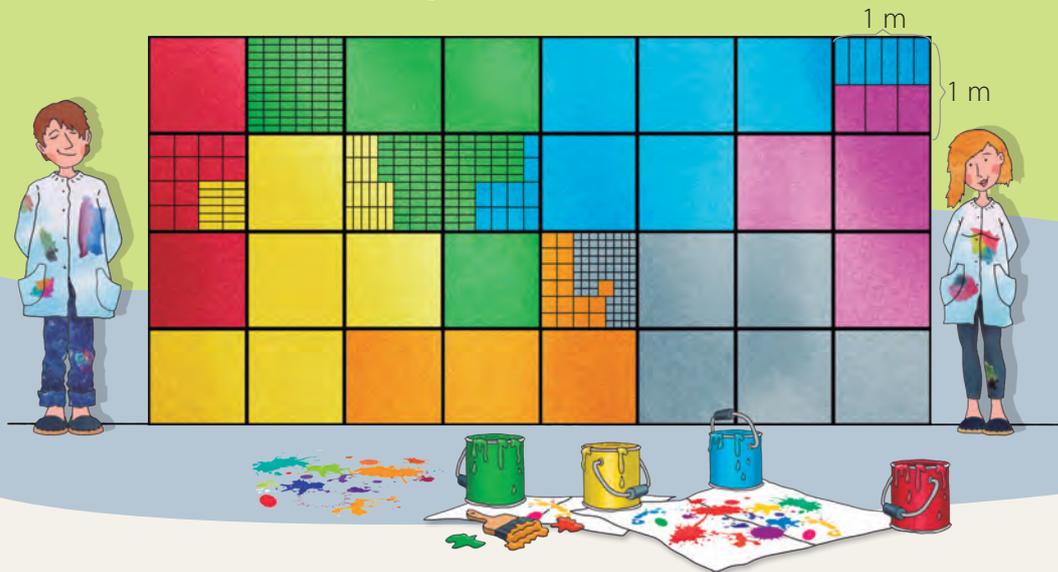
Reflexiono

- ¿Qué estrategia crees que es la más adecuada para resolver operaciones entre fracciones y números mixtos?
- ¿Qué pasos seguiste para resolver los problemas? Escríbelos.
- ¿Tuviste alguna dificultad al explicar tus procedimientos? ¿Escuchaste el razonamiento de tus compañeros y compañeras?

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.

En muchos lugares se crean muestras de arte en las calles. Una de ellas son los diseños con mosaicos, que son elaborados con pequeñas piezas de diversos materiales, formas y colores, para conformar composiciones decorativas.

En una pared, un grupo de artistas realizó un diseño en el que combinaron paneles cuadrados de 1 m^2 de área con mosaicos en ciertos lugares de la obra.



1. Escribe como número mixto y como fracción los metros cuadrados que ocupa cada color. (1 punto cada una)
2. Ubica en la recta numérica la fracción que corresponde a cada uno de los colores. (1 punto cada una)
3. Calcula la suma entre las fracciones correspondientes a los siguientes colores. Explica tu procedimiento. (1 punto cada una)
 - a. Amarillo y verde.
 - b. Gris y anaranjado.
 - c. Celeste y amarillo.
4. ¿Cuántos metros cuadrados más que el color rojo abarcan los colores verde y celeste juntos? (2 puntos)
5. ¿Qué estrategia crees que es más adecuada para sumar o restar fracciones impropias? Explica y da un ejemplo. (2 puntos)
6. Los artistas demoraron 3 días en terminar su obra. El primer día realizaron $\frac{1}{4}$ del total; el segundo día, $\frac{1}{2}$ de lo que les faltaba, y el tercer día, el resto. ¿Qué fracción de la obra lograron realizar al término del segundo día? (3 puntos)

7. **Crea** dos preguntas a partir de la información inicial y que se relacionen con fracciones y números mixtos. Luego, respóndelas. (2 puntos cada una)

 Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1	<ul style="list-style-type: none"> Escribir fracciones impropias como números mixtos y viceversa. 		Logrado: 17 puntos o más. Medianamente logrado: 14 a 16 puntos. Por lograr: 13 puntos o menos.
2	<ul style="list-style-type: none"> Representar fracciones y números mixtos en la recta numérica. 		
3, 4 y 5	<ul style="list-style-type: none"> Resolver adiciones y sustracciones de fracciones y números mixtos. 		
6 y 7	<ul style="list-style-type: none"> Resolver problemas que involucran adiciones y sustracciones de fracciones y números mixtos. 		
Total →		<input type="text"/>	

¡Excelente! Ahora que ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 2, analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad.

Reflexiono

- ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste al inicio del tema en la página 35? ¿Usaste otras?

- ¿Qué fue lo que te causó mayor interés en el desarrollo de este tema?

- ¿Qué podrías mejorar en las siguientes clases? Remarca el o los recuadros.

Reforzar mis conocimientos.

Participar más en clases.

Escuchar el razonamiento de mis compañeros y compañeras.

Otro(s): _____

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 3.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.



1. Completa con los siguientes términos.

verticalmente

décimos

sumar

enteros

Para saber cuántos kilogramos llevará en total, Andrés debe _____ los kilogramos de mote, de huesillos y de azúcar. Para eso, ordena los números _____ y los alinea según la coma. Luego, una amiga de Andrés compra 2,6 kg de huesillos, cuyo número decimal corresponde a 2 _____, 6 _____.

2. Resuelve las siguientes operaciones.

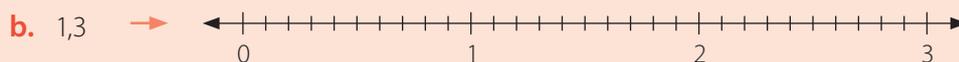
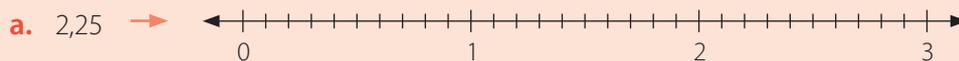
a. $2,25 + 1,3 + 0,75$

b. $2,25 - 1,3 + 0,75$

c. $75 : 4$

d. $75 \cdot 4$

3. Representa en la recta numérica los siguientes números decimales.



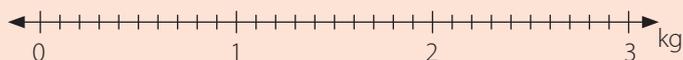
4. Ordena de menor a mayor los números de la actividad 3.

< <

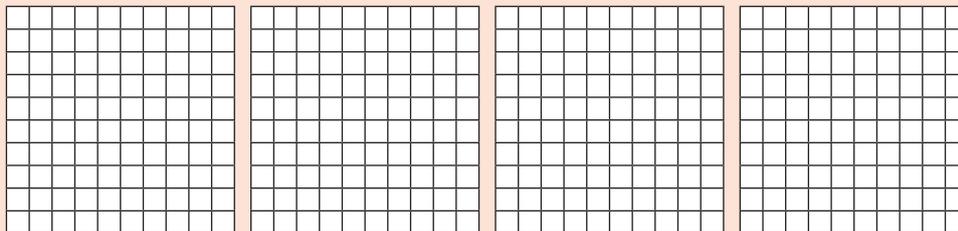
Diseño mi estrategia

Observa la imagen y desarrolla las actividades.

- Si una persona compra 5 bolsas de frutos secos, ¿cuántos kilogramos comprará? Representa en la recta numérica los kilogramos de cada bolsa de frutos secos hasta completar 5.



- Si se quiere dividir en partes iguales el contenido del envase de mermelada en 4 envases, ¿cuántos kilogramos tendrá cada uno? Representa gráficamente la situación.



- ¿Qué operación se puede relacionar con lo realizado en la actividad 1? ¿Y en la actividad 2? Explica.

Reflexiono

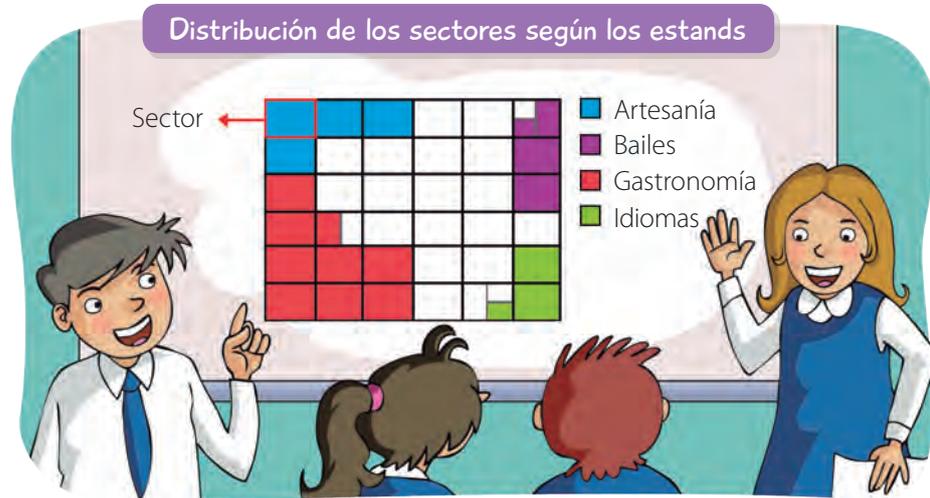
- ¿Qué operaciones resolviste con números decimales en años anteriores?
-
- Escribe tu **estrategia** para resolver problemas como los propuestos en las actividades 1 y 2.
-
-

En este tema trabajarás con los números decimales y utilizarás distintas representaciones para resolver multiplicaciones y divisiones en el contexto de la resolución de problemas.

Multiplicación de números decimales

Exploro

En el colegio de Matías todos los años se lleva a cabo una jornada intercultural. Para ello, se divide el patio en sectores para distribuir los stands. Además, la dirección regala 1,6 kg de frutas para los voluntarios que participan en la actividad por cada sector que tenga el stand.



Atención

Para sumar o restar números decimales, se ordenan de manera vertical alineando la coma y luego se resuelve.

- Escribe la cantidad de sectores que le corresponde a cada stand con números decimales. Guíate por el ejemplo.

Bailes →

Gastronomía →

Artesanía →

Idiomas →

- Los organizadores necesitan conocer cuántos sectores corresponden entre los stands de idiomas y gastronomía. ¿Cómo lo pueden calcular? Escribe la operación.

- ¿Cuántos kilogramos de fruta le corresponden al stand de bailes? ¿Y al de artesanía? Explica tu procedimiento.



¿Cómo puedes expresar el número decimal 8,5 como una fracción de denominador 10? Representalo gráficamente.

En años anteriores estudiaste la adición y sustracción de números decimales. Ahora aprenderás a resolver multiplicaciones de números decimales y representarlas. Recuerda **aclarar tus dudas** en clases.

Aprendo

Para **multiplicar un número decimal por un número natural**, desarrollas la operación y en el producto desplazas la coma de derecha a izquierda tantos lugares como cifras decimales tenga el factor decimal.

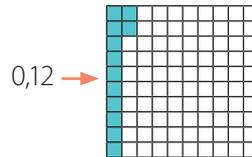
También puedes representar gráficamente el número decimal tantas veces como indique el número natural.

Ejemplo 1

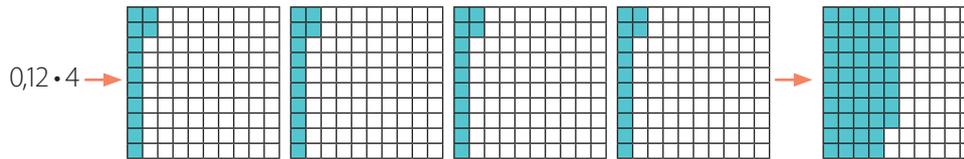
Calcula el producto entre 0,12 y 4 usando una representación gráfica.

¿Cómo lo hago?

- 1 Representa gráficamente el número decimal.



- 2 Representa el número decimal las veces que indica el número natural.



- 3 Representa simbólicamente la multiplicación y el producto.

$$0,12 \cdot 4 = 0,48$$

Ejemplo 2

Calcula el producto entre 3,15 y 12.

¿Cómo lo hago?

- 1 Resuelve la multiplicación. Luego, cuenta las cifras decimales y ubica la coma en el producto.

$$\begin{array}{r}
 3,15 \cdot 12 \\
 \hline
 630 \\
 + 315 \\
 \hline
 37,80
 \end{array}$$

2 cifras decimales

2 cifras decimales

- 2 El producto es 37,80. Los ceros que estén a la derecha de la última cifra decimal distinta de cero los puedes no considerar, es decir, $37,80 = 37,8$.

Habilidad

Cuando usas representaciones para comprender mejor la información, estás desarrollando la habilidad de **representar**.



¿La multiplicación $0,12 \cdot 4$ es equivalente a $4 \cdot 0,12$? ¿Por qué?

Atención

Para resolver $3,15 \cdot 12$, puedes realizar lo siguiente.

- Multiplica 3,15 por 100 para expresarlo como un número natural.
 $3,15 \cdot 100 = 315$
- Calcula el producto.
 $315 \cdot 12 = 3780$
- Divide por el mismo número que multiplicaste 3,15 al comienzo.
 $3780 : 100 = 37,8$
- Luego, $3,15 \cdot 12 = 37,8$.

Atención

La **multiplicación** se puede asociar al cálculo del área de un rectángulo, por lo que para resolver $0,7 \cdot 0,4$ puedes calcular el área de un rectángulo de lados $0,7$ y $0,4$ unidades.

Para **multiplicar dos números decimales**, realizas la operación y desplazas la posición de la coma de derecha a izquierda tantos lugares como cifras decimales tengan entre ambos factores.

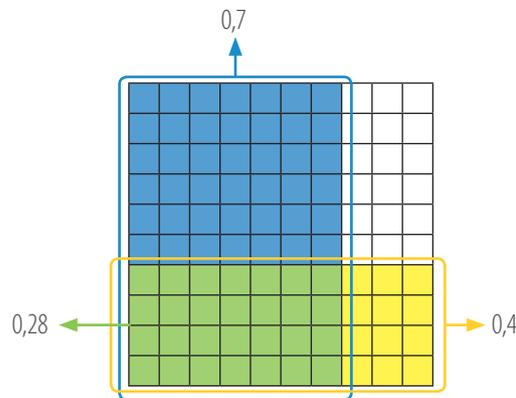
También puedes usar una representación gráfica.

Ejemplo 1

Calcula la multiplicación $0,7 \cdot 0,4$ usando una representación gráfica.

¿Cómo lo hago?

- 1 Representa los décimos y determina su intersección.



- 2 La intersección de los décimos corresponde a $0,28$, que es el producto entre $0,7$ y $0,4$.

Ejemplo 2

Resuelve la multiplicación $2,25 \cdot 3,7$.

¿Cómo lo hago?

- 1 Realiza la operación. Para ello, multiplica como si los números fuesen naturales. Luego, cuenta las cifras decimales que hay entre los dos factores y ubica la coma en el producto.

$$\begin{array}{r}
 \text{2 cifras decimales} \\
 \begin{array}{r}
 2,25 \cdot 3,7 \rightarrow \text{1 cifra decimal} \\
 \hline
 1575 \\
 + 675 \\
 \hline
 8,325 \rightarrow \text{3 cifras decimales}
 \end{array}
 \end{array}$$

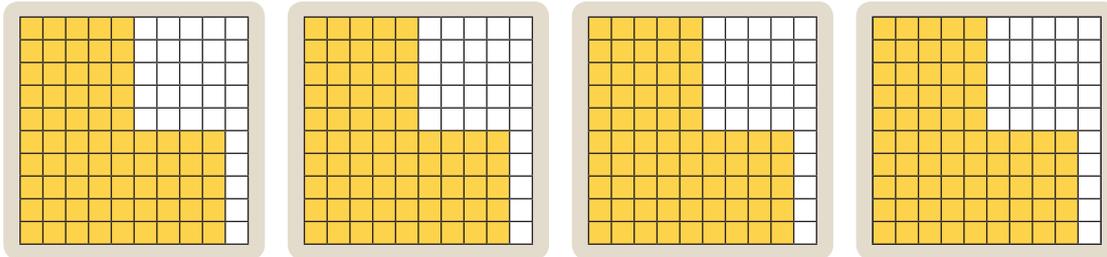
- 2 Como la suma de las cifras decimales de los factores es 3, el producto tendrá 3 cifras decimales. Finalmente, el producto de la multiplicación $2,25 \cdot 3,7$ es $8,325$.

Practico

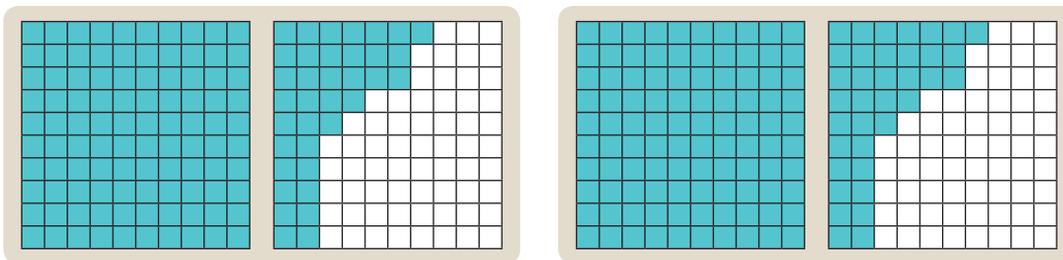
Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Escribe una multiplicación que se relacione con las siguientes representaciones y calcula el producto.

a.



b.



2. Resuelve las siguientes multiplicaciones.

a. $0,21 \cdot 2$

b. $3 \cdot 0,5$

c. $0,8 \cdot 5,3$

d. $0,721 \cdot 4$

e. $1,2 \cdot 5$

f. $6,23 \cdot 2,1$

g. $0,06 \cdot 2$

h. $6 \cdot 0,7$

i. $2,1 \cdot 1,02$

j. $1,123 \cdot 12$

k. $15 \cdot 11,015$

l. $1,18 \cdot 10,3$

3. Completa la siguiente tabla y luego responde.

Multiplicación	$1 \cdot 0,1$	$10 \cdot 0,1$	$100 \cdot 0,1$	$1 \cdot 0,01$	$10 \cdot 0,01$	$100 \cdot 0,01$
Producto						

a. ¿Qué regularidad observas en las multiplicaciones?

b. Al resolver $1 \cdot 0,001$, $10 \cdot 0,001$ y $100 \cdot 0,001$, ¿en qué se relacionan con los productos que calculaste en la tabla?

4. A partir de lo obtenido en el ítem 3, calcula cada multiplicación.

a. $0,57 \cdot 1$

b. $0,7 \cdot 10$

c. $0,5 \cdot 10$

d. $0,04 \cdot 100$

e. $0,456 \cdot 10$

f. $0,116 \cdot 100$

g. $12,41 \cdot 10$

h. $8,005 \cdot 1$

i. $2,8 \cdot 100$

Habilidad

Cuando en una situación identificas regularidades y usas simbología matemática para expresarla, estás desarrollando la habilidad de **modelar**.

5. Analiza cada desarrollo e identifica el o los errores cometidos. Luego, corrígelos.

a. $12,75 \cdot 3,2 =$

$$\begin{array}{r} 12,75 \cdot 3,2 \\ 2550 \\ + 3825 \\ \hline 40,700 \end{array}$$

$12,75 \cdot 3,2 = 40,7$

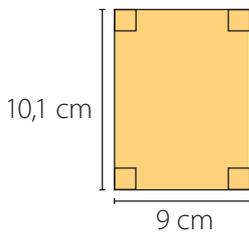
b. $6,7 \cdot 4,89 =$

$$\begin{array}{r} 6,7 \cdot 4,89 \\ 603 \\ 536 \\ + 268 \\ \hline 327,63 \end{array}$$

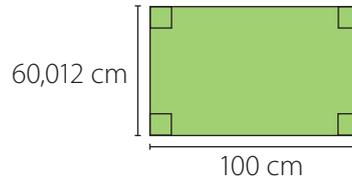
$6,7 \cdot 4,89 = 327,63$

6. **Geometría** Determina el área de los siguientes rectángulos.

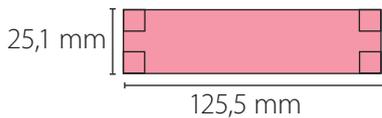
a.



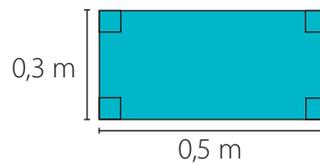
c.



b.

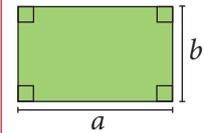


d.



Atención

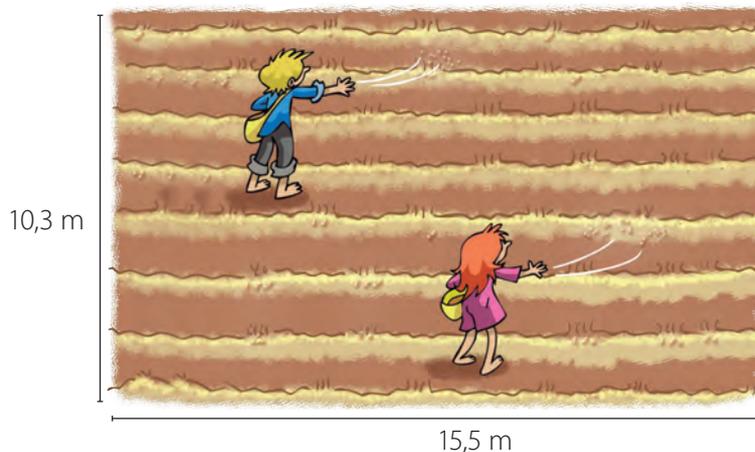
Para calcular el área de un rectángulo, multiplicas la medida de su largo por la medida de su ancho.



Área $\rightarrow a \cdot b$

7. Resuelve los siguientes problemas.

- Un automóvil recorre un circuito en 12,57 s. ¿Cuántos segundos demora en completar 8 vueltas?
- La temperatura de un horno aumenta en 3,18 °C por segundo. ¿Cuál será su temperatura luego de 45 s?
- Claudia tiene tres herramientas cuya masa es de 12,25 kg cada una, dos de 6,75 kg cada una y cuatro herramientas de 3,125 kg cada una. ¿Cuántos kilogramos tiene entre todas las herramientas?
- Bárbara y Marcelo siembran papas en un terreno rectangular como el que se muestra a continuación. Por metro cuadrado obtienen 3,5 kg de papas, los que se venderán a \$ 400 cada uno. ¿Cuántos kilogramos de papas obtendrán? ¿Cuánto dinero recibirán si las venden todas?



- e. En una bolsa se guarda 0,25 kg de queso. ¿Cuánto queso contienen 1,5 de estas bolsas?
- f. Ricardo compra 8 bebidas de 2,5 L cada una. Durante una fiesta se consumen 4,75 de ellas. ¿Cuántos litros de bebida quedaron?
- g. Una pared tiene 3,5 m de alto y 7 m de largo. Si por cada metro cuadrado se deben utilizar 0,25 L de pintura, ¿cuántos litros de pintura se necesitan para cubrir dicha pared?
- h. Una máquina demora 1,35 h en lavar y secar 6 m² de alfombra. Si un día se deben limpiar 21 m² de alfombra, ¿cuánto tiempo tardará?
- i. En confeccionar 3,9 m de guirnaldas un artefacto tarda una hora. ¿Cuántos metros de guirnaldas se fabricarán en dos horas y media?

8. **Educación Física y Salud** A continuación se muestra el tiempo promedio que demoran en completar 100 m un grupo de nadadores.

Nadador	Tiempo a los 100 m
	40,45 s
	38,63 s
	40,03 s

Atención

La **multiplicación** entre un número decimal y un número natural la puedes representar como una suma de fracciones. Por ejemplo, al calcular $0,3 \cdot 2$, obtienes:

$$\frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{6}{10} = 0,6$$

- a. Si recorren 4 veces los 100 m, ¿cuánto demorará cada uno?
- b. ¿Quién demorará menos?

Reflexiono

- ¿Qué estrategias aplicaste para multiplicar números decimales?

- ¿Qué pasos seguiste para resolver los problemas? Compáralos con los de un compañero o una compañera?

- ¿Participaste en clases y aclaraste tus dudas?



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 28 a la 30.

División de números decimales

Exploro

Actitud

Historia de un oso es un cortometraje chileno que trata de un oso que cuenta la historia de su vida a través de un teatro de marionetas que él mismo construyó. El año 2016 ganó un Óscar por mejor cortometraje de animación.

Fuente: Radio Universidad de Chile.

En el taller de cine les pidieron a los estudiantes que realizaran un cortometraje para practicar lo aprendido. Nicolás y Alejandra están organizando su trabajo.



- Representa gráficamente el número decimal que corresponde a la duración del cortometraje.

- ¿Puedes agrupar lo anterior en 8 partes iguales? ¿Por qué?

- ¿Cómo puedes calcular la duración de cada una de las ocho grabaciones del cortometraje? Explica.



Compara tu respuesta con la de un compañero o compañera y argumenten sus procedimientos.

Ya trabajaste la multiplicación de números decimales. Ahora estudiarás la división y resolverás distintas actividades. **Refuerza tus conocimientos** y elabora preguntas para encontrar la solución a los problemas presentados.

Aprendo

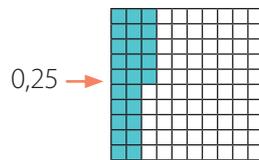
Para **dividir un número decimal por un número natural**, realizas la operación y en el cociente ubicas la coma al momento de utilizar la primera cifra decimal del dividendo. Luego, continúas dividiendo. También puedes emplear una representación gráfica.

Ejemplo 1

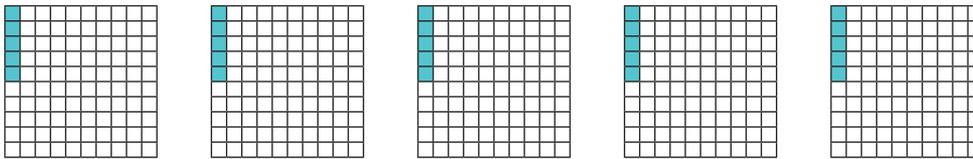
Calcula el cociente de la división $0,25 : 5$. Para ello, usa una representación gráfica.

¿Cómo lo hago?

- 1 Representa gráficamente el dividendo de la división.



- 2 Reparte los centésimos en partes iguales y cuenta los que quedan en cada parte.



Luego, tienes que $0,25 : 5 = 0,5$.

Ejemplo 2

Resuelve la división $16,14 : 3$.

¿Cómo lo hago?

- 1 Realiza la división y ubica la coma en el cociente cuando tengas que “bajar” la primera cifra decimal del dividendo.

$$\begin{array}{r} 16,14 : 3 = 5 \\ - 15 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16,14 : 3 = 5, \\ - 15 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16,14 : 3 = 5,3 \\ - 15 \\ \hline 11 \\ - 9 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16,14 : 3 = 5,38 \\ - 15 \\ \hline 11 \\ - 9 \\ \hline 24 \\ - 24 \\ \hline 0 \end{array}$$

- 2 Luego, obtienes que $16,14 : 3 = 5,38$.



¿Puedes usar la recta numérica para representar una división entre un número decimal y un número natural? Explica y da un ejemplo.

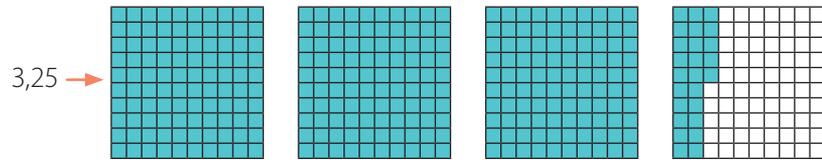
Para **dividir dos números decimales** debes considerar la cantidad de cifras decimales del dividendo y las del divisor y luego multiplicar por 10, 100, 1 000, ... según aquel que tenga mayor cantidad de cifras decimales.

Ejemplo 1

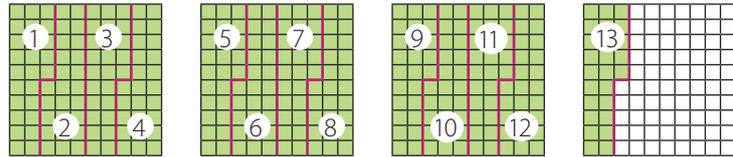
Calcula usando una representación gráfica el cociente de la división $3,25 : 0,25$.

¿Cómo lo hago?

- 1 Representa gráficamente el dividendo de la división.



- 2 Identifica cuántas veces es posible representar el divisor en el dividendo.



- 3 Como 0,25 lo puedes representar 13 veces en 3,25, entonces $3,25 : 0,25 = 13$.

Ejemplo 2

Calcula el cociente de la división $1,18 : 0,2$.

¿Cómo lo hago?

- 1 Cuenta las cifras decimales del dividendo y las del divisor y multiplícalos por el número que corresponda.

$1,18 \rightarrow$ 2 cifras decimales

$0,2 \rightarrow$ 1 cifra decimal.

Luego, multiplicas por 100 el dividendo y el divisor, ya que el dividendo tiene 2 cifras decimales.

$$1,18 \cdot 100 = 118$$

$$0,2 \cdot 100 = 20$$

- 2 Resuelve la división.

$$\begin{array}{r} 118 : 20 = 5 \\ - \underline{100} \\ 18 \end{array}$$

\rightarrow

$$\begin{array}{r} 118 : 20 = 5, \\ - \underline{100} \\ 180 \end{array}$$

\rightarrow

$$\begin{array}{r} 118 : 20 = 5,9 \\ - \underline{100} \\ 180 \\ - \underline{180} \\ 0 \end{array}$$

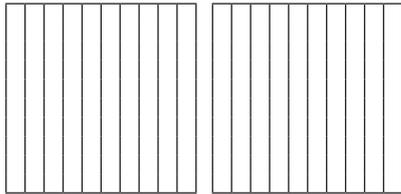
Por lo tanto, $1,18 : 0,2 = 5,9$.

Practico

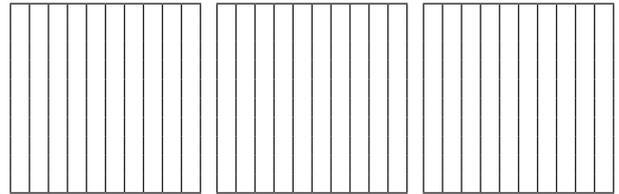
Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Representa gráficamente cada división y calcula el cociente.

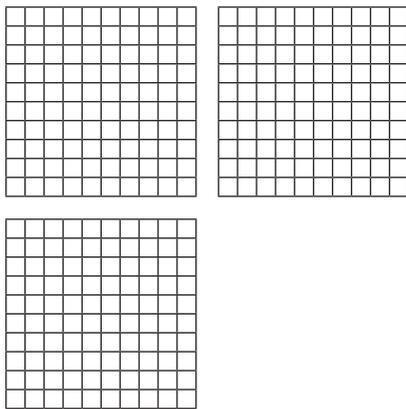
a. $1,6 : 2$



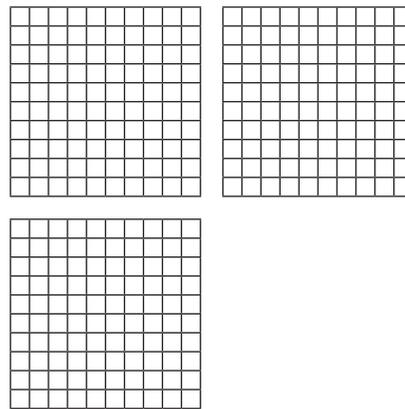
c. $2,8 : 0,4$



b. $0,75 : 3$



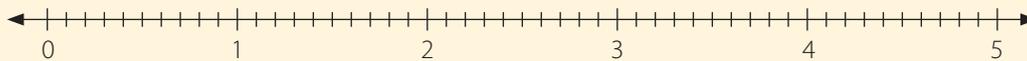
d. $2,56 : 0,32$



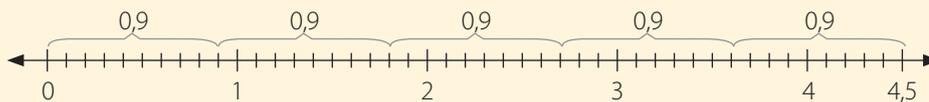
2. Analiza la siguiente información. Luego, resuelve las divisiones utilizando la recta numérica. Compara tus respuestas con las de tus compañeros y compañeras.

Para calcular el cociente de la división $4,5 : 5$ puedes usar la recta numérica.

- Dibuja la recta numérica.



- 4,5 contiene 45 décimos, los que se dividen en 5 partes iguales.



- Entonces, $4,5 : 5 = 0,9$.

a. $1,5 : 3$

b. $2,8 : 7$

c. $3,3 : 3$

d. $4,2 : 7$

e. $4,5 : 5$

f. $5,2 : 4$

3. Resuelve las siguientes divisiones.

- a. $0,2 : 2$ c. $0,8 : 0,80$ e. $3,78 : 3$ g. $3,2 : 0,04$
 b. $0,12 : 4$ d. $4,24 : 4$ f. $12,48 : 6$ h. $2,12 : 5,3$

4. Analiza la siguiente situación y luego responde.

Gabriela y Nicolás quieren determinar el dividendo de la siguiente división.

$$\square : 40 = 0,32$$

Gabriela dice que para ello se debe dividir 0,32 por 40 y Nicolás cree que se debe multiplicar 0,32 por 40.

- a. ¿Quién está en lo correcto? ¿Por qué?
 b. Si en una división se quisiera determinar el divisor, ¿qué operación se debería resolver? Explica y da un ejemplo.

5. Analiza si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica tu respuesta.

- a. Al dividir un número decimal por otro decimal mayor, el resultado es siempre mayor que 1.
 b. Al calcular el cociente entre 0,01 y 0,010, se obtiene un número menor que 1.
 c. Al dividir el número 1 por un número decimal menor que él, siempre resulta un número decimal.
 d. Al dividir un número decimal por otro número decimal, se puede obtener un número natural o un número decimal.

6. Analiza cada desarrollo y encierra el error cometido en cada caso. Luego, corrígelo.

- a. $7,31 : 2,15 = \quad \cdot 100$
 $731 : 215 = 3,04$

$$\begin{array}{r} - 645 \\ \hline 860 \\ - 860 \\ \hline 0 \end{array}$$
- b. $38,75 : 3,1 = \quad \cdot 100$
 $38'75' : 31 = 125$

$$\begin{array}{r} - 31 \\ \hline 77 \\ - 62 \\ \hline 155 \\ - 155 \\ \hline 0 \end{array}$$

7. **Crea** una pregunta para cada problema que se pueda responder resolviendo divisiones de números decimales. Luego, resuélvelo.

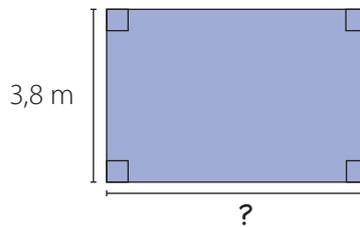
- a. En un saco hay 13,5 kg de lentejas, los que se quieren distribuir en bolsas de 0,75 kg.
 b. Nicolás saldrá de viaje en su automóvil, por eso compra 22,8 L de bencina, por los que pagó \$ 16 644.
 c. Lucía es una ciclista que todos los días recorre la misma distancia y en 15 días ha recorrido 262,5 km.

 8. Reúnete con un compañero o una compañera y calculen las siguientes divisiones. Luego, cada uno resuelva las divisiones usando la recta numérica, comparen y expliquen sus procedimientos. Finalmente, analicen si existe alguna regularidad en este tipo de divisiones y escribanla.

- a. $1,4 : 1$ b. $1,4 : 10$ c. $0,8 : 10$ d. $5,5 : 100$

9. Resuelve los siguientes problemas.

- Héctor lleva 5 bolsas con jugo de 1,75 kg en total. Si todas tienen la misma masa, ¿cuántos kilogramos tiene cada bolsa?
- Se disponen 6 cajas, una sobre la otra, y se llega a una altura de 3,12 m. Si las cajas tienen el mismo tamaño, ¿cuál es la altura de cada una?
- La cantidad de fruta de cada recolector en una empresa agrícola es la misma. Si en total 8 trabajadores recolectan 1,16 toneladas, ¿cuántas recolecta cada uno?
- Se tienen 2,75 kg de sal que se distribuirán en los saleros que están en las 18 mesas de un restaurante. Si en cada salero alcanzan 0,125 kg, ¿se pueden llenar los saleros de todas las mesas?
- Una habitación tiene forma rectangular cuyas dimensiones son las que se muestran en la imagen. El dueño no recuerda cuál es la medida del largo, pero sabe que el área es $16,34 \text{ m}^2$. ¿Cómo la podría calcular? Explica tu procedimiento y determina la medida.

10. **Historia, Geografía y Ciencias Sociales** En Estados Unidos se usan distintas monedas, como el dólar, el centavo, entre otras. Algunas equivalencias son las siguientes:50 centavos \rightarrow 0,5 dólar1 *quarter* \rightarrow 0,25 dólar1 *penny* \rightarrow 0,01 dólar

- ¿A cuántos *pennies* equivalen 2 dólares?
- ¿A cuántos centavos equivalen 5 dólares?
- ¿Cuántos *quarters* se requieren para reunir 1,5 dólares?

Reflexiono

- ¿Qué estrategias aplicaste para dividir números decimales?

- Escribe alguna situación cotidiana que puedas relacionar con la división de números decimales.

- ¿Cómo crees que fue tu participación en las actividades grupales?

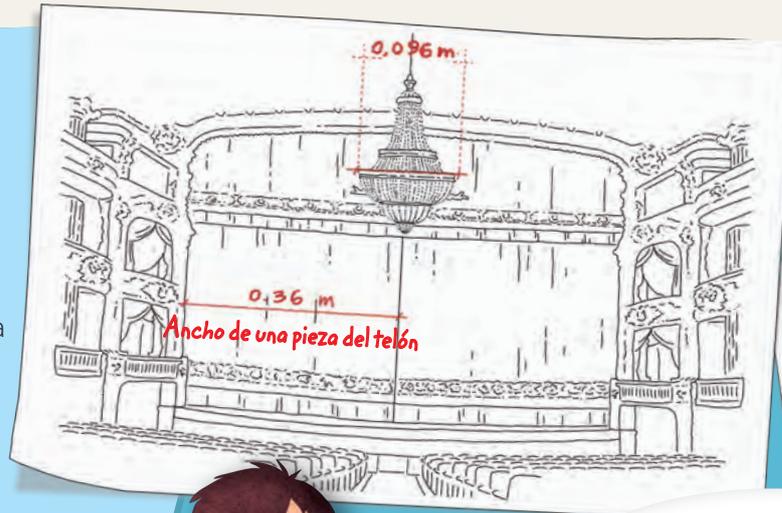


Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 31 a la 33.

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.

El Teatro Municipal de Santiago es el centro cultural más antiguo del país, y escenario de obras de todo el mundo. El edificio es de estilo neoclásico francés. En su estructura y decoración destacan las butacas, cortinas, el telón del escenario, la cúpula y la lámpara central. Estos y otros elementos hacen del teatro una joya única en la arquitectura de Chile.

Fuente: Biblioteca Nacional de Chile. Memoria Chilena.



Dimensiones reales

Cúpula del teatro:
26 m
Altura del telón:
10,3 m



Para el proyecto del colegio construiré un modelo del teatro usando una escala de 0,04. Por eso tengo que multiplicar las dimensiones reales por 0,04 para saber las medidas de mi modelo.

- Realiza las siguientes actividades a partir del modelo de Carlos. (2 puntos cada una)
 - Representa gráficamente la operación necesaria para calcular la medida que debe tener la cúpula en el modelo.
 - Explica cómo se podría representar en la recta numérica la operación anterior.
 - Resuelve la operación utilizando otro procedimiento y luego compara tu solución con las anteriores. ¿Obtuviste los mismos resultados?
- Constanza es compañera de Carlos y ella también construirá un modelo del teatro, pero usando una escala de 0,1. (2 puntos cada una)
 - ¿Será de mayor o menor tamaño que el de Carlos? Justifica.
 - Representa gráficamente la operación necesaria para calcular la medida de la cúpula en el modelo de Constanza.
 - Para representar la operación anterior en la recta numérica, ¿puedes usar el mismo procedimiento que explicaste para el modelo de Carlos? ¿Por qué?
 - Calcula la medida de la cúpula en el modelo de Constanza usando otro procedimiento.
- ¿Qué operación debes resolver para determinar la medida real de la lámpara central del teatro? ¿Cuál es ese valor? (2 puntos)
- ¿Cuál será la diferencia entre la medida de la lámpara en el modelo de Carlos y en el de Constanza? (2 puntos)

5. ¿Cuál será la medida real del ancho de una de las piezas del telón? ¿Cuánto mediría el ancho total del telón? (2 puntos)
6. **Crea** un problema que se relacione con la altura del telón del teatro y que puedas responder resolviendo operaciones de números decimales. Guíate con los recuadros. (3 puntos)

Contexto: construcción de modelos a escala del Teatro Municipal de Santiago.	Datos: altura real del telón del teatro: 10,3 m.	Pregunta:
Redacta el problema:		

 **Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.**

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1a, 1b, 2a, 2b y 2c	<ul style="list-style-type: none"> Representar multiplicaciones y divisiones de números decimales. 		Logrado: 14 puntos o más. Medianamente logrado: 11 a 13 puntos. Por lograr: 10 puntos o menos.
1c, 2d, 3, 4, 5 y 6	<ul style="list-style-type: none"> Multiplicar y dividir números decimales y resolver problemas que involucren la operatoria con números decimales. 		
Total →		<input type="text"/>	

¡Excelente! Ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 3. Ahora, analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad.

Reflexiono

- ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste al inicio del tema en la página 53? ¿Usaste otras?

- ¿Qué te propones mejorar para cumplir tu meta?

- ¿Qué crees que debes mejorar en clases y en el trabajo con tus compañeros y compañeras?

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 4.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.

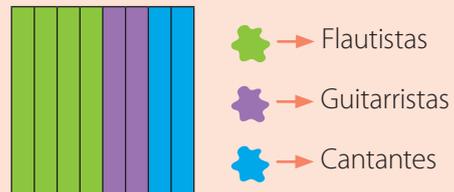


1. Completa con los siguientes términos.

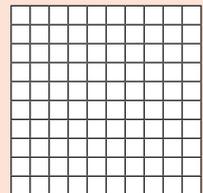
- flauta
- 0,5
- guitarra
- doble
- 0,25

La cantidad de jóvenes que tocan flauta es el _____ de los que tocan guitarra, por lo que se puede decir que por cada 1 joven que toca _____, hay 2 que tocan _____. La fracción que representa a la cantidad de jóvenes que tocan guitarra con respecto al total es $\frac{1}{4}$, y la de los que tocan flauta es $\frac{1}{2}$, cuyos números decimales asociados son _____ y _____, respectivamente.

2. La siguiente representación corresponde a la cantidad de jóvenes respecto del total según su participación en la banda.



- a. Representa en la cuadrícula las fracciones correspondientes a la cantidad de jóvenes según su participación en la banda. ¿En qué se diferencia con la representación anterior?
- b. ¿Qué fracción representa la cantidad de jóvenes que cantan?
- c. Escribe como números decimales las fracciones representadas.



Diseño mi estrategia

Observa la imagen y desarrolla las actividades.



1. Completa con la cantidad de niños y de niñas que están practicando yoga.

Niños →

Niñas →

2. ¿Qué relación puedes establecer entre la cantidad de niños y la de niñas?

3. Si al grupo se incorporan cuatro niñas, ¿cuántos niños se deberían unir para que se mantenga la relación entre la cantidad de niños y de niñas?

4. Representa gráficamente la cantidad de niños y la de niñas respecto del total.

Niños →

Niñas →

Reflexiono

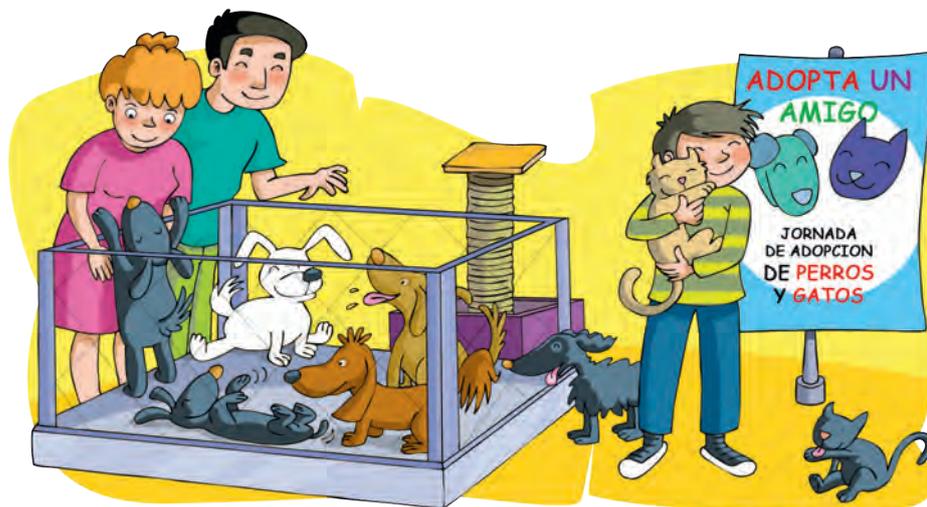
- ¿Recordabas cómo escribir fracciones como un número decimal? ¿Qué otros contenidos que estudiaste en años anteriores usaste al desarrollar las actividades?
-
- ¿Cuál fue tu mayor dificultad al desarrollar las actividades?
-
- Escribe tu **estrategia** para representar relaciones entre distintas cantidades.
-
-

En este tema estudiarás las razones y los porcentajes, los representarás y resolverás problemas en contextos de la vida diaria. Además, podrás complementar tu trabajo con las fracciones y los números decimales.

Razones

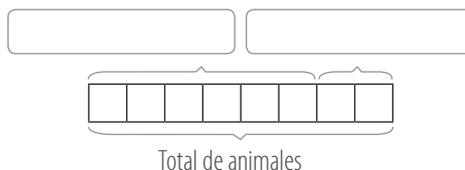
Exploro

Pablo asiste con su familia a una jornada de adopción de mascotas de animales rescatados. ¿Has adoptado alguna vez una mascota? Comenta con tus compañeros y compañeras.



- Marca con un si la afirmación es correcta.
 Por cada 1 gato hay 3 perros. Por cada 1 perro hay 3 gatos.

- Representa gráficamente la relación entre la cantidad de perros y la de gatos.



- ¿Cuántos perros hay de cada color?

- ¿Cómo representarías la relación entre la cantidad de perros negros y cafés? Compara tu respuesta con la de un compañero o una compañera.

?
 ¿Qué otras relaciones puedes establecer entre la cantidad de animales de la imagen?

En años anteriores has comparado cantidades de distinta manera. Ahora aprenderás que también puedes hacer comparaciones mediante operaciones. Intenta resolver los problemas **explorando diversas estrategias**.

Aprendo

La **razón** entre dos cantidades es una comparación de ellas mediante una división. La razón entre una cantidad a y una cantidad b la puedes escribir como “ a es a b ”, donde a es el antecedente y b el consecuente y, simbólicamente, la puedes expresar como $a : b$ o $\frac{a}{b}$, cuando $b \neq 0$.

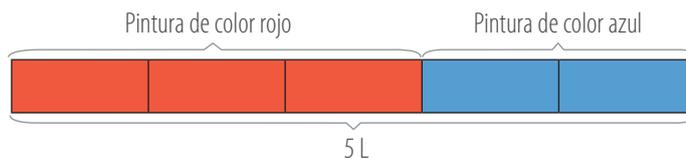
Ejemplo

Flavia quiere preparar una mezcla con pinturas de color rojo y azul. Ella sabe que para lograr el color que quiere debe mezclar 3 tazas de color rojo, de 0,25 L cada una, por 2 de azul. Si ahora necesita preparar 5 L de mezcla, ¿cuántas tazas de pintura de cada color tendrá que usar?

¿Cómo lo hago?

- 1 Escribe y representa la razón entre la cantidad de tazas de color rojo y azul. Como cada 3 tazas de pintura roja debe haber 2 de azul, la razón es 3 : 2.

En este caso, el antecedente y el consecuente representan las partes de un todo, es decir, 5 partes.

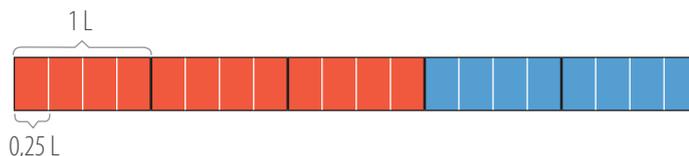


Como la cantidad de pintura roja corresponde a 3 partes de los 5 L y la azul a 2 partes, se necesitan 3 L de pintura roja y 2 L de azul.

- 2 Calcula la cantidad de tazas que se necesitan de cada color.

$$3 : 0,25 = 12 \quad 2 : 0,25 = 8$$

También puedes usar una representación.



Puedes observar que las razones 3 : 2 y 12 : 8 son equivalentes. Luego, tienes que en cada litro de pintura hay 4 tazas de 0,25 L, por lo que Flavia tendrá que usar 12 tazas de pintura de color rojo y 8 de color azul.



¿La interpretación de la razón 3 : 2 es la misma que la de la razón 2 : 3? ¿Por qué?

Atención

- Cuando es posible calcular el cociente entre el antecedente y el consecuente, obtienes el **valor de la razón**.
- Dos razones son **equivalentes** si tienen el mismo valor.

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Respecto de las siguientes situaciones, escribe las razones pedidas.



- a. Razón entre las aves de color rojo y el total de ellas.
- b. Razón entre las aves de color amarillo y el total de ellas.
- c. Razón entre las aves de color rojo y las de color amarillo.
- d. Razón entre la cantidad de personas cantando y personas tocando guitarra.
- e. Razón entre las niñas y los niños.
- f. Razón entre las personas cantando y el total de personas.

2. Representa gráficamente las siguientes razones. Luego, **crea** una situación que se relacione con cada una de ellas.

- a. $10 : 20$
- b. $\frac{8}{10}$
- c. $\frac{3}{5}$
- d. 5 es a 8

3. Remarca los recuadros con las razones equivalentes en cada caso.

- a. $\frac{1}{3} \rightarrow$ $\frac{2}{4}$ $\frac{4}{12}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{8}{24}$
- b. $\frac{10}{15} \rightarrow$ $\frac{11}{16}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{50}{75}$ $\frac{20}{25}$

4. Aldo representó la razón entre las personas que asistieron con gorro a una caminata y el total de asistentes, como se muestra a continuación. Si el total de personas fue 40, ¿cuántas no tenían gorro?



5. A continuación, se muestra el tiempo que demora un ciclista en recorrer cierta cantidad de kilómetros. Considera que en recorrer 10 km tarda 30 min. Escribe la razón entre los kilómetros recorridos y los minutos y completa los valores que faltan.

Distancia (km)	5	10		20	
Tiempo (min)		30	45		66

6. Analiza la situación y luego responde.

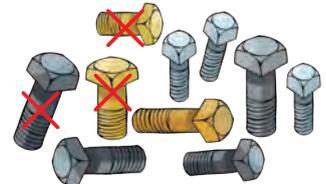
Patricio y Magdalena han lanzado 15 penales cada uno en sus respectivos equipos de fútbol, de los cuales han logrado anotar 10 goles. Para llevar un registro, realizaron una representación de la razón de los penales convertidos respecto del total de penales lanzados.



- ¿Cuál de ellos está en lo correcto? Explica tu procedimiento.
- Escribe y representa la razón entre los penales anotados y los fallados. ¿Cómo interpretas esa razón?

7. Resuelve los siguientes problemas.

- En una canasta hay en total 50 huevos, de los cuales 18 son de color y el resto son blancos. ¿Cuál es la razón entre los huevos de color y los blancos?
- La cantidad de asistentes que apoyan al equipo A y los que apoyan al equipo B están en la razón 2 es a 3. Si el total de asistentes es 20, ¿cuántos apoyan a cada equipo?
- Se ha sacado una muestra de 500 pernos fabricados por una máquina para un control de calidad. Los operarios representaron los pernos aprobados y los de mala calidad como se muestra en la imagen. ¿Cómo interpretas la información? ¿Cuántos pernos pasarán la prueba de calidad?



- Se aplica una encuesta a 25 500 personas acerca de la gestión del alcalde de la comuna. En ella se obtiene que dos de cada cinco personas la aprueban. ¿Cuántas personas aprueban la gestión del alcalde? Explica tu procedimiento y compáralo con el de un compañero o una compañera. Luego, escriban otra conclusión a partir de la información.

Reflexiono

- ¿Pudiste representar razones? Explica.
- ¿Qué estrategias utilizaste para resolver los problemas? Compáralas con las de tus compañeros y compañeras.



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 34 a la 36.

Porcentajes

Exploro

Belén trabaja en una feria del libro y clasifica las novelas por género.



Uso de software

Ingres a http://odas.educarchile.cl/objetos_digitales/odas_matematicas/16_calculando_porcentajes/LearningObject/index.html y podrás realizar actividades relacionadas con porcentajes utilizando un software educativo.

- Cuenta las novelas que hay por cada género. Luego, escribe la fracción que representa cada cantidad respecto del total y el número decimal correspondiente.

Suspense → =

Drama → =

Ciencia ficción → =

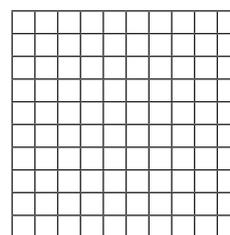
Infantil → =

- ¿Cuál es la razón entre la cantidad de novelas de suspense y el total?



¿Observas alguna relación entre las fracciones, números decimales y las razones que determinaste en la situación inicial? Comenta con tus compañeros y compañeras y escribe una conclusión.

- Representa gráficamente la cantidad de novelas por cada género. Para ello, utiliza diferentes colores para diferenciarlos.



- Suspense
- Ciencia ficción
- Drama
- Infantil

A continuación, aprenderás el concepto de porcentaje, con el que podrás expresar, por ejemplo, una razón, representar gráficamente una situación y resolver distintos problemas en los que notarás que la Matemática la puedes vincular con la vida diaria. ¡Inténtalo!

Aprendo

El **porcentaje (%)** corresponde a una razón de consecuente 100. El $a\%$ lo puedes representar gráficamente con una figura dividida en 100 partes iguales, de las cuales consideras a partes.

Ejemplo

El personal de la biblioteca de un colegio representó la cantidad de textos de estadística y de álgebra que disponen con respecto al total de libros. Determina el porcentaje que representa la cantidad de textos de cada área respecto del total de libros.

¿Cómo lo hago?

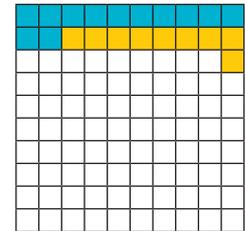
- 1 Expresa la cantidad de textos de cada área respecto del total de libros.

$$\text{Álgebra} \rightarrow \frac{12}{100} \quad \text{Estadística} \rightarrow \frac{9}{100}$$

- 2 Escribe el porcentaje para cada caso y responde la pregunta del problema.

$$\frac{12}{100} \rightarrow 12\% \quad \frac{9}{100} \rightarrow 9\%$$

Luego, los textos de álgebra corresponden a un 12% del total de libros y los de estadística, a un 9%.



■ Álgebra
■ Estadística

Atención

El 12% se puede interpretar como: "hay 12 elementos de un total de 100".

Un **porcentaje** lo puedes representar como una **fracción** con denominador 100. Para representarlo como un **número decimal**, puedes dividir el numerador por el denominador de la fracción correspondiente.

Ejemplo

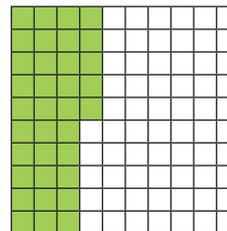
Escribe 35% como una fracción y como un número decimal. Luego, represéntalo gráficamente.

¿Cómo lo hago?

- 1 Escribe el porcentaje como una fracción con denominador 100 y luego determina el número decimal.

$$35\% \rightarrow \frac{35}{100} = \frac{7}{20} = 0,35$$

- 2 Representa 35% considerando 35 partes de un total de 100.



Atención

Para saber qué porcentaje representa una fracción, puedes amplificar o simplificar la fracción, de forma que su denominador resulte 100.

Ejemplo:

$$\frac{6}{25} = \frac{6 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{24}{100}$$

$$\frac{24}{100} \rightarrow 24\%$$

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Representa las siguientes fracciones como porcentajes. Luego, **crea** un ejemplo que se relacione con el porcentaje obtenido.

a. $\frac{2}{5}$

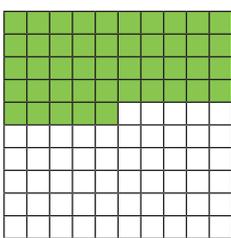
b. $\frac{1}{2}$

c. $\frac{17}{20}$

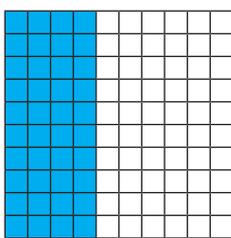
d. $\frac{20}{80}$

2. Escribe el porcentaje correspondiente a cada representación y luego exprésalo como un número decimal.

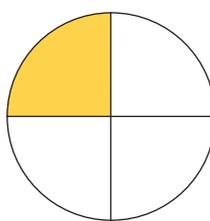
a.



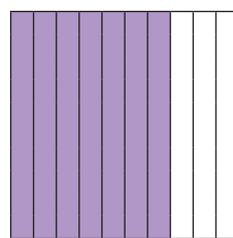
b.



c.



d.



3. Escribe los siguientes porcentajes como una fracción y como un número decimal. Luego, represéntalos gráficamente.

a. 12%

b. 55%

c. 25%

d. 40%

e. 1%

f. 99%

g. 75%

h. 16%

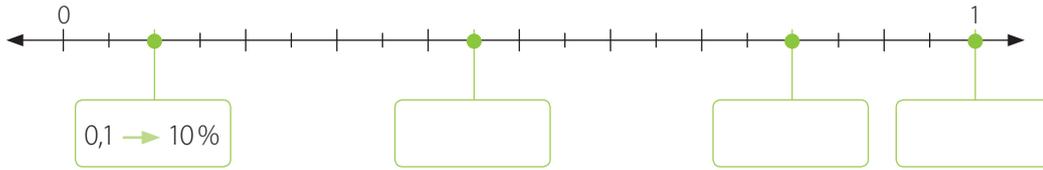
4. **Lenguaje y Comunicación** En una de las páginas de un diario se muestran los resultados de una encuesta acerca de las preferencias respecto del género de las novelas que leen las personas.



- a. Representa gráficamente los porcentajes correspondientes a cada género.
- b. ¿Qué porcentaje de personas no prefiere las novelas policiales?
- c. ¿Qué porcentaje prefiere las novelas románticas o biográficas? ¿Cómo lo calculaste?
- d. A partir de la información, un lector interpreta lo siguiente: "La cuarta parte de la cantidad de personas encuestadas prefiere las novelas de drama". ¿Es correcto su análisis? ¿Por qué?
- e. Recopila información de diarios o revistas e identifica porcentajes. Luego, intercámbialos con un compañero o una compañera e interprétalos según el contexto.



5. Escribe el número decimal y el porcentaje representado en la recta numérica con un ●. Guíate por el ejemplo.



6. Analiza la siguiente información y luego responde.

Para **calcular el porcentaje** de un número, puedes representarlo como un número decimal o una fracción y luego resolver la operación. Por ejemplo, para calcular el 20 % de 30 puedes realizar lo siguiente:

Opción 1 $20\% \rightarrow 0,2$ $0,2 \cdot 30 = 6$

Opción 2 $20\% \rightarrow \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ $\frac{1}{5} \cdot 30 = 30 : 5 = 6$

El 20 % de 30 es 6.

- ¿Cómo calculas el 50 % de un número? ¿Y el 10 %? Explica y da un ejemplo en cada caso.
 - ¿Cuánto es el 8 % de 1 500? Explica tu procedimiento.
 - Si el 25 % de un número es 25, ¿cuál es el número?
 - Felipe dice que “el 10 % de 10 es 10”, ¿estás de acuerdo con él?
7. En un curso hay 35 estudiantes y 21 de ellos son mujeres. ¿Cuál es el porcentaje de mujeres del curso?

Habilidad

Cuando explicas razonamientos matemáticos, estás desarrollando la habilidad de **argumentar** y **comunicar**.

8. Escribe dos formas para calcular cada porcentaje y luego responde.

35 % de 20

20 % de 35

- ¿Se puede afirmar que el 35 % de 20 y el 20 % de 35 son iguales?
- ¿Crees que suceda lo mismo con el 20 % de 80 y el 80 % de 20? Justifica.

Reflexiono

- ¿Pudiste representar distintos porcentajes? Explica tu estrategia.
- ¿Qué fue lo que te produjo mayor dificultad al desarrollar las actividades?
- Escribe una situación de la vida diaria que se relacione con los porcentajes.



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 37 a la 39.

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.



1. Escribe las siguientes razones considerando las frutas y verduras que hay en el carro. Luego, represéntalas gráficamente. (1 punto cada una)
 - a. Tomates y cebollas.
 - b. Naranjas y plátanos.
 - c. Frutas y verduras.
 - d. Plátanos respecto del total.
 - e. Cebollas respecto del total.
2. Escribe una razón equivalente a cada una de las razones del ítem 1. (1 punto cada una)
3. Respecto de la situación, ¿qué puedes relacionar con la razón 2 : 3? ¿Es lo mismo que 3 : 2? ¿Por qué? (3 puntos)
4. ¿Cuál es la razón que representa las cajas de huevos que pagará  respecto del total de cajas que lleva? Interpreta la información. (3 puntos)
5. Representa el porcentaje correspondiente al descuento en frutas y verduras. Luego, exprésalo como fracción y número decimal. (3 puntos)
6. ¿Con qué porcentaje puedes relacionar lo que se deberá pagar del precio total de ? Represéntalo gráficamente y escríbelo como fracción y como un número decimal. (3 puntos)

7. ¿Cuánto pagará  por  si el precio normal es de \$ 790? Explica tu procedimiento. (2 puntos)
8. En total, las frutas y verduras que lleva  cuestan \$ 2 500. Luego de aplicado el descuento, ¿cuánto deberá pagar? (2 puntos)
9. Explica cómo puedes calcular qué porcentaje representan las naranjas respecto del total de frutas y verduras. (3 puntos)

 **Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.**

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1, 2, 5 y 6	<ul style="list-style-type: none"> Representar razones y porcentajes. 		Logrado: 18 puntos o más.
3 y 4	<ul style="list-style-type: none"> Resolver problemas que involucran razones. 		Medianamente logrado: 15 a 17 puntos.
7, 8 y 9	<ul style="list-style-type: none"> Resolver problemas que involucran porcentajes. 		Por lograr: 14 puntos o menos.
Total →		<input type="text"/>	

¡Muy bien! Ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 4.
Ahora analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad.

Reflexiono

- Lo que te planteaste mejorar en el Tema 3 en la página 67 para cumplir tu meta, ¿lo hiciste? ¿Te funcionó?

- ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste al inicio del tema en la página 69? ¿Usaste otras?

- ¿Qué fue lo que te causó mayor interés en el desarrollo de este tema?

- ¿Qué podrías mejorar en las siguientes clases? Remarca el o los recuadros.

Escuchar el razonamiento de mis compañeros y compañeras.

Relacionar los contenidos con la vida diaria.

Ser más creativo o creativa al resolver problemas.

Otro(s): _____

Complementa tu aprendizaje

¡Sácate un 10!

Materiales

Cada equipo necesita:

- 2 dados.
- Hoja de registro.
- Tarjetas numeradas del 1 al 9 por cada integrante.

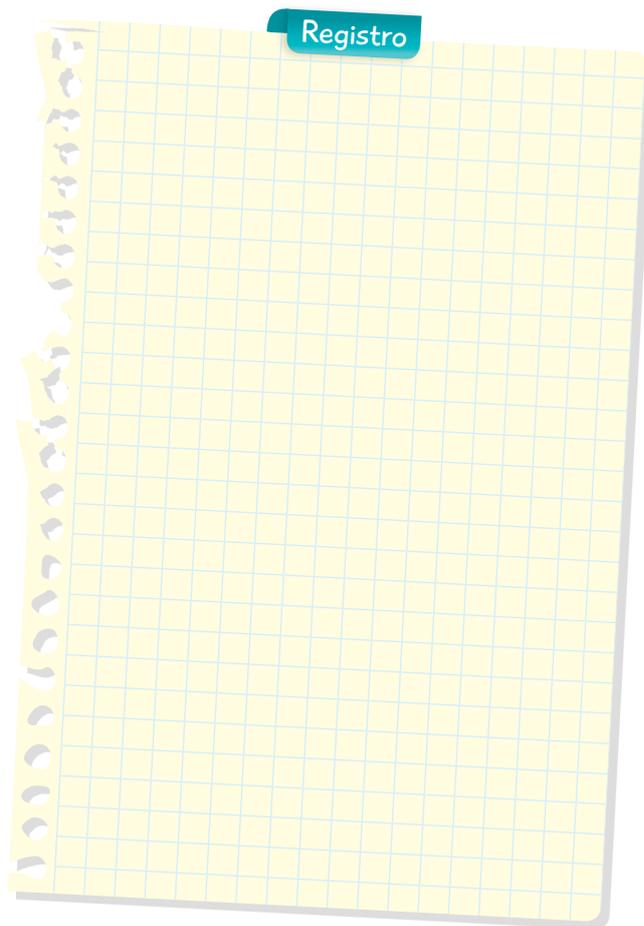


Cómo se juega

Reúnete con algunos compañeros y compañeras y formen dos equipos con la misma cantidad de integrantes. Junten las tarjetas, revuélvanlas y déjenlas hacia abajo, sin que se vea el número.

Un turno de jugada consiste en lo siguiente:

- Lanzar los dados y voltear 4 cartas.
- Los dados señalan la cantidad de enteros y las cartas sirven para formar fracciones.
- Cada equipo debe formar dos números mixtos para sumarlos y acercarse lo más posible al número 10.
- Cada equipo recibe como puntuación lo que falta o sobra en la suma obtenida. Repetir hasta completar 5 turnos por equipo. Gana el equipo que tenga menos puntos al final del juego.



Cálculo mental: Velocidad y precisión

Reúnete con un compañero o una compañera y respondan alternadamente las siguientes preguntas de cálculo mental. Controla el tiempo que demora tu compañero o compañera en responder y revisa su resultado.

	Resultado	Tiempo
1 ¿Cuál es el divisor si el cociente es 21 y el dividendo 84?	<input type="text"/>	<input type="text"/>
2 Si la suma de dos números primos es 60 y uno de los números es 23, ¿cuál es el otro sumando?	<input type="text"/>	<input type="text"/>
3 ¿Cuál es la fracción equivalente al número mixto $1\frac{2}{5}$ cuyo denominador es 10?	<input type="text"/>	<input type="text"/>
4 ¿Cuál es el mínimo común múltiplo entre 10 y 15?	<input type="text"/>	<input type="text"/>
5 ¿Cuál es el producto entre 0,125 y 100?	<input type="text"/>	<input type="text"/>
6 Si se reparte en partes iguales 0,125 g en 5 recipientes, ¿cuánto queda en cada uno de ellos?	<input type="text"/>	<input type="text"/>
7 ¿Cuál es el 30% de 500?	<input type="text"/>	<input type="text"/>
8 ¿Cuál es el valor de la razón 3 : 4?	<input type="text"/>	<input type="text"/>

- Comenten las estrategias que utilizaron y expliquen mediante ejemplos.

- ¿Aprendiste alguna estrategia que te ayudara a realizar con mayor rapidez los cálculos? Escríbela.

- ¿Qué fue lo que más te gustó de la actividad?

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en esta unidad.

Operaciones, múltiplos y factores

1. Se está construyendo una torre en la que se ubican 16 cubos en la base y se van quitando 2 en el siguiente nivel hasta no poder poner más cubos. Si se construyeran 45 de esas torres, ¿cuántos cubos se necesitarían? (2 puntos)
2. Identifica si corresponden los múltiplos del número en cada caso. Justifica tu respuesta. (1 punto cada una)
 - a. $M(2) = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots\}$
 - b. $M(5) = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$
 - c. $M(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12, \dots\}$
3. Josefa y Leonardo repartirán 90 *packs* de útiles escolares entre algunos cursos, de modo que todos reciban la misma cantidad. Para eso proponen lo siguiente:



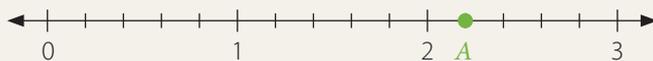
- a. ¿Quién de ellos está en lo correcto? Justifica. (1 punto)
 - b. ¿Cuál es la mayor cantidad de *packs* de útiles que podrían entregar a cada curso? En ese caso, ¿cuántos cursos serían beneficiados? (2 puntos)
4. Dos cursos de un colegio tienen 30 y 37 estudiantes cada uno. Para una actividad, los profesores deben formar, en cada curso, grupos con igual cantidad de integrantes. ¿Cuántos estudiantes podrán conformar los grupos en cada uno de los cursos? (2 puntos)
 5. María José fue al médico y este le dejó las siguientes indicaciones:

“Tomar una medida de jarabe cada 4 horas y un comprimido cada 3 horas”.

Si hoy en la mañana tomó los dos remedios a la vez, ¿cuántas horas pasarán hasta que vuelva a tomar los dos juntos? (2 puntos)

Fracciones y números mixtos

6. ¿Qué fracción representa el punto A en la recta numérica? (2 puntos)



7. Resuelve las siguientes operaciones con fracciones y números mixtos. (1 punto cada una)

a. $2\frac{1}{3} - \frac{7}{3}$

c. $\frac{15}{8} + \frac{6}{8} - \frac{11}{8}$

e. $4\frac{1}{10} + 1\frac{6}{10} - 3\frac{1}{10}$

g. $\frac{4}{9} + 4\frac{1}{3} + \frac{5}{4}$

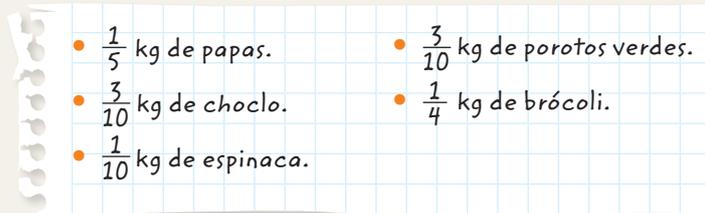
b. $3\frac{3}{5} + \frac{20}{3}$

d. $\frac{11}{7} - \frac{7}{5}$

f. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{11}{4}$

h. $4\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{1}{5}$

8. Vicente está cocinando y le faltan algunas verduras, las cuales anotó para luego ir a comprarlas. ¿Cuántos kilogramos de verduras tendrá que comprar? (2 puntos)



Números decimales

9. El automóvil de Claudia tiene un rendimiento de 20,3 km por cada litro de bencina. Si su automóvil tiene 7 L de bencina, ¿cuántos kilómetros puede recorrer? (2 puntos)

10. Analiza el siguiente procedimiento para calcular el producto entre 6,1 y 1,2. Luego, marca el error y corrígelo. (2 puntos)

$$\begin{array}{r} 6,1 \cdot 1,2 \\ 122 \\ + 61 \\ \hline 73,2 \end{array}$$

11. ¿Qué sucede con el producto cuando multiplicas un número decimal por 10, 100 o 1 000? Menciona dos ejemplos. (2 puntos)

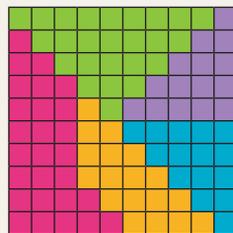
12. **Geometría** El área de un rectángulo es 61,5 cm². ¿Cuál es la medida de su largo si su ancho mide 5 cm? (2 puntos)

13. El dormitorio de Javier tiene una altura de 3 m y el piso tiene forma cuadrada. Si el perímetro del suelo es 22,4 m, ¿cuál es el área de una de las paredes que tiene una ventana cuya área es 1,5 m²? (2 puntos)

14. Silvana quiere obtener un 6,1 como promedio en el primer semestre en Matemática. Las notas que ha obtenido son: 6,7 - 5,9 - 6,1 - 6,3 - 5,8 - 5,8 y aún debe rendir una última evaluación. ¿Qué nota debe obtener como mínimo para poder cumplir con su objetivo? (3 puntos)

Razones y porcentajes

15. Franco celebró su cumpleaños y a su fiesta invitó a 4 amigos, 5 amigas, 4 vecinos, 8 primos, 5 tíos y a 3 abuelos. Representa gráficamente y escribe la razón entre: (1 punto cada una)
- la cantidad de amigos y vecinos.
 - la cantidad de tíos y el total de invitados.
 - la cantidad de amigas y tíos.
 - la cantidad de amigos y abuelos.
16. La directiva del colegio de Tatiana quiere plantar flores en un sector del patio. Para ello, representaron gráficamente la distribución según el color de las flores. Escribe el porcentaje que representa las flores de cada color con respecto al total que se plantará. (2 puntos)



17. Analiza cada situación y luego responde. Justifica tu respuesta. (2 puntos cada una)
- En un grupo de personas, el 64% tiene 20 años o menos. ¿Qué porcentaje del total tiene más de 20 años?
 - El 75% de los viajes entre dos ciudades demora una hora o más. Si un día se realizan 20 viajes, ¿cuántos demoran menos de una hora?

Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1, 2, 3, 4 y 5	<ul style="list-style-type: none"> Resolver problemas con números naturales. Calcular múltiplos y factores. Resolver problemas con números primos y compuestos. Calcular el mínimo común múltiplo. 		Logrado: 29 puntos o más. Medianamente logrado: 24 a 28 puntos. Por lograr: 23 puntos o menos.
6, 7 y 8	<ul style="list-style-type: none"> Identificar fracciones en la recta numérica. Resolver adiciones y sustracciones de fracciones y números mixtos. 		
9, 10, 11, 12, 13 y 14	<ul style="list-style-type: none"> Resolver multiplicaciones y divisiones de números decimales. 		
15, 16 y 17	<ul style="list-style-type: none"> Resolver problemas que involucran razones o porcentajes. 		
Total →		<input type="text"/>	

Síntesis

A partir de tu trabajo y de los conocimientos adquiridos a lo largo de la unidad, elabora una síntesis de tus aprendizajes. Para ello, completa los recuadros. Guíate por el ejemplo.

	Lo que sabía	Lo que aprendí	
Operaciones, múltiplos y factores			Lo que más me gustó
Fracciones y números mixtos	Sumar y restar fracciones propias.	Sumar y restar fracciones impropias y números mixtos.	
Números decimales			Lo que me produjo mayor dificultad
Razones y porcentajes			

¡Muy bien! Ahora que ya terminaste la Unidad 1, analiza tus logros.

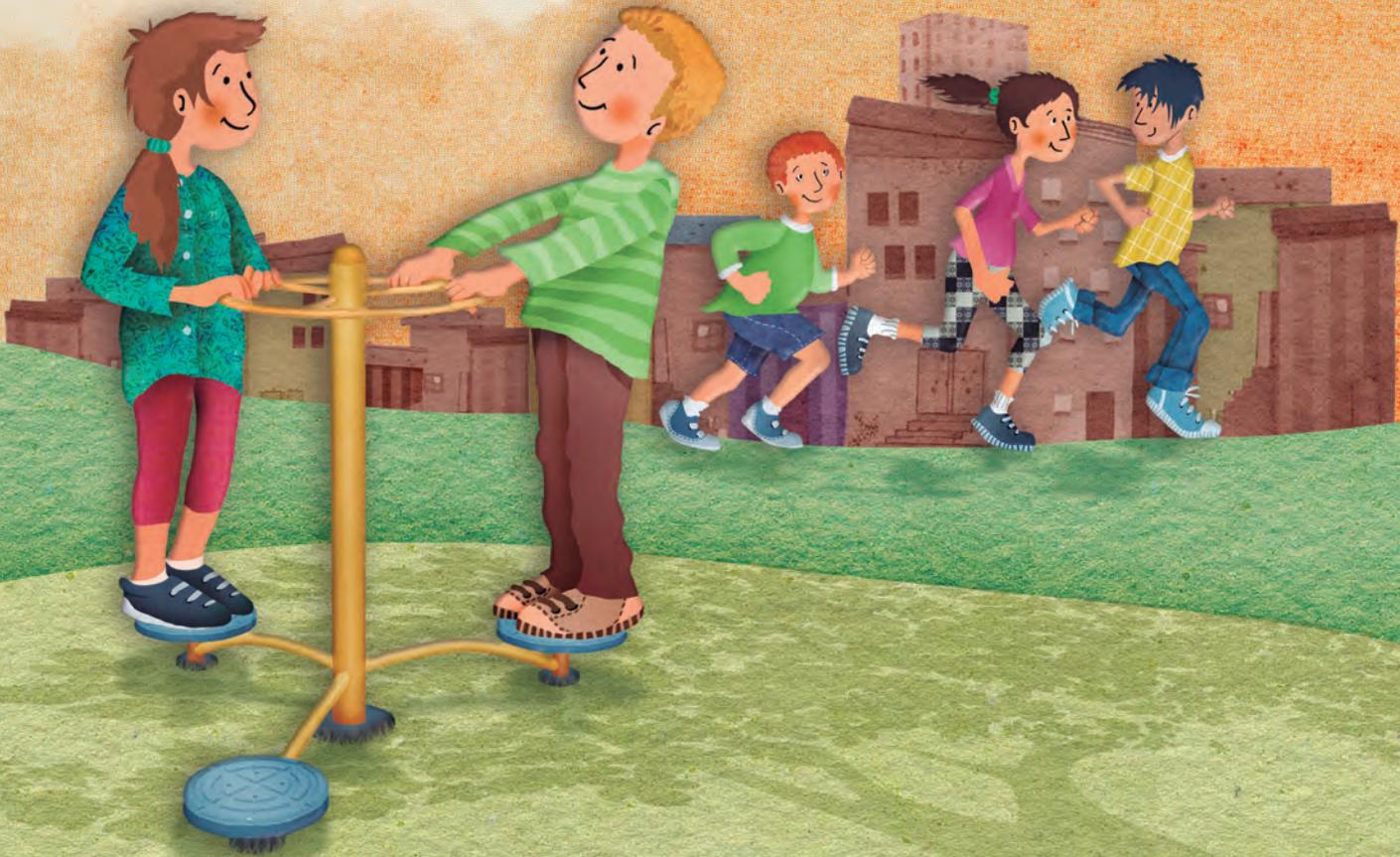
Reflexiono

- ¿Crees que cumpliste la meta que te propusiste al inicio de la unidad? ¿Por qué?
- ¿Qué contenidos necesitas reforzar?
- Completa la siguiente tabla. Para ello, marca con un según tu trabajo en esta unidad.

Actitud	Siempre	A veces	Nunca	Lo que debo mejorar
Me interesé por aprender.				
Confíe en mis capacidades.				
Fui creativo o creativa al resolver problemas.				
Trabajé con mis compañeros y compañeras.				

Patrones y álgebra

Cuando realizas actividad física y te preocupas por tu salud puedes visualizar algunos **patrones** o **expresiones algebraicas**, que te servirán para modelar una rutina de ejercicios. **Activa tu curiosidad** para que puedas conocer, aprender y aplicar los contenidos de esta nueva unidad.



Estudiarás...	Para que puedas...	En las páginas...
Relaciones numéricas en tablas	Identificar el patrón que relaciona los valores de una tabla y resolver distintos problemas.	90 a la 101
Expresiones algebraicas	Utilizar expresiones con letras y números para representar relaciones numéricas.	102 a la 117
Ecuaciones	Resolver ecuaciones utilizando distintas estrategias.	118 a la 131

Punto de partida

Te invitamos a observar la imagen para responder las siguientes preguntas que te ayudarán a desarrollar los aprendizajes en esta unidad.

- ¿Te gusta hacer actividad física? ¿Qué deporte practicas o te gustaría practicar?

- Respecto de lo que estudiarás en esta unidad, ¿qué te gustaría aprender? ¿Por qué?



Mi **meta** en esta unidad es aprender más acerca de álgebra, y para lograrla realizaré muchas actividades. ¿Qué meta te propones tú?

Mi meta es

y la lograré

Activa tus conocimientos previos y desarrolla las siguientes actividades de evaluación.

Patrones

1. Encierra un patrón que observes en las siguientes secuencias. (1 punto cada una)

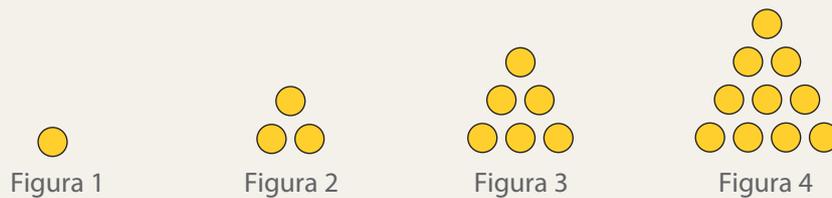


2. Completa las siguientes secuencias. Considera el patrón indicado (2 puntos cada una)

a. 1, 6, 11, 16, 21, , 31, , ... Patrón aditivo

b. 3, 6, 12, 24, 48, , 192, , ... Patrón multiplicativo

3. Observa la siguiente secuencia y realiza las actividades. (2 puntos cada una)



a. Completa la tabla con la cantidad de  de cada figura.

Figura	1	2	3	4	5	6
Cantidad de 	<input type="text"/>					

b. ¿Cómo determinaste la cantidad de  de cada figura?

4. Remarca el recuadro con un patrón que se pueda relacionar con cada secuencia y escribe los siguientes tres términos que continúan en ellas. (2 puntos cada una)

a. 3, 6, 12, 24, , , , ...

Sumar 2 Multiplicar por 2 Sumar 4

b. 25, 44, 63, 82, , , , ...

Sumar 19 Sumar 21 Multiplicar por 2

c. 103, 95, 87, 79, , , , ...

Dividir por 2 Restar 8 Restar 12

Ecuaciones

5. Resuelve las siguientes ecuaciones. (1 punto cada una)

a. $12 + x = 50$

b. $46 - y = 31$

c. $z + z = 50$

d. $a - 15 = 90$

e. $80 - c = 25$

f. $b + b + b = 450$

6. **Educación Física y Salud** Analiza el siguiente problema y realiza las actividades. (2 puntos cada una)

En el maratón, un atleta recorrió en total 48 km en tres trayectos. Si en el primero avanzó 23 km y en el último, 16 km, ¿en cuál de los trayectos corrió una mayor distancia?

a. Si x representa el recorrido del segundo trayecto, remarca la ecuación que permite resolver el problema.

$$23 + x - 16 = 48$$

$$48 - x = 23$$

$$23 + x + 16 = 48$$

b. Diego resolvió el problema en su cuaderno. ¿Es correcta su resolución? Justifica.

$$\begin{aligned} 23 + x &= 48 - 16 \\ 23 + x &= 32 \\ x &= 32 - 23 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

En el segundo trayecto recorrió 9 km, por lo que en el primer trayecto corrió la mayor distancia.

7. **Crea** un problema que se pueda solucionar con cada ecuación. Luego, resuélvelo. (2 puntos cada una)

a. $150 + z = 1\ 250$

b. $3\ 500 - x = 1\ 980$

c. $a + a + a = 9\ 000$

 Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1, 2, 3 y 4	<ul style="list-style-type: none"> • Describir un patrón en una secuencia. • Calcular términos de una secuencia. 		Logrado: 19 puntos o más.
5, 6 y 7	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver ecuaciones que incluyan adiciones o sustracciones. • Resolver y crear problemas que involucren una ecuación. 		Medianamente logrado: 16 a 18 puntos. Por lograr: 15 puntos o menos.
Total →		<input type="text"/>	

Reflexiono

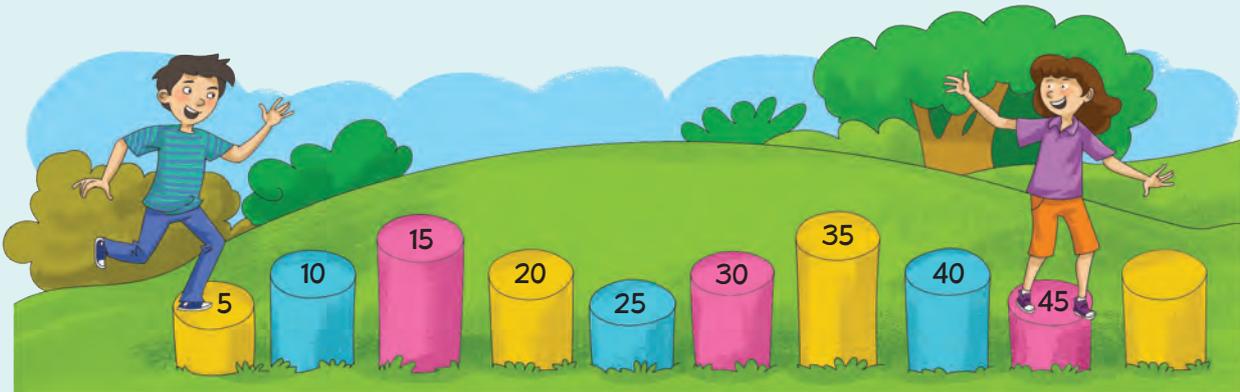
- ¿Crees que te esforzaste al realizar las actividades? ¿Por qué? Escribe algún aspecto que podrías mejorar para trabajar en la unidad.

Relaciones numéricas en tablas

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 1.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.



1. Completa con los siguientes términos.

regularidad

sumar 5

patrón

secuencia

Para identificar el _____ que sigue el número de los troncos del juego se debe observar la secuencia e identificar una _____ en ella.

Al conocer un patrón de formación de la _____ se pueden calcular otros términos de ella. En este caso el número que sigue es el 50, ya que el patrón de formación es _____.

2. Completa la secuencia con la información de la situación inicial. Luego, identifica un patrón en la secuencia.

5, 10, 15, 20, , , , , , , , ...

3. Si  continúa saltando y llega al tronco 15, ¿cuál es el número que tendrá ese tronco?

Diseño mi estrategia

Observa la imagen y desarrolla las actividades.

1. ¿Cada cuántos meses  registra la estatura de  ?

2. ¿Cuántos centímetros creció  entre cada medición?

3. Completa la siguiente tabla. Para ello, utiliza los datos de la tabla de la imagen y relacionalos con una secuencia numérica.

Posición del término	Valor del término
1	140
2	141,5
3	143
4	
8	
20	



Mes	Estatura (cm)
Marzo	140
Junio	141,5
Septiembre	143

Reflexiono

- ¿Qué contenidos de años anteriores usaste para desarrollar las actividades?

- ¿Hubo alguna actividad que no pudiste realizar? ¿Por qué?

- Escribe tu **estrategia** para calcular valores desconocidos en tablas como la de la actividad 3.

En este tema continuarás el trabajo con patrones iniciado en los cursos anteriores, lo que utilizarás para identificar relaciones numéricas en tablas y resolver distintos problemas.

Patrones en tablas

Exploro

¿Has notado que en los recreos puedes realizar distintos juegos? Por ejemplo, si jugaras a saltar la cuerda podrías inventar uno como el siguiente:



- Completa la tabla.

Primera ronda de saltos					
Participante					
Cantidad de saltos	4	$4 + 2 = 6$			



Crea un juego que puedas realizar junto con tus compañeros y compañeras en el recreo y que se relacione con el patrón multiplicar por 2.

- Remarca el recuadro con el patrón que sigue la secuencia relacionada con la cantidad de saltos realizados por cada participante.

Sumar 4

Multiplicar por 2

Sumar 2

- Si te invitan a jugar y tienes el primer turno de la tercera ronda, ¿cuántos saltos debes dar?

Observa que para responder preguntas como la anterior puedes organizar los datos en una tabla, de manera que se te facilite identificar regularidades. A continuación podrás analizar ejemplos y luego practicar lo aprendido. Y recuerda: **¡confía en tus capacidades y valora tus logros!**

Aprendo

Al observar los valores dados en una **tabla**, en algunos casos puedes identificar **regularidades** y con esto determinar un **patrón de formación**.

Ejemplo 1

Una máquina demora 10 s en limpiar los primeros 8 m de una pista de atletismo, 19 s en 16 m y 28 s en 24 m. Si esta tendencia se mantiene, ¿cuánto demorará en limpiar 64 m de la pista?

¿Cómo lo hago?

- 1 Registra los valores dados en una tabla y determina un patrón que relacione el tiempo con la distancia.

Distancia (m)	8	16	24
Tiempo (s)	10	$10 + 9 = 19$	$19 + 9 = 28$

Un patrón es sumar 9 o, simbólicamente, + 9.

- 2 Calcula el tiempo pedido y escribe la respuesta.

Distancia (m)	8	16	24	32	40	48	56	64
Tiempo (s)	10	19	28	37	46	55	64	73

En limpiar 64 m de la pista la máquina demorará 73 s.

Ejemplo 2

Aníbal está leyendo un libro que tiene 140 páginas. Si lee todos los días y sigue con el ritmo que se muestra en la tabla, ¿en cuántos días terminará su lectura?

Día	1	2	3
Cantidad de páginas leídas diariamente	5	10	15

¿Cómo lo hago?

- 1 Identifica una regularidad en los valores de la tabla y determina un patrón. Luego, completa hasta que la suma de las páginas leídas sea 140.

Día	1	2	3	4	5	6	7	
Cantidad de páginas leídas diariamente	5	10	15	20	25	30	35	Total: 140

- 2 Aníbal terminará su lectura en 7 días, ya que al sumar la cantidad de páginas leídas por día se obtiene 140.

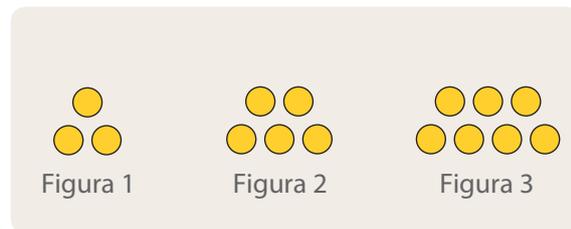
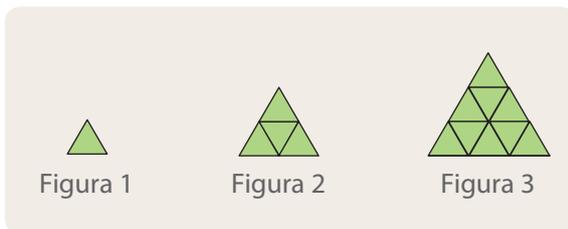
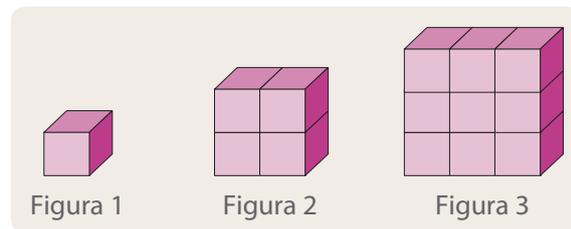
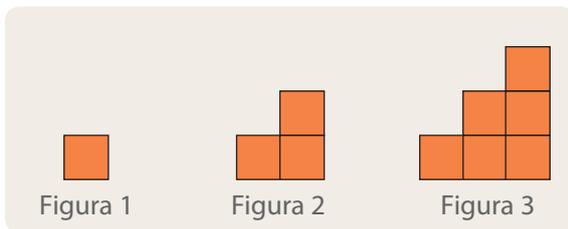
Habilidad

Cuando en una situación identificas una regularidad y usas simbología matemática para expresarla, estás desarrollando la habilidad de **modelar**.

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Escribe los 5 términos que siguen en cada secuencia considerando la información dada.
 - a. El primer término es 12 y el patrón de formación considerado es sumar 6.
 - b. El primer término es 100 y el patrón de formación considerado es restar 18.
 - c. El primer término es 5 y el patrón de formación considerado es multiplicar por 10.
2. Identifica un patrón en cada caso y escribe los siguientes 3 términos que continúan en las secuencias.
 - a. 24, 33, 42, 51, 60, ...
 - b. 78, 188, 298, 408, 518, ...
 - c. 310, 298, 286, 274, 262, ...
3. Identifica un patrón en las siguientes secuencias y luego realiza las actividades.



- a. Dibuja la figura que continúa en cada secuencia.
 - b. ¿Cuál es el patrón de formación que utilizaste en cada caso?
 - c. Construye una tabla para cada secuencia que relacione el número de la figura con la cantidad de elementos. Considera desde la figura 1 hasta la figura 4.
 - d. ¿Cuántos elementos se necesitan para formar la figura 7 en cada secuencia? ¿Cómo lo supiste?
4. A partir del patrón de formación dado, completa las tablas que relacionan la posición de los términos de una secuencia con su respectivo valor.
 - a. Sumar 25.
 - b. Restar 2.
 - c. Multiplicar por 3.

Posición del término	Valor del término
1	10
2	
3	
4	

Posición del término	Valor del término
1	55
3	
5	
7	

Posición del término	Valor del término
1	1
2	
4	
5	

5. Resuelve los siguientes problemas y motívate a aprender Matemática, te podrá ayudar en diversas situaciones cotidianas.
- Se quiere poner sillas para una presentación en un teatro. En la primera fila se ubican 5 sillas y se van agregando dos más en cada fila. Construye una tabla para relacionar los datos, ¿cuántas sillas hay en la fila 11?
 - Camila observa en un paradero de locomoción colectiva que la frecuencia de uno de los recorridos es cada 12 min. Si relaciona el tiempo que demora en pasar el bus del recorrido con una secuencia numérica, ¿cuál es el patrón de formación? ¿Después de cuántos minutos vio pasar el quinto bus?
6. **Educación Física y Salud** Un grupo de bailarines realiza una coreografía en la cual siguen la siguiente secuencia.



- Construye una tabla que relacione a los 6 primeros bailarines con la cantidad de pasos que dan. Explica tu estrategia para determinar un patrón de formación.
 - ¿Cuántos pasos dará el décimo bailarín? ¿Por qué?
7. **Ciencias Naturales** Un tipo de bacteria se reproduce por bipartición, es decir, se divide en dos transcurrido un determinado tiempo. Si al comienzo hay 1 bacteria y se reproduce cada 3 s, ¿cuántas bacterias se tendrían después de 12 s? ¿Qué estrategia utilizaste para responder?

Reflexiono

- ¿Pudiste identificar patrones y valores desconocidos en tablas?

- ¿Qué pasos seguiste para resolver los problemas? Compáralos con los de un compañero o una compañera.

- Daniel participó en clases levantando su mano y haciendo preguntas. Y tú, ¿cómo participaste?

Cálculo de términos en tablas

Exploro

Actitud

Anualmente el Estado de Chile otorga el Premio Nacional del Deporte al deportista o equipo que se haya distinguido por sus resultados competitivos o por su trayectoria destacada.

Ser perseverante te ayudará a alcanzar lo que te propongas, como en los deportes y en otros aspectos de la vida.

Fuente: Instituto Nacional de Deportes

Disponible en <http://www.ind.cl/>

Imagina que te propones comenzar un plan de entrenamiento y para ello cada semana deberás realizar la siguiente secuencia de ejercicios.

Ejercicio	Semana 1	Semana 2	Semana 3
	5 minutos diarios	7 minutos diarios	9 minutos diarios
	10 repeticiones diarias	15 repeticiones diarias	20 repeticiones diarias
	8 repeticiones diarias	14 repeticiones diarias	20 repeticiones diarias

- Identifica un patrón en las secuencias relacionadas con cada ejercicio.



- Completa la tabla que relaciona las semanas con las repeticiones de abdominales.

Semana	Repeticiones diarias
1	$10 = 5 \cdot 1 + 5$
2	$15 = 5 \cdot 2 + 5$
3	$20 = 5 \cdot 3 + 5$

Semana	Repeticiones diarias
4	$25 =$
5	
6	



Si quisieras saber la cantidad de abdominales para cualquier semana, ¿crees que se pueda establecer una regla para calcularla? Comenta con tus compañeros y compañeras.

- ¿Cuántos abdominales tendrías que hacer en la semana 11? ¿Cómo lo calculaste?

Si no pudiste responder la pregunta de la cápsula  o te costó hacerlo, **no te preocupes!** Ahora estudiarás estos contenidos y verás ejemplos de cómo calcular cualquier término en una tabla de valores y así podrás determinar, por ejemplo, la secuencia de ejercicios propuesta anteriormente.

Aprendo

En algunas tablas de valores se pueden establecer **relaciones** o **reglas** entre los números que las componen. Esta regla se puede escribir en lenguaje matemático, lo que te permitirá encontrar cualquier término de la secuencia.

Ejemplo 1

Escribe en lenguaje matemático una regla para encontrar cualquier término de la secuencia 3, 7, 11, 15, ...

¿Cómo lo hago?

- Organiza los datos en una tabla y determina un patrón de formación.

Posición del término	1	2	3	4
Valor del término	3	7	11	15

Un patrón de formación es sumar 4 o $+4$.

- Escribe una regla en lenguaje matemático que relacione la posición de cada término con su valor. Nombra por la letra n la posición del término.

Posición del término (n)	1	2	3	4
Valor del término	3	7	11	15
Relación	$3 = 3 + 0$ $= 3 + 4 \cdot 0$	$7 = 3 + 4$ $= 3 + 4 \cdot 1$	$11 = 3 + 4 + 4$ $= 3 + 4 \cdot 2$	$15 = 3 + 4 + 4 + 4$ $= 3 + 4 \cdot 3$

Una regla posible expresada en lenguaje matemático es $3 + 4 \cdot (n - 1)$.

Dada una regla escrita en lenguaje matemático (término general), puedes reemplazar el número correspondiente a la posición de cada término en esa expresión y así determinar los **valores de una tabla**.

Ejemplo 2

Construye la tabla cuyos datos se generan a partir de la expresión $2 \cdot n + 5$.

¿Cómo lo hago?

- Calcula los primeros términos reemplazando n por el número correspondiente a la posición de cada uno de ellos.

Posición del término (n)	1	2	3	4
Valor del término	$2 \cdot 1 + 5 = 7$	$2 \cdot 2 + 5 = 9$	$2 \cdot 3 + 5 = 11$	$2 \cdot 4 + 5 = 13$

- La secuencia es 7, 9, 11, 13, ...

Atención

La expresión que resulta al escribir en lenguaje matemático una relación o regla que se da entre los valores de una tabla también se conoce como **término general**.

Atención

Para comprobar, puedes reemplazar n por la posición de algún término y verificar que resulte el valor. Por ejemplo, si $n = 4$ tienes que $3 + 4 \cdot (4 - 1) = 15$.

Habilidad

Cuando expresas una situación por medio de modelos matemáticos, estás desarrollando la habilidad de **representar**.

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Encierra la expresión que corresponde a la relación que se da entre los números en cada tabla.

a.

Posición (n)	Valor del término
1	1
2	4
3	7
4	10

$3 \cdot n - 2$

$2 \cdot n$

$2 \cdot n - 1$

b.

Posición (n)	Valor del término
1	5
2	9
3	13
4	17

$5 \cdot n$

$5 + 4 \cdot (n - 1)$

$5 + 4 \cdot n$

2. Considera que los valores de cada tabla siguen una secuencia. Identifica un patrón y una expresión general. Luego, calcula el término pedido en cada caso.

a.

Posición (n)	1	2	3	4
Valor del término	3	10	17	24

Término 18 →

b.

Posición (n)	1	2	3	4
Valor del término	82	80	78	76

Término 25 →

3. Construye una tabla con los primeros 5 valores cuyos datos se generan a partir de las siguientes expresiones.

a. $2 \cdot n + 9$

b. $10 \cdot n - 1$

c. $14 \cdot n + 1$

4. Considera que los valores de la siguiente tabla siguen una secuencia.

Posición (n)	1	6	8	10	11	13	16	17	25
Valor del término	3	13	17	21	23	27	33	35	51

- Escribe una regla matemática que permita encontrar cualquier término de la secuencia.
- ¿Podrías determinar otra regla que describa la misma secuencia? Justifica tu respuesta.
- Verifica la regla encontrada. Compara tus respuestas con las de tus compañeros.

5. Los valores correspondientes a la medida de la base de ciertos triángulos isósceles siguen una secuencia, cuyo patrón de formación es sumar 3. Si la base del triángulo 1 mide 4 cm, ¿cuál es la medida de la base del triángulo 41?

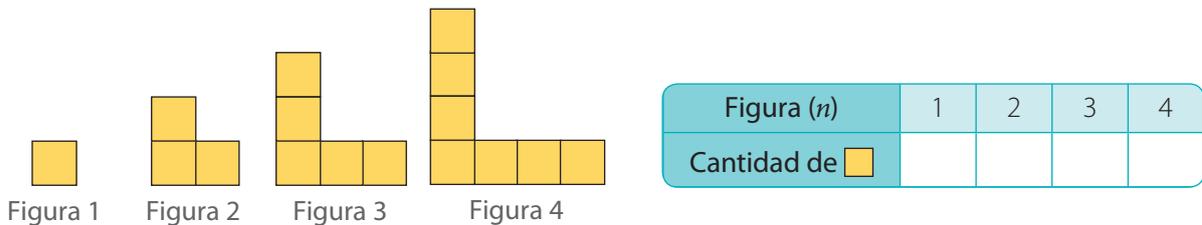
6. Dada la secuencia 30, 35, 40, 45, ..., Ignacia escribió en su cuaderno:

Posición (n)	1	2	3	4
Valor del término	$5 \cdot 6 = 30$	$5 \cdot 7 = 35$	$5 \cdot 8 = 40$	$5 \cdot 9 = 45$

Por lo tanto, el término general es $5 \cdot n$.

¿Es correcta la resolución de Ignacia? Justifica tu respuesta.

7. Observa la siguiente secuencia y realiza las actividades.



- a. Completa la tabla y escribe una expresión general. ¿Cuántos tendrá la figura 16?
- b. **Crea** una secuencia. Luego, construye una tabla con los datos y escribe una expresión general.

8. Reúnete con un compañero o una compañera y analicen el siguiente problema. Luego, desarrollen las actividades.

Gonzalo le vende a su amigo Julio una bicicleta en cuotas cuyo precio es de \$ 165 000. Gonzalo le propone que la primera cuota sea de \$ 15 000; la segunda, de \$ 20 000; la tercera, de \$ 25 000, y así sucesivamente, aumentando \$ 5 000 cada mes al monto de la cuota anterior.

- a. ¿En cuántas cuotas pagará la bicicleta Julio?
- b. ¿En qué número de cuota pagará \$ 40 000?
- c. Creen 2 preguntas que se relacionen con el tema y que se puedan responder con la información del problema. Luego, intercámbienlas con otro grupo y respóndanlas.

9. **Geometría** En una secuencia, el perímetro del primer cuadrado, que es 4 cm, es la mitad del perímetro del siguiente. Reúnete con un compañero y organicen los datos en una tabla. ¿Cuál será la medida del lado del quinto cuadrado? Justifiquen.

Reflexión

- Explica con tus palabras para qué sirve determinar una regla en una secuencia numérica.

- ¿Te gustó trabajar en equipo? ¿Por qué? Escribe algo que podrías mejorar.

- ¿Te esforzaste al desarrollar las actividades? ¿Cómo lo sabes?



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 46 a la 49.

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.



1. Completa las tablas y escribe un patrón de formación para cada secuencia.

(1 punto cada una)

a.



Mes	Dinero reunido
1	\$4 500
2	\$9 000
3	
4	

Patrón de formación →

b.



Mes	Dinero reunido
1	\$22 500
2	
3	
4	

Patrón de formación →

c.



Mes	Dinero reunido
1	\$67 000
2	
3	
4	

Patrón de formación →

2. Escribe la estrategia que utilizarías para calcular el monto total que donará cada persona. (3 puntos)

3. Escribe dos preguntas que se relacionen con los datos de la imagen y permitan identificar valores desconocidos en tablas. Luego, respóndelas. (2 puntos cada una)

4. Luego de conversar con sus padres,  decide no donar aún el monto reunido y seguir juntando dinero por más tiempo con el mismo plan de ahorros.

a. ¿Cuánto dinero tendrá reunido en el mes 20? (1 punto)

b. Escribe una regla en lenguaje matemático que permita calcular la cantidad de dinero reunida por  en cualquier mes y verifica tu respuesta anterior. (2 puntos)

 Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1, 3 y 4a	<ul style="list-style-type: none"> Describir patrones e identificar valores desconocidos en tablas. 		Logrado: 10 puntos o más.
2 y 4b	<ul style="list-style-type: none"> Formular una regla entre los valores de dos columnas de números en una tabla. 		Medianamente logrado: 8 a 9 puntos.
		Total →	<input type="text"/>

¡Muy bien! Ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 1.
Ahora, analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad.

Reflexiono

• Lo que planteaste para lograr tu meta en la página 87, ¿te ha dado resultado?

• ¿Qué dificultades tuviste en el desarrollo de este tema?

• ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste al inicio del tema (página 91)? ¿Cuáles otras usaste?

• ¿Qué te propones mejorar para cumplir tu meta?

• ¿Qué podrías mejorar en las siguientes clases? Remarca el o los recuadros.

Interesarme más por aprender.

Confiar en mis capacidades.

Esforzarme y ser perseverante.

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 2.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.

Para la colación que lleva Bárbara diariamente al colegio, su papá compra distintos tipos de frutas.



1. Completa con los siguientes términos.

multiplicar

regla de formación

propiedad conmutativa

sumar

El papá de Bárbara quiere saber cuánto debe pagar por una cierta cantidad de mangos, por lo que escribe una secuencia y establece una _____. Por otra parte, Bárbara quiere conocer el área y el perímetro de la tapa de la caja con frutillas para un trabajo del colegio, entonces para calcular el área debe _____ la medida del largo por la del ancho y para el perímetro, _____ las medidas de todos los lados. Además, recuerda que puede utilizar la _____ para determinar el área, ya que $20 \cdot 13 = 13 \cdot 20$.

2. Completa la tabla y escribe una regla que permita calcular cualquier término de la secuencia que relaciona la cantidad de mangos y su precio.

Cantidad de mangos	1	2	3	4	5
Precio (\$)	600	1 200			

3. Utiliza la propiedad conmutativa para comprobar que se cumplen las siguientes igualdades.

a. $1\,000 \cdot 3 = 3 \cdot 1\,000$

b. $4 \cdot 1\,600 = 1\,600 \cdot 4$

c. $600 + 1\,600 = 1\,600 + 600$

4. Calcula el área y el perímetro de la tapa de la caja con frutillas.

Diseño mi estrategia

Observa la imagen y desarrolla las actividades.

- En un cierto momento del año la estatura de Fabián era 1,75 m y su masa corporal, de 70 kg. Remarca el recuadro con la expresión para calcular su IMC.

$$\text{IMC} = \frac{70 \text{ kg}}{1,75 \text{ m} \cdot 1,75 \text{ m}}$$

$$\text{IMC} = \frac{1,75 \text{ m}}{70 \text{ kg} \cdot 70 \text{ kg}}$$

$$\text{IMC} = \frac{70 \text{ kg}}{1,70 \text{ m}}$$

- Actualmente la masa corporal de Fabián varió, pero no sabe exactamente cuánto y su estatura sigue siendo la misma.
 - ¿Cómo representarías la masa corporal de Fabián?

 - ¿Cuál podría ser una expresión para calcular su IMC?



El Índice de Masa Corporal (IMC) es la relación que existe entre la altura y la masa corporal de una persona adulta. Para calcularlo se utiliza lo siguiente:

$$\text{IMC} = \frac{\text{masa corporal (kg)}}{\text{estatura (m)} \cdot \text{estatura (m)}}$$

Fuente: *Elige Vivir Sano*. Disponible en <http://eligevivirsano.gob.cl/>

Reflexiono

- ¿Qué contenidos usaste para desarrollar las actividades?

- ¿Cuál crees que fue tu mayor dificultad al resolverlas?

- Escribe tu **estrategia** para determinar expresiones que permitan realizar un cierto cálculo, como las de la actividad 2.

En este tema trabajarás con expresiones algebraicas para que puedas realizar generalizaciones y modelar distintas situaciones usando simbología matemática para expresarlas.

Lenguaje algebraico

Exploro

Actitud

Las actividades deportivas promueven la vida sana y en ellas participas tanto de manera individual como colaborativa.

Al trabajar en equipo debes ser responsable y comprometerte con lo que estás realizando, así construirás relaciones de confianza mutua con el resto del grupo.

Un grupo de estudiantes participa en un *trekking* organizado por los profesores y profesoras de Educación Física.

El *trekking* es una caminata que consiste en recorrer largas distancias en un entorno natural, generalmente poco frecuentado por el turismo convencional.



- Observa la imagen y marca con un si la afirmación es correcta. De lo contrario, marca con una y corrígela.

Si participaran 25 personas, en total deberían llevar 50 L de agua.

Corrección: _____

Para calcular la capacidad de la botella de  hay que dividir por 2 la capacidad de la botella que usó la vez anterior.

Corrección: _____

Si x representa el precio original de los bastones de , entonces $2 \cdot x$ corresponde al precio que los consiguió su primo.

Corrección: _____

?

- ¿Con qué situación de la vida relacionarías la expresión $x + 15 = 40$?
- Si ahora la expresión es $25 + x = 40$, ¿cómo cambia tu situación? Compara tus respuestas con las de tus compañeros y compañeras.

Ahora representarás expresiones escritas en lenguaje natural (palabras) con lenguaje algebraico (números y símbolos) y viceversa. **Motivate** a elaborar distintas preguntas y a buscar sus respuestas.

Aprendo

Para representar información escrita en lenguaje natural con **lenguaje algebraico** puedes relacionar palabras de uso común con operaciones matemáticas.

Ejemplos:

- “más” y “aumentado” se relacionan con la adición (+).
- “diferencia” y “disminuido” se asocian con la sustracción (-).

Ejemplo 1

Representa con lenguaje algebraico cada enunciado.

- La mitad de un número más once.
- La diferencia entre el triple de un número y nueve equivale a tres.

¿Cómo lo hago?

- 1 Representa el número desconocido con una letra, en este caso con x .
- 2 Escribe con lenguaje algebraico las partes de cada enunciado.

- La mitad de un número más once.

$$\frac{x}{2} + 11$$

- La diferencia entre el triple de un número y nueve equivale a tres.

$$3 \cdot x - 9 = 3$$

Ejemplo 2

Escribe en lenguaje natural las siguientes expresiones.

- $2y - 15$
- $\frac{y+1}{4} = y - 8$

¿Cómo lo hago?

- 1 Considera y como un número cualquiera.
- 2 Escribe en lenguaje natural las partes que involucren a y e identifica los símbolos matemáticos de cada expresión. Luego, anota una posible traducción para cada expresión.

- $2y - 15$ → La diferencia entre el doble de un número y quince.
- $\frac{y+1}{4} = y - 8$ → La cuarta parte de la suma entre un número y uno equivale a la diferencia entre el número y ocho.

Atención

Generalmente, para representar cantidades o números desconocidos se usan letras como x, y, z, n o cualquier otra que sea adecuada a la situación.

Atención

Al escribir en lenguaje algebraico, las multiplicaciones que involucren letras puedes representarlas sin el símbolo por “•”.

Ejemplo:

$$3 \cdot x - 9 = 3$$

$$3x - 9 = 3$$



¿Es posible escribir otra traducción para cada expresión? Explica y da un ejemplo.

Ejemplo 3

El profesor de Matemática les pidió a los estudiantes que escribieran un problema que pudiera relacionarse con la expresión $5\,000 + 1\,500a = b$. ¿Cuál podría ser el problema?

¿Cómo lo hago?

1 Piensa en un contexto para el problema.

En este caso se escribirá un problema relacionado con un *camping* y el valor por pagar. Considera que el problema podría vincularse con distintos contextos.

2 Escribe un problema basado en el contexto.

En un *camping* se cobran \$5 000 diarios por el uso del sitio más \$1 500 por cada persona (a). ¿Cuál es la expresión que representa el monto total (b) que se debe pagar por un día en el *camping*?



- ¿Qué representan las letras a y b en el contexto del problema?
- ¿Cuál es la respuesta del problema?

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Remarca el recuadro que contiene la expresión escrita en lenguaje algebraico que representa el siguiente enunciado.

La diferencia entre el triple de un número y diez equivale al mismo número.

$$3x - 10 = x$$

$$3x + x = 10$$

$$x - 3 = 10$$

$$x - 10 = 3x$$

2. Une cada enunciado escrito en lenguaje natural con su representación en lenguaje algebraico.

El producto entre la mitad de un número y veinticinco.

$$\frac{2b}{13} = 2$$

El cociente entre el doble de un número y trece es igual a dos.

$$4x - 30 = x + 15$$

El triple de la suma entre un número y el doble de él.

$$3(x + 2 \cdot x)$$

El cuádruple de un número disminuido en treinta equivale al mismo número más quince.

$$\frac{y}{2} \cdot 25$$

3. Representa con una expresión cada una de las siguientes situaciones. Considera x como los valores desconocidos.
- A una reunión asistieron 150 personas, y la cantidad de mujeres fue el doble que la de hombres.
 - Si a un número se le restan dieciséis unidades, se obtiene catorce.
 - Las edades de Camilo y su hermana suman 29 años. Si Camilo tiene 13 años, ¿cuántos tiene su hermana?
 - ¿Cuál es el número que aumentado en 16 unidades es igual a 30?

4. **Crea** un problema que se relacione con cada una de las siguientes expresiones.

a. $63 + x = 90$

b. $\frac{n}{8} = 5$

c. $z - 15 = 11$

d. $4 \cdot y = 7200$



5. Francisca contrató un plan de telefonía móvil por el que tiene que pagar un cargo fijo, pero si supera los minutos que ofrece el plan, se suma a la cuenta del mes un valor por cada minuto extra. En la imagen se muestra la cuenta reciente de Francisca.

Cuenta telefónica				
Glosa	Unidades disponibles	Unidades utilizadas	Subtotal	Total
Servicio de Internet Móvil				
- Internet 500				
- Cargo fijo			\$ 29 900	\$ 29 900
- Minutos todo destino	500	550	\$ 2 500	\$ 2 500
- Mensajes todo destino	ilimitado	6	0	0
Total mes actual			\$ 32 400	\$ 32 400
Total a pagar				\$ 32 400

Reúnete con un compañero o una compañera y respondan las siguientes preguntas.

- ¿Por qué el monto total por pagar es mayor que el cargo fijo?
- ¿Cuánto se debe pagar por cada minuto extra?
- Si Francisca enviara 85 mensajes, ¿cuánto más tendría que pagar?
- ¿Cuánto debe pagar Francisca si habla n minutos extras y envía m mensajes?

Reflexiono

- ¿Qué fue lo que te produjo mayor dificultad? ¿Por qué?

- En la actividad 5, ¿cómo se organizaron para trabajar en grupo? ¿Crees que les funcionó?

- Describe alguna situación que se relacione con lenguaje algebraico.

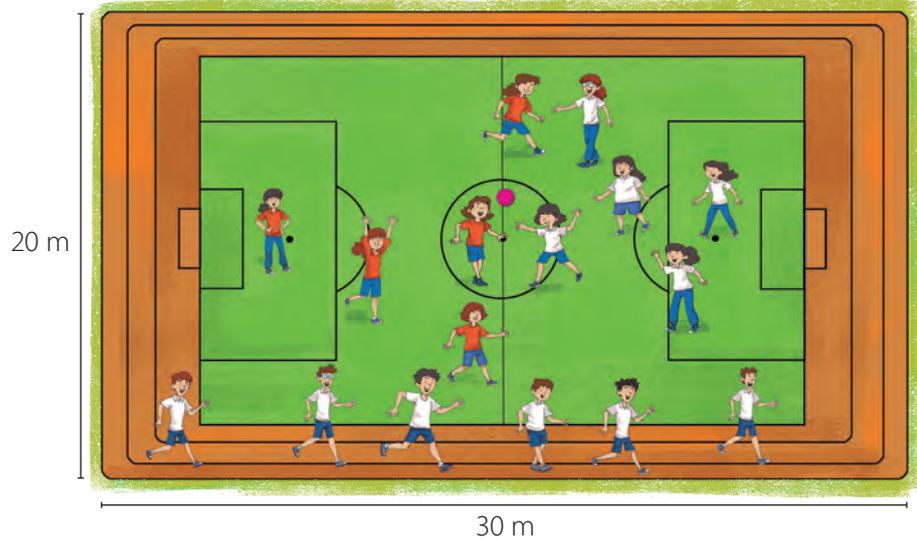


Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 50 a la 51.

Expresiones algebraicas

Exploro

En la clase de Educación Física, el profesor va turnando la actividad del día entre trotar y jugar fútbol, de manera que todos puedan practicar ambas. ¿Cuál preferirías tú?



¿Para qué te puede servir calcular el área de una cancha?

- Si un niño da una vuelta completa a la cancha recorre m.
- ¿Cómo puedes calcular el área de la cancha?

- Completa el siguiente párrafo.

Después de turnar las actividades, una niña dio 3 vueltas a la cancha, por lo que recorrió m. Luego, descansó un rato y dio 2 vueltas más, en las que recorrió m. Entonces en total recorrió m.



¿Hay otra expresión para la cantidad de metros que se recorren al completar x vueltas a la cancha? Compara tu respuesta con la de tus compañeros y compañeras.

- ¿Cómo expresarías la cantidad de metros que se recorren al completar x vueltas a la cancha?

Anteriormente escribiste reglas que permiten encontrar cualquier término de una secuencia. Ahora verás que utilizando expresiones algebraicas también es posible escribir la relación que hay entre dos cantidades.

Aprendo

Una **expresión algebraica** está formada por letras, números y operaciones y las puedes usar para generalizar relaciones entre números.

Ejemplo 1

Describe la relación que se da entre los valores de las columnas de la tabla.

¿Cómo lo hago?

Analiza los valores de a y de b de la tabla y determina una regularidad entre ellos. Luego, escribe una expresión que los relacione.

a	b
1	6
2	12
3	18
4	24

a	b
1	6
2	12
3	18
4	24

→ $6 \cdot 1 = 6$
 → $6 \cdot 2 = 12$
 → $6 \cdot 3 = 18$
 → $6 \cdot 4 = 24$

Al multiplicar 6 por cada valor de a se obtiene el valor de b , por lo que una expresión es $6 \cdot a = b$.

Ejemplo 2



¿Es correcta la afirmación de ?

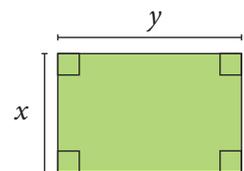
¿Cómo lo hago?

- 1 Considera un rectángulo cualquiera y representa la medida del largo y la del ancho; por ejemplo, puedes usar las letras x e y .
- 2 Escribe una expresión para calcular el perímetro (P) del rectángulo, el que se determina sumando la medida de todos los lados.

$$P = x + x + y + y$$

$$= 2 \cdot x + 2 \cdot y \quad 2 \cdot x \rightarrow \text{doble del ancho} \quad 2 \cdot y \rightarrow \text{doble del largo}$$

Luego, la afirmación de  es correcta.



Aprendo

- Propiedad conmutativa de la adición: el orden de los sumandos no altera la suma. Ejemplo: $756 + 11 = 11 + 756$
- Propiedad conmutativa de la multiplicación: el orden de los factores no altera el producto. Ejemplo: $18 \cdot 9 = 9 \cdot 18$



- ¿Hay algún valor que no puedan tomar a y b ?
- ¿Se puede aplicar la propiedad conmutativa a la sustracción y a la división? Escribe 2 ejemplos.

Ejemplo 3

Observa los siguientes grupos de igualdades y escribe, de ser posible, una expresión algebraica que generalice la regla en cada caso.

Grupo 1 → $2 + 8 = 8 + 2$ $9 + 5 = 5 + 9$ $1 + 16 = 16 + 1$

Grupo 2 → $3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$ $6 \cdot 7 = 7 \cdot 6$ $10 \cdot 2 = 2 \cdot 10$

¿Cómo lo hago?

1 Analiza las igualdades de cada grupo.

Puedes notar que en ambos grupos se identifica el uso de la propiedad conmutativa de la adición y de la multiplicación, respectivamente.

2 Escribe una generalización de la propiedad conmutativa en cada caso.

Grupo 1 → $a + b = b + a$

Grupo 2 → $a \cdot b = b \cdot a$

Considera que a y b son números naturales.

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Lee la siguiente información y luego desarrolla la actividad.

Una **expresión numérica** está formada solo por números y operaciones matemáticas.

Ejemplos: $6 + 10$ $15 - 8 + 3$ $12 \cdot 3$ $10 : 2 + 1$

Clasifica cada expresión como algebraica o numérica.

- | | | | |
|--------------------|------------------|-------------------|---------------------|
| a. $t \cdot 11$ | c. $x \cdot 2$ | e. $956 \cdot s$ | g. $3 \cdot m$ |
| b. $7 + 2 \cdot x$ | d. $46 \cdot 18$ | f. $100 \cdot 53$ | h. $32 \cdot 7 + 8$ |

- ¿Qué diferencia(s) hay entre una expresión algebraica y una expresión numérica?

2. Representa con una expresión algebraica lo pedido. Considera n como un número natural.

- | | |
|------------------------------------|--------------------------------------|
| a. El antecesor de un número n . | c. Una secuencia de números pares. |
| b. El sucesor de un número n . | d. Una secuencia de números impares. |

3. Describe la relación que se da entre los valores de las columnas en cada tabla.

a.

a	b
3	5
5	9
7	13

b.

a	b
1	4
2	6
3	8

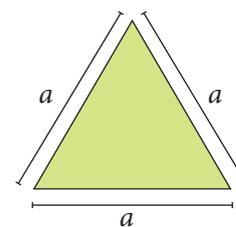
4. Reúnete con un compañero o una compañera, observen la situación y luego respondan.



- a. ¿Gastaron la misma cantidad de dinero  y ?
- b. ¿Se puede generalizar lo anterior? Expliquen.

5. **Geometría** En el triángulo que se muestra, la medida de cada uno de los lados es a .

- a. Escribe una expresión algebraica para calcular el perímetro (P) del triángulo.
- b. ¿Hay alguna expresión para calcular el área (A) de un cuadrado cuyos lados tienen la misma medida que los del triángulo? Explica.



6. **Geometría** Escribe una expresión para calcular el área de cualquier rectángulo.

Reflexiono

- ¿Qué significa generalizar expresiones?

- Al trabajar en equipo responsablemente construyes relaciones basadas en la confianza. ¿Crees que es necesario confiar en tus compañeros y compañeras? ¿Por qué?

Valorización de expresiones algebraicas

Exploro

Andrés y Milena están ahorrando desde la semana pasada para comprar algunos implementos necesarios para la próxima excursión que están organizando. Para poder juntar el dinero, venden colaciones saludables durante las tardes.



- Remarca el recuadro con la expresión que representa la cantidad de colaciones que vendieron  y  esta semana. Considera que c corresponde a la cantidad de colaciones vendidas la semana pasada.

$$c - 11$$

$$c + 11$$

$$11 - c$$

- Si la semana pasada vendieron 55 colaciones, ¿cómo utilizarías la expresión seleccionada para calcular la cantidad que vendieron esta semana?

- Observa el desarrollo que hizo un estudiante. ¿Es correcto su análisis? Explica.

Para calcular el dinero que reunirán se tiene que utilizar la expresión $450 + x$, siendo x la cantidad de colaciones que vendan.

Habilidad

Cuando evalúas los procedimientos y estrategias planteados por otros, estás desarrollando la habilidad de **argumentar** y **comunicar**.

Puedes comentar con tus compañeros y compañeras tu respuesta anterior y ten en cuenta que tus errores pueden ser una oportunidad para aprender. A continuación, estudiarás cómo valorizar expresiones algebraicas y las utilizarás para resolver distintos problemas.

Aprendo

Para **valorizar** una expresión algebraica reemplazas las letras por valores numéricos. Luego, si corresponde, realizas las operaciones.

Ejemplo 1

Calcula el valor numérico de la expresión $6a - 7b + 8c$ si $a = 4$, $b = 3$ y $c = 8$.

¿Cómo lo hago?

- 1 Reemplaza las letras por su valor numérico correspondiente y realiza las operaciones.

$$6a - 7b + 8c$$

$$6 \cdot 4 - 7 \cdot 3 + 8 \cdot 8 = 24 - 21 + 64 = 67$$

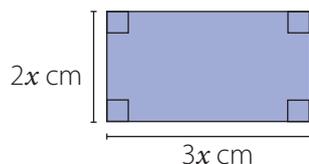
- 2 Por lo tanto, el valor numérico de la expresión es 67.

Ejemplo 2

Dibuja un rectángulo de ancho $2x$ cm y largo $3x$ cm y determina el perímetro cuando $x = 1$ y $x = 6$.

¿Cómo lo hago?

- 1 Dibuja un rectángulo que represente la información.



- 2 Determina la expresión que corresponde al perímetro de estos rectángulos y reemplaza los valores.

Como el perímetro (P) de un rectángulo se calcula sumando la medida de todos sus lados, obtienes lo siguiente:

$$P = (2x + 2x + 3x + 3x) \text{ cm}$$

Luego, reemplaza los valores dados de x .

$$\begin{aligned} \text{Para } x = 1 &\rightarrow P = (2x + 2x + 3x + 3x) \text{ cm} \\ &= (2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 3 \cdot 1) \text{ cm} \\ &= 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Para } x = 6 &\rightarrow P = (2x + 2x + 3x + 3x) \text{ cm} \\ &= (2 \cdot 6 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 6 + 3 \cdot 6) \text{ cm} \\ &= 60 \text{ cm} \end{aligned}$$



¿Hay valores que no puede tomar x en el contexto del problema?
¿Por qué?

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Completa la siguiente tabla.

a	b	c	$a + b$	$a \cdot b - c$	$2 \cdot c + b$
3	2	1			
5	5	5			
10	4	12			
2	8	15			

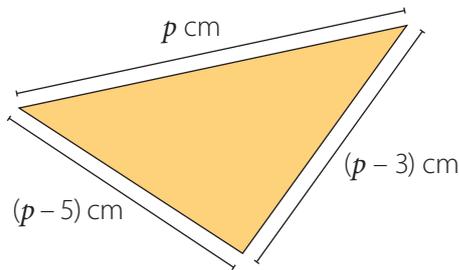
2. Valoriza las siguientes expresiones y completa la tabla. Luego, responde.

Expresión	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$
$2 \cdot n$				
$2 \cdot n - 1$				

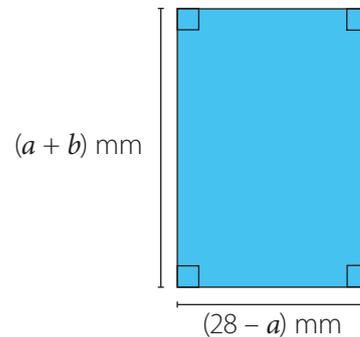
- ¿Observas alguna regularidad entre los números que obtuviste para cada expresión?
- ¿Qué representan los números que obtuviste en la expresión $2 \cdot n$?
- ¿Qué representan los números que obtuviste en la expresión $2 \cdot n - 1$? ¿Es posible que, al sustituir por algún número, la expresión resulte un número par? Justifica.

3. **Geometría** Calcula el perímetro de cada triángulo y el área de cada rectángulo si $a = 11$, $b = 15$, $p = 9$ y $q = 16$.

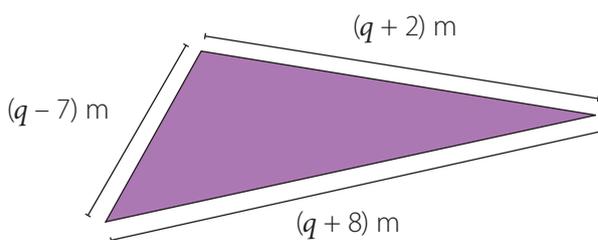
a.



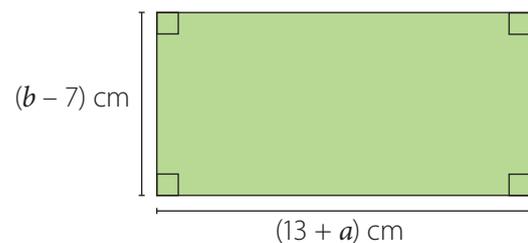
c.



b.



d.



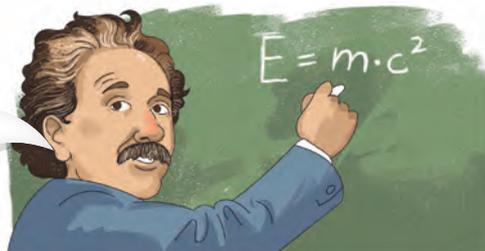
4. Analiza la siguiente situación y luego responde.



- ¿Estás de acuerdo con la afirmación de ? ¿Por qué?
 - Establece una expresión para determinar los múltiplos de 4 y los de 5. Verifica valorizando cada una.
5. Nicolás tiene 15 años y Gabriela tiene el triple de la edad de Nicolás, más 3 años.
- Escribe una expresión algebraica que represente la edad de Gabriela. Considera n como la edad de Nicolás y g como la de Gabriela.
 - ¿Cuál es la edad de Gabriela? Explica tu procedimiento.

6.

La famosa expresión $E = m \cdot c^2$ representa la equivalencia entre la masa y la energía, y corresponde a un campo de la ciencia llamado **física nuclear**.



- Calcula el valor numérico de la expresión $m \cdot c^2$ si $c = 300\,000$ y $m = 0,1$.
- Junto a un compañero o compañera averigüen acerca del personaje y de las aplicaciones beneficiosas de la energía nuclear. Luego, compártanlas con el curso.



Reflexiono

- ¿Qué expresiones te resultaron difíciles de valorizar?

- Como pudiste notar, has resuelto problemas relacionados con otras asignaturas, ¿en qué otras áreas puedes usar Matemática?

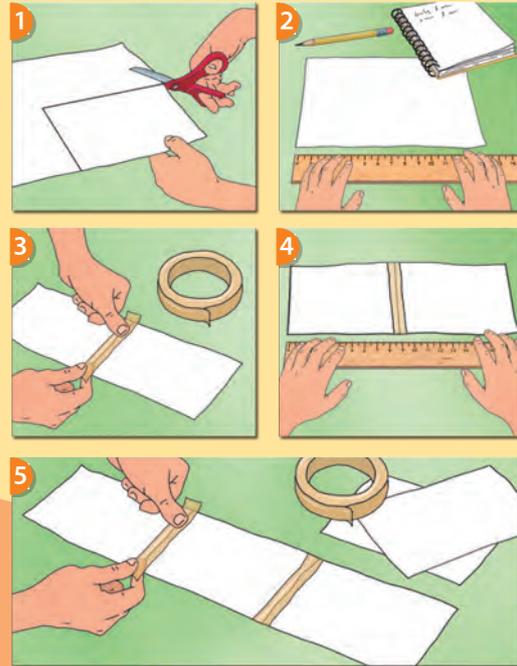


Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 54 a la 55.

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.

Para esta actividad necesitarás lápiz, regla, tijeras, papel lustre o cartulina y cinta adhesiva.

- 1 En el papel, dibuja un rectángulo y recórtalo. Puedes usar algún molde o utilizar las orillas del papel.
- 2 Mide el ancho y el largo del rectángulo. Luego, determina su perímetro y área. Anótalos en una tabla y expresa las medidas en centímetros.
- 3 Copia el rectángulo en el papel, recórtalo y pégalos con cinta adhesiva uniéndolos los lados de menor medida.
- 4 Mide el ancho y el largo y determina el perímetro y el área del rectángulo que formaste.
- 5 Añade rectángulos hasta llegar a tener cuatro unidos. Cada vez que agregues un rectángulo, anota el largo, el ancho, el perímetro y el área obtenidos.



Completa la tabla con los datos que obtuviste y luego responde.

Cantidad de rectángulos	Medida del largo (cm)	Medida del ancho (cm)	Perímetro (cm)	Área (cm ²)
1				
2				
3				
4				

1. ¿Cuál sería el perímetro de nueve rectángulos unidos? ¿Y el área? (2 puntos)
2. ¿Existe alguna relación entre el número de rectángulos unidos con la medida del ancho? ¿Y con la del largo? Explica. (3 puntos)
3. ¿Existe alguna relación entre el número de rectángulos unidos con el perímetro? ¿Y con el área? Explica. (3 puntos)

4. Considera que l es la medida del largo y a la del ancho del primer rectángulo. Completa la tabla con la expresión algebraica que corresponda. Guíate por los ejemplos. (4 puntos)

Cantidad de rectángulos	Largo (l)	Ancho (a)	Perímetro (P)	Área (A)
1	l	a	$2 \cdot l + 2 \cdot a$	$l \cdot a$
2	$2 \cdot l$	a	$2 \cdot 2 \cdot l + 2 \cdot a$	$2 \cdot l \cdot a$
3				
4				

5. ¿Se puede utilizar la propiedad conmutativa al calcular el perímetro y el área de los rectángulos? Da 3 ejemplos en los que se cumpla. (4 puntos)
6. Escribe una expresión que generalice la propiedad conmutativa al calcular el área de un rectángulo. (2 puntos)

 Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1, 2, 3 y 4	<ul style="list-style-type: none"> Describir la relación entre los valores en una tabla, usando una expresión en que intervienen letras. 		Logrado: 11 puntos o más.
5 y 6	<ul style="list-style-type: none"> Usar letras para generalizar la propiedad conmutativa de la adición y la multiplicación. 		Medianamente logrado: 9 a 10 puntos. Por lograr: 8 puntos o menos.
Total →		<input type="text"/>	

¡Muy bien! Ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 2.
Ahora, analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad.

Reflexiono

- Lo que te planteaste mejorar en la página 101 del Tema 1 para cumplir tu meta, ¿lo hiciste? ¿Te funcionó?

- ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste al inicio del tema en la página 103? ¿Usaste otras?

- ¿Qué te propones mejorar en las siguientes clases?

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 3.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.

“Caminar, correr o andar en bicicleta permiten mantener un buen funcionamiento del corazón, quemar las kilocalorías que se consumen y reducir el estrés. Lo importante es que cada persona debe ajustar su nivel de actividad a sus características personales y siempre se debe consultar con un doctor antes de empezar un programa”.

Aproximadamente las kilocalorías (kcal) que se gastan según cada ejercicio son las siguientes:

Bicicleta
a 20 km/h,
11 kcal por
minuto.

Caminar
5 kcal por
minuto.

Correr
9 kcal por
minuto.

¿Cuánto ejercicio se debe realizar, aproximadamente, para quemar las kilocalorías de algunos alimentos?



236 minutos
caminando,
131 corriendo o
107 en bicicleta.



84 minutos
caminando,
46 corriendo o
38 en bicicleta.

Fuente: Fundación de Hipercolesterolemia Familiar. Disponible en <https://www.colesterolfamiliar.org>

1. Completa con los siguientes términos.

solución

ecuación

incógnita

Una persona quiere quemar 300 kcal y ha caminado durante 35 minutos. Para calcular cuántas le faltan por gastar puede plantear una _____, en la que debe identificar los datos, las operaciones y la _____, cuyo valor corresponderá a la _____ de la ecuación.

2. Une cada problema con la ecuación que permitiría resolverlo y su respectiva solución.

He utilizado 185 kcal. ¿Cuántas me faltan si necesito quemar 228 kcal en total?

$$252 + x = 414$$

$$x = 682$$

Una persona come un trozo de pizza y quiere gastar las kilocalorías de esa comida. Si ha corrido 28 min, ¿cuántas kilocalorías le faltaría gastar?

$$x + 495 = 1\,177$$

$$x = 162$$

¿Cuántas kilocalorías me faltaría quemar si quisiera completar las que tiene un menú de comida rápida y llevo 45 min andando en bicicleta?

$$185 + x = 228$$

$$x = 43$$

Diseño mi estrategia

Observa la imagen y desarrolla las actividades.

Al trotar o caminar en una superficie plana se puede calcular las kilocalorías gastadas multiplicando la masa corporal (en kg) por la distancia recorrida (en km). Por ejemplo, si una persona de 60 kg recorre 8 km, habrá quemado 480 kcal, aproximadamente.

Fuente: <http://www.soymaratonista.com/>



1. ¿Qué ecuación plantearías para responder la pregunta de ? ¿Qué representa la incógnita?

2. Encierra la ecuación que relaciona las kilocalorías que gasta una persona al trotar (c) con la masa corporal (m) y la distancia recorrida (d).

$c = m \cdot d$

$m = c \cdot d$

$d = m \cdot c$

3. Escribe la ecuación que se debe resolver para calcular la masa corporal (x) de .

Kilocaloría: unidad de energía equivalente a 1 000 calorías.

Reflexiono

- ¿Qué recuerdas acerca de la resolución de ecuaciones?

- ¿Cuál fue tu mayor dificultad al desarrollar las actividades?

- Escribe tu **estrategia** para resolver ecuaciones como la de la actividad 3.

En este tema resolverás ecuaciones utilizando distintas estrategias en el contexto de la resolución de problemas.

Ecuaciones de primer grado con una incógnita

Exploro

Actitud

Es importante reconocer la contribución de diversos trabajos al bien común. ¿Qué crees que sucedería si nadie se encargara de la limpieza de los parques? Comenta con tus compañeros y compañeras.

Para compartir con tus compañeros e incentivar una colación saludable puedes realizar un pícnic al aire libre.



- Para responder la pregunta, completa con la cantidad de estudiantes según corresponda. Considera que x representa el número de estudiantes que se reunirán en el tercer grupo.

$\square + \square + x = \square$ Total

?

Crea una situación que se pueda resolver con la expresión $x + 12 = 60$. Luego, adapta para que se pueda resolver con la expresión $48 + x = 60$. Compara tu respuesta con las de tus compañeros y compañeras.

- En el tercer grupo se reunirán estudiantes.

Observa que para representar situaciones de la vida diaria, muchas veces puedes utilizar ecuaciones. **Activa tu curiosidad** para modelar diversas situaciones.

Aprendo

Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas en la que hay uno o varios valores desconocidos o incógnitas a los que, por lo general, se les asigna una letra para representarlos.

Ejemplo 1

Representa el siguiente enunciado y determina la ecuación que permite calcular la edad de Andrea.

Si al doble de la edad de Andrea se le suman 6 años resultan 28 años.

¿Cómo lo hago?

- 1 Identifica la incógnita y asígnale una letra.

x : edad actual de Andrea.

- 2 Utiliza simbología matemática para representar el enunciado.

Si al doble de la edad de Andrea se le suman 6 años resultan 28 años,

$$\underbrace{2x}_{2x} + \underbrace{6}_{6} = \underbrace{28}_{28}$$

Luego, la edad de Andrea se puede calcular mediante la ecuación $2x + 6 = 28$.

Ejemplo 2

Crea un problema que se pueda resolver con la siguiente ecuación:

$$3z + 970 = 2500$$

¿Cómo lo hago?

- 1 Define el contexto del problema. Este podría tratarse de la compra de ciertos útiles escolares.
- 2 Relaciona los valores de la ecuación con los datos que entregarás en el enunciado del problema.

z : precio de un lápiz.

\$970: precio de un cuaderno.

\$2500: total de la compra.

- 3 Escribe el problema.

Matías compró 3 lápices idénticos y un cuaderno de \$970. Si gastó en total \$2500, ¿cuál es el precio de un lápiz?



¿La expresión $x + 10$ es una ecuación? ¿Por qué?

Visita la Web

Para practicar más sobre ecuaciones, visita el siguiente sitio web: <http://www.elhuevodechocolate.com/mates/mates6.htm#>

Habilidad

Cuando en una situación organizas los datos y usas simbología matemática para expresarla, estás desarrollando la habilidad de **modelar**.

Ejemplo 3

Escribe la ecuación que modela la siguiente situación.

Un ciclista debe recorrer el siguiente trayecto.



Organiza su recorrido en 4 etapas, como se muestra a continuación:



En estas etapas recorre la misma cantidad de kilómetros.

¿Cuál es la ecuación que permite determinar la cantidad de kilómetros recorridos en cada una de las tres primeras etapas?

¿Cómo lo hago?

- 1 Identifica la incógnita y asígnale una letra.



a representa la cantidad de kilómetros recorridos en cada etapa.

- 2 Escribe la ecuación que representa la situación.

$$a + a + a + 8 = 20$$

- 3 Agrupa la incógnita a y escribe la ecuación correspondiente.

$$3a + 8 = 20$$



¿Es posible representar esta situación mediante otra ecuación? Explica y de serlo, represéntala.

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Encierra aquellas expresiones que representan una ecuación.

$x - 2 = 8$

$15 + 3 = 18$

$12z = 36$

$b + b + 5$

$5y$

$a : 6 = 54$

$x + 25 = 25$



¿Por qué las expresiones que no encerraste no son ecuaciones?

2. Une cada expresión con palabras con la ecuación correspondiente.

El cociente entre un número y 10 es 180.

$n - 10 = 180$

Diez veces un número es 180.

$n : 10 = 180$

La diferencia entre un número y 10 es 180.

$10n = 180$

3. **Crea** un problema para cada ecuación, intercámbialos con tus compañeros y compañeras y luego resuélvelos.

a. $x + 350 + 250 = 1\,000$

b. $5y + 420 = 2\,700$

c. $12b = 12\,000$



4. Determina la ecuación que permite resolver cada problema. Luego, reúnete con un compañero o una compañera, comparen sus respuestas y expliquen sus procedimientos.

- a. Juan lleva una bolsa de color rojo, una azul y una verde, con 50 frutas en total. Si en la bolsa de color rojo hay 8 frutas más que en la azul y en la verde hay 3 menos que en la azul, ¿cuántas frutas hay en cada bolsa?
- b. La suma de tres números pares consecutivos es igual a 84. ¿Cuál es el mayor de estos números?

Reflexiono

- ¿Pudiste modelar situaciones escribiendo una ecuación? ¿Cómo lo hiciste?
- ¿Qué pasos seguiste para representar una ecuación? Escríbelos.
- ¿Cuál fue tu actitud frente a tus capacidades y tu entorno? Menciona un ejemplo.



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 56 a la 59.

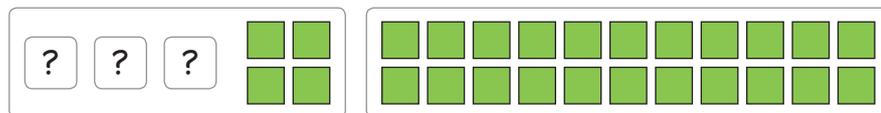
Resolución de ecuaciones

Exploro

Marcelo registró la cantidad de frutas vendidas en un colegio durante los recreos de un día.



- La ecuación que permite calcular la cantidad de frutas vendidas durante el tercer recreo es: $3x + 4 = 22$. La puedes representar por dos grupos con igual cantidad de unidades.



- Considera que $\boxed{?}$ representa la incógnita de la ecuación y \blacksquare la unidad.
- Para determinar el valor de la incógnita, marca con (/) 4 \blacksquare en cada grupo y luego distribuye los restantes en 3 partes con igual cantidad de \blacksquare .
- Como $\boxed{?}$ representa $\square \blacksquare$, entonces en el tercer recreo se vendieron \square frutas.

Atención

Para **comprobar tu solución** puedes reemplazar el valor de la incógnita en la ecuación y verificar si se cumple la igualdad.

Anteriormente modelaste diversas situaciones utilizando una ecuación y ahora aprenderás a resolverlas aplicando distintas estrategias.

Motivate a utilizar tus propias estrategias. ¡Inténtalo!

Aprendo

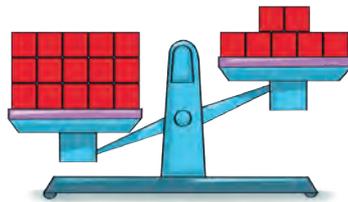
Al **resolver una ecuación** determinas el valor de la incógnita, por ejemplo, utilizando una balanza, descomponiendo los números involucrados o aplicando propiedades numéricas.

Ejemplo 1

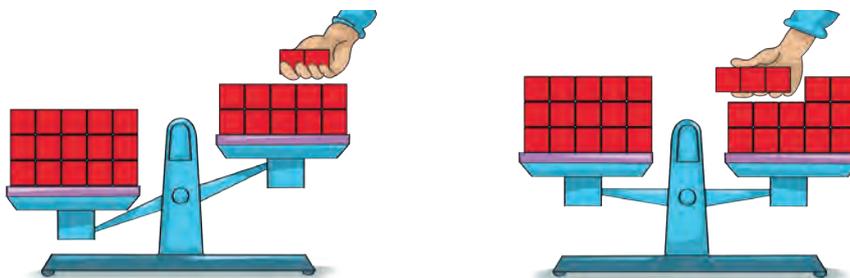
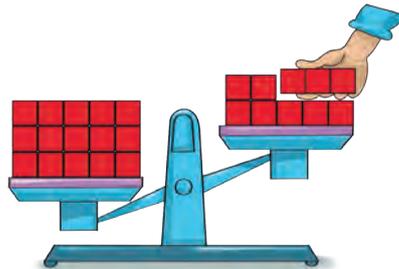
Resuelve la ecuación $15 = x + 7$ utilizando una balanza.

¿Cómo lo hago?

- 1 En una balanza ubica 15  en el lado izquierdo y 7  en el lado derecho.



- 2 Agrega algunos  al lado derecho de la balanza hasta equilibrarla.

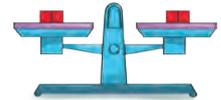


- 3 Cuenta los  que agregaste al lado derecho de la balanza para equilibrarla y luego asigna este valor a la incógnita de la ecuación.

Al agregar 8  al lado derecho de la balanza esta se equilibró, por lo tanto el valor de x es 8.

Atención

Una **igualdad** la puedes representar mediante una balanza en **equilibrio**.



Explícale a un compañero o a una compañera cómo resolverías la ecuación $x + 5 + 6 = 20$ utilizando una balanza.

Ejemplo 2

Resuelve el siguiente problema utilizando una balanza.



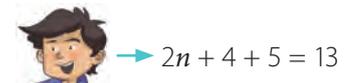
Atención

Para **plantear** una ecuación debes tener en cuenta lo siguiente:

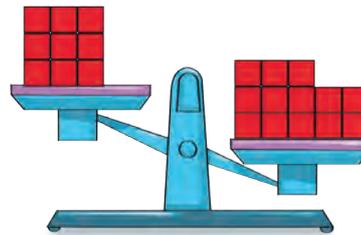
- Leer el problema para identificar lo que se pide responder.
- Asignar una letra que represente la incógnita del problema.
- Plantear la ecuación que permita dar solución al problema y luego resolverla.

¿Cómo lo hago?

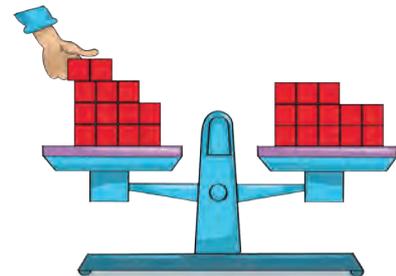
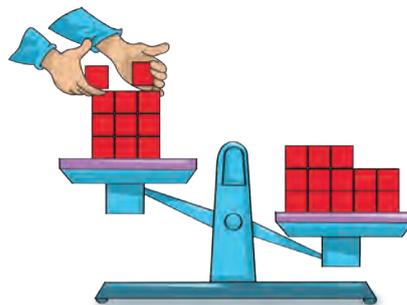
- 1 Plantea la ecuación. Considera que n representa el número pedido.



- 2 Representa la ecuación como $2n + 9 = 13$ y ubica en una balanza 9 \blacksquare en el lado izquierdo y 13 \blacksquare en el lado derecho.



- 3 Agrega de a 2 \blacksquare en el lado izquierdo de la balanza hasta equilibrarla.



- 4 Como agregaste 2 veces 2 \blacksquare al lado izquierdo de la balanza hasta equilibrarla, este valor corresponde a la incógnita n . Luego, el número pedido es 2.



Si a una balanza en equilibrio se le agrega o se le quita a ambos lados la misma cantidad de \blacksquare , ¿se mantiene en equilibrio? Explica.

Ejemplo 3

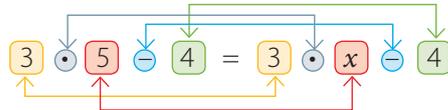
Resuelve la ecuación $3x - 4 = 11$ por descomposición.

¿Cómo lo hago?

- 1 Representa el número 11 como: "3 por un número natural menos 4".

$$11 = 3 \cdot 5 - 4$$

- 2 Determina el valor de la incógnita mediante la correspondencia 1 a 1 entre los términos en cada lado de la ecuación.

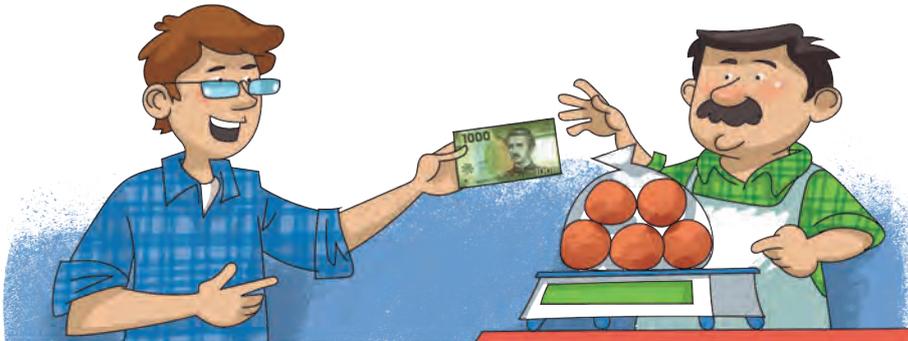


Luego, el valor de x es 5.

Ejemplo 4

Resuelve el siguiente problema y comprueba tu solución.

Si por su compra Carlos recibió de vuelto \$ 160, ¿cuál es el precio de las naranjas?



¿Cómo lo hago?

- 1 Plantea la ecuación que modela el problema.

$$x + 160 = 1\ 000 \quad x: \text{precio de las naranjas.}$$

- 2 Resuelve la ecuación aplicando las propiedades de una igualdad.

$$\begin{aligned} x + 160 &= 1\ 000 / - 160 \\ x + 160 - 160 &= 1\ 000 - 160 \\ x &= 840 \end{aligned}$$

- 3 Comprueba tu solución y responde la pregunta del problema.

$$\begin{aligned} 840 + 160 &= 1\ 000 \\ 1\ 000 &= 1\ 000 \end{aligned}$$

El precio de las naranjas es \$ 840.

Atención

Observa que en el caso de la ecuación

$$3 \cdot 5 - 4 = 3 \cdot x - 4$$

- el 3 y el “ \cdot ” del lado izquierdo se corresponden con el 3 y el “ \cdot ” del lado derecho.
- el “ $-$ ” y el 4 del lado izquierdo se corresponden con el “ $-$ ” y el 4 del lado derecho.

Por lo tanto, x es igual a 5, ya que se corresponde con el 5 del lado derecho.

Atención

Si sumas o restas un mismo número a ambos lados de una igualdad, esta se conserva.



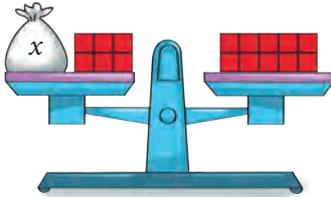
¿La solución encontrada corresponde al contexto del problema? ¿Por qué?

Practico

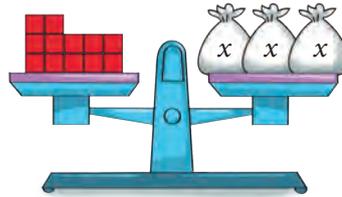
Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Escribe la ecuación representada en cada balanza. Considera que x es la cantidad de  que contiene cada bolsa.

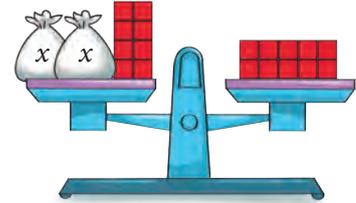
a.



b.



c.



2. Resuelve las siguientes ecuaciones. Puedes utilizar una balanza para representarlas.

a. $x + 8 = 15$

b. $3 + y + 5 = 12$

c. $a + a + a + 3 = 9$

d. $5z = 20$

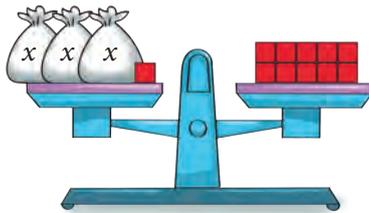
e. $3b + 2 = 17$

f. $15 = t + 2 + 4$

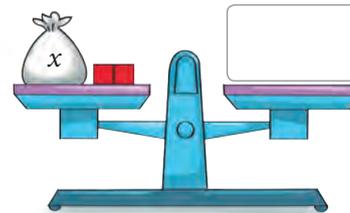
g. $10 = n + n + 4$

h. $2y + 3 = 14 + 3$

3. A partir de la balanza 1, completa la balanza 2 con los  que deben ir en . Considera que ambas balanzas están en equilibrio.



Balanza 1



Balanza 2

4. Representa el número 27 como:

a. 2 veces un número más 1.

b. 4 veces un número menos 1.

c. 5 veces un número más 2.



5. Reúnete con un compañero o una compañera y representen, cada uno, el número 66 de dos formas distintas. Luego, comparen sus respuestas y expliquen el procedimiento que utilizaron.

6. Resuelve las siguientes ecuaciones por descomposición.

a. $27 = 3x$

c. $8a = 56$

e. $2 = x : 900$

g. $17 - 2n = 9$

b. $2y - 6 = 18$

d. $13 = 2x - 1$

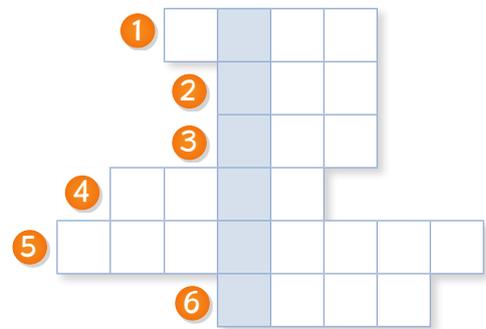
f. $7a + 7 = 56$

h. $5x - 5 = 15 - 5$

7. Si $x \cdot n = n$ y n es un número natural, ¿qué valor debe tener x para que el valor de n no cambie? Explica y escribe un ejemplo.

8. Plantea y resuelve cada ecuación. Luego, escribe con palabras el número correspondiente en el crucinúmero.

- 1 Si a un número se le suman 2, el resultado es 13, ¿cuál es el número?
- 2 ¿Qué número multiplicado por 3 es 3?
- 3 El doble de una cantidad menos 500 es 1 500. ¿Cuál es la cantidad?
- 4 ¿Cuántas figuras hay si el doble de ellas es 6?
- 5 ¿A qué número se le resta 20 para que el resultado sea 20?
- 6 ¿Qué número dividido por 2 es 4?



9. Analiza la resolución de las siguientes ecuaciones. Encierra el error cometido y corrígelo. Luego, resuelve cada ecuación.

a. $47 + x = 119$
 $47 - 47 + x = 119 + 47$
 $x = 166$

b. $17 + x = 25$
 $17 - 17 + x = 25 - 17$
 $x = 9$

c. $82 + x = 173$
 $82 - 82 + x = 173$
 $x = 173$

10. **Educación Física y Salud** Sofía se está preparando para una competencia, por lo que corrió 90 km en total en los últimos cinco días y cada día recorrió 3 km más que el día anterior.

- a. ¿Cuántos kilómetros recorre cada día?
- b. Si la siguiente semana recorre la misma cantidad de kilómetros, pero cada día avanza 5 km más que el día anterior, ¿cuántos kilómetros corre cada día?

Reflexiono

- ¿Pudiste resolver ecuaciones aplicando diversas estrategias? ¿Cuál te resultó más efectiva?

- ¿Qué pasos seguiste para resolver los problemas? Compáralos con los de tus compañeros y compañeras.

- ¿Qué fue lo que te causó mayor interés de la resolución de ecuaciones?

- Cuando tuviste dudas, ¿las pudiste aclarar? Explica.



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 60 a la 63.

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.

Los científicos, después de muchos estudios, observaron que en los seres humanos existe una relación entre la estatura de una persona y la longitud de sus huesos.

Si se conocen la estatura de una persona y las longitudes de los huesos, como el fémur o el húmero, se pueden obtener expresiones matemáticas que relacionan ambas medidas.

La estatura (E), en centímetros, se puede aproximar expresando la longitud del fémur (f) mediante la siguiente expresión:

Mujer $E = 2 \cdot f + 73$

Hombre $E = 2 \cdot f + 82$



1. Completa la tabla con las expresiones que permiten calcular las estaturas solicitadas. (3 puntos)

Longitud del fémur (cm)	Estatura de una mujer	Estatura de un hombre
35		
37		
40		

- Representa la ecuación que permite calcular la medida del fémur de la niña de la imagen. (1 punto)
- De acuerdo con la última medición, un estudiante creció 4 cm. Si en ese entonces su fémur medía 39 cm, ¿cuál es la ecuación que permite calcular la estatura actual del estudiante? (1 punto)
- Crea un problema con una de las expresiones dadas para calcular la medida del fémur de una persona. Representa la ecuación asociada al problema en una balanza y explica paso a paso tu resolución. (4 puntos)
- Si un hombre y una mujer tienen la misma estatura, ¿la medida de su fémur es igual? ¿Por qué? Da un ejemplo. (2 puntos)

6. Completa una tabla como la siguiente con la ecuación que permite calcular la medida del fémur de cada persona. Luego, resuélvela por descomposición y comprueba tu solución aplicando las propiedades de una igualdad. (3 puntos)

Nombre	Estatura (E)	Ecuación	Descomposición	Fémur (f)	Comprobación
Carolina	153 cm				
Felipe	171 cm				
Catalina	157 cm				

7. Utiliza una cinta métrica para medir tu fémur de la manera más exacta posible. Calcula tu estatura a partir de esta medida. ¿El resultado coincide con tu estatura real? ¿A qué se debe la diferencia? (3 puntos)
8. Si un niño mide 141 cm, ¿cuánto medirá su fémur? ¿Cuál de las estrategias de resolución de ecuaciones crees que es más conveniente aplicar para responder la pregunta? ¿Por qué? (3 puntos)



Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1, 2 y 3	<ul style="list-style-type: none"> Escribir una ecuación para representar una situación dada. 		Logrado: 12 puntos o más. Medianamente logrado: 10 a 11 puntos. Por lograr: 9 puntos o menos.
4, 5 y 6	<ul style="list-style-type: none"> Representar y resolver una ecuación utilizando una balanza, por descomposición o aplicando propiedades. 		
7 y 8	<ul style="list-style-type: none"> Evaluar las estrategias de resolución de ecuaciones aplicadas y las soluciones obtenidas según el contexto. 		
Total →		<input type="text"/>	

¡Muy bien! Ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 3.
Ahora, analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad.

Reflexiono

- ¿Qué dificultades tuviste en el desarrollo de este tema?

- ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste al inicio del tema en la página 119? ¿Cuáles otras usaste?

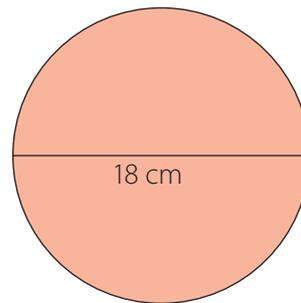
- ¿Qué te propones mejorar respecto de tu actitud en las siguientes clases?

Complementa tu aprendizaje

- 1 Reúnete con algunos compañeros y compañeras y desarrollen la siguiente actividad utilizando material concreto.

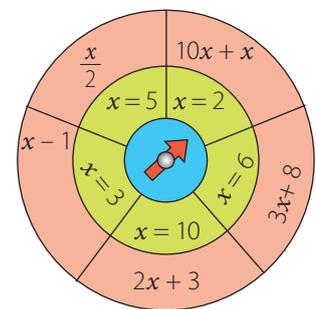
Materiales

- Cartulinas de tres colores diferentes.
- Tachuela.



Procedimiento

- 1 Corten tres círculos: uno de 18 cm, uno de 14 cm y otro de 10 cm de diámetro.
- 2 Dividan los dos círculos más grandes en 5 partes iguales.
- 3 Escriban las expresiones algebraicas en las secciones del círculo más grande. Distribúyanlas como se muestra.
- 4 En el círculo mediano escriban los valores de la variable x .
- 5 Dibujen una flecha en el centro del círculo más pequeño.
- 6 Junten los tres círculos y pongan en el centro la tachuela.
- 7 ¡Ya está listo! Hagan girar los círculos y, según lo que señale la flecha, sustituyan el valor de la variable en la expresión y evalúen. Repitan el proceso varias veces.



- 2 Lee la siguiente información y completa la tabla. Luego, compara lo obtenido con un compañero o una compañera.

- Andrés, Viviana, Alejandra y Pablo son amigos.
- Uno de ellos prefiere el fútbol, otro el básquetbol, a otro le gusta el atletismo y otro prefiere la natación.
- Sus estaturas son 168 cm, 165 cm, 170 cm y 160 cm.
- A Viviana le gusta la natación y mide 5 cm menos que Alejandra.
- A Pablo no le gusta el fútbol y es el más alto.
- A Alejandra no le gustan el básquetbol ni el fútbol y mide 5 cm menos que Pablo.

¿Cuál es el deporte preferido y la estatura de cada uno de los amigos?

	Andrés	Viviana	Alejandra	Pablo
Deporte preferido				
Estatura (cm)				

3 Lee las instrucciones para realizar la siguiente actividad.

- Plantea y resuelve la ecuación de cada recuadro.
- Anota el valor de cada incógnita en el cuadro de notas.
- Según el valor de cada incógnita, anota la letra y descubre la palabra secreta.

Dos veces **e** es igual a 4.

Tres veces **c** más 2 es igual a 11.

Dos veces **i** más 1 es igual a 13.

Una vez **v** más 1 es igual a 21.

Tres veces **t** más 3 es igual a 6.

Tres veces **a** es igual a 15.

Tres veces **n** es igual a 21.

Tres veces **o** más 1 es igual a 25.

Una vez **w** más 1 es igual a 11.

Dos veces **u** más 3 es igual a 11.

Notas

2	3	4	5	3	6	8	7

4 Reúnete con un compañero o una compañera y calculen el valor de las figuras considerando que la suma de los números de cada fila y columna sea el indicado. Cada uno resuelva uno de los cuadrados y luego revisen sus soluciones.

Suma → 60

20	24	
20		28
	24	16

=

=

=

Suma → 99

33	17	
35		27
	45	23

=

=

=

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en esta unidad.

Relación numérica en tablas

1. Los valores de cada tabla siguen una secuencia. Escribe un patrón de formación y una expresión general. Luego, verifica lo obtenido determinando el sexto término. (2 puntos cada una)

a.

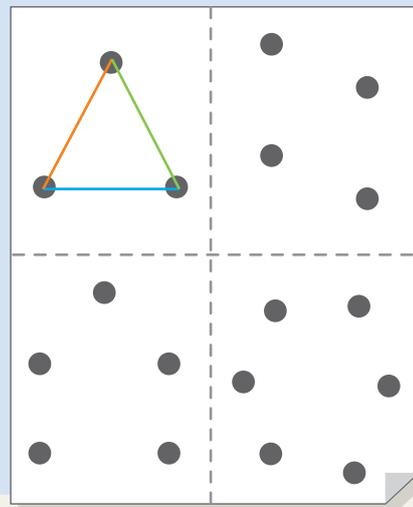
Posición (n)	1	2	3	4
Valor del término	6	12	18	24

b.

Posición (n)	1	2	3	4
Valor del término	1	4	9	16

2. Sigue los siguientes pasos y luego responde. (1 punto cada una)

- 1 Divide una hoja en cuatro partes iguales y dibuja en una de ellas 3 puntos, en otra 4, en la siguiente 5 y finalmente 6 puntos, como se muestra en la figura.
- 2 Une los puntos con líneas rectas de todas las formas posibles. Puedes utilizar lápices de diferentes colores.
- 3 Cuenta la cantidad de líneas que se pueden trazar en cada sección de puntos y anota lo obtenido en la tabla



a.

Cantidad de puntos	Cantidad máxima de líneas que se pueden trazar
3	3
4	
5	
6	

- b. ¿Cuántas líneas se podrán hacer si se dibujan 7 puntos?
- c. ¿De qué forma se puede determinar la cantidad de líneas al dibujar más de 7 puntos sin tener que trazar las líneas en un papel?

Expresiones algebraicas

3. Representa con una expresión algebraica cada enunciado. (1 punto cada una)
- El perímetro de un cuadrado cuyo lado mide el doble de x .
 - El área de un cuadrado de lado n .
 - El perímetro de un cuadrado de lado $(a - 2)$. ¿Hay alguna restricción para el valor de a ?
4. **Educación Física y Salud** Para tener una vida saludable se debe seguir una dieta balanceada y realizar actividad física. Al hacer ejercicios, el corazón se fortalece y el oxígeno se distribuye mejor dentro del cuerpo. Fabián es un atleta que ha sido constante en sus entrenamientos. (1 punto cada una)



¿Por qué crees tú que es importante realizar actividad física?

- ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el tiempo que le tomaba a Fabián hacer el recorrido hace 3 años?
 - Considerando la expresión que escribiste en **a.**, ¿cuál es el tiempo que le tomaba a Fabián realizar el recorrido al comienzo de su entrenamiento?
 - Si ahora Fabián hace el recorrido en 7 min, ¿cuánto tardaba al comienzo de su entrenamiento?
5. **Geometría** Valeria está creando el diseño de un edificio y para ello dibuja distintos rectángulos en los que el largo debe medir 11 cm más que el ancho. (1 punto cada una)
- ¿Qué expresión algebraica representa el largo y el ancho de los rectángulos?
 - Construye una tabla con las medidas de los rectángulos cuando el largo es 12 cm, 13 cm, 14 cm y 15 cm. Luego, determina el perímetro y el área de cada uno.
 - Si el largo de un rectángulo mide 25 cm, ¿cuál es su perímetro?
 - Utiliza una expresión algebraica para representar el área y el perímetro de cada rectángulo.
6. Analiza si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. Justifica en cada caso. (1 punto cada una)
- Si a y b son números naturales, entonces $(a + b)$ es siempre un número natural.
 - Si a y b son números naturales, entonces $(b - a)$ es siempre un número natural.
 - Si a , b y c son números naturales, entonces $c \cdot (a - b)$ nunca será cero.

Ecuaciones

Analiza la siguiente información. Luego, responde.

Parques de Chile

La riqueza natural de Chile es protegida por el Sistema Nacional de Áreas Silvestres Protegidas del Estado, creado y administrado por la CONAF.

Las personas que ingresen a un área protegida del Estado deben cancelar una entrada, pero no pagan los niños menores de 6 años y niños en situación de discapacidad.

Tarifas de algunos lugares para personas adultas nacionales:

- Pingüino de Humboldt \$ 2 500
- El Morado \$ 2 500
- Laguna San Rafael \$ 4 000
- Cabo de Hornos \$ 3 000



¿Qué opinas acerca de que en Chile se protejan estas áreas?

Fuente: Corporación Nacional Forestal (CONAF). Disponible en <http://www.conaf.cl/>

7. ¿Cuál es la ecuación que relaciona la cantidad de adultos que ingresan a Pingüino de Humboldt con el valor por pagar? (1 punto)
8. Si un grupo de adultos pagó \$ 32 000 por ingresar a la Laguna san Rafael, ¿cuántos entraron? (2 puntos)
9. ¿Cuántos adultos ingresaron a El Morado si pagaron \$42 500 por sus entradas? (2 puntos)
10. Los integrantes de una familia conformada por adultos y 3 niños, que no pagan entrada, cancelaron \$ 8 520 en colaciones y luego ingresaron a Cabo de Hornos. Si en total gastaron \$ 20 520, ¿cuántas personas entraron al lugar? (2 puntos)
11. Escribe un problema similar al anterior en el que la incógnita de la ecuación que se deba resolver sea el dinero gastado en colaciones. Luego, resuélvelo. (3 puntos)

Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1 y 2	<ul style="list-style-type: none"> • Describir patrones y formular una regla entre los valores de una tabla. 		Logrado: 18 puntos o más.
3, 4, 5 y 6	<ul style="list-style-type: none"> • Usar letras para generalizar propiedades y escribir fórmulas. • Describir la relación entre los valores de una tabla usando una expresión algebraica. 		Medianamente logrado: 15 a 17 puntos.
7, 8, 9, 10 y 11	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver ecuaciones aplicando diferentes procedimientos. 		Por lograr: 14 puntos o menos.
Total →		<input style="width: 100px; height: 20px;" type="text"/>	

Síntesis

A partir de tu trabajo y de los conocimientos adquiridos a lo largo de la unidad, elabora una síntesis de tus aprendizajes. Para ello, completa los recuadros. Guíate por el ejemplo.

	Lo que sabía	Lo que aprendí	
Relación numérica en tablas	Determinar patrones en una secuencia.	Relacionar los valores de una tabla y establecer una regla.	Lo que más me gustó
Expresiones algebraicas			Lo que me produjo mayor dificultad
Ecuaciones			

¡Excelente! Ya terminaste el trabajo de la Unidad 2, es hora de que analices tus logros.

Reflexiono

- ¿Crees que cumpliste la meta que te propusiste al inicio de la unidad? ¿Por qué?
- ¿Qué contenidos necesitas reforzar?
- Observa la siguiente situación y luego responde.



¿Con qué aspecto de la situación te identificas?

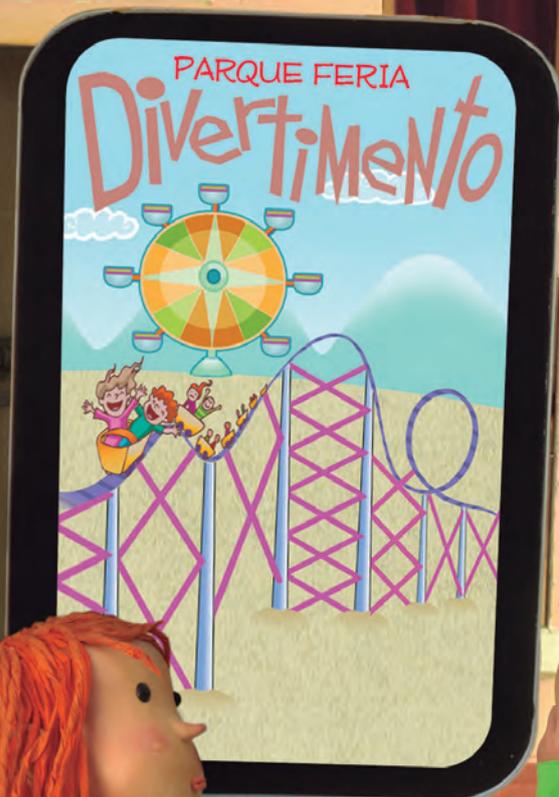
¿Qué opinas de la actitud de ?

Geometría y medición

Un parque de entretenimientos es un lugar al que puedes ir con tus amigos y amigas y observar que hay muchos elementos que podrían relacionar con **geometría** y con **medición**. Potencia tu **creatividad** en el desarrollo de los contenidos y las actividades de esta nueva unidad.



Estudiarás...	Para que puedas...	En las páginas...
Ángulos	Estimar y medir ángulos identificando sus características.	142 - 159
Construcción de triángulos	Construir y comparar triángulos según sus lados y ángulos.	160 - 169
Triángulos y cuadriláteros	Calcular ángulos interiores en triángulos y cuadriláteros.	170 - 181
Teselaciones	Realizar teselaciones de figuras.	182 - 193
Área y volumen	Calcular el área y el volumen de cubos y paralelepípedos.	194 - 209



Punto de partida

Te invitamos a observar la imagen para responder las siguientes preguntas que te ayudarán a desarrollar los aprendizajes en esta unidad.

- ¿Qué elementos geométricos observas en la imagen?
¿Con qué contenidos los relacionas?

- De lo que estudiarás en esta unidad, ¿qué es lo que te gustaría aprender? ¿Por qué?



Mi **meta** en esta unidad es resolver problemas geométricos y para lograrla los relacionaré con situaciones de la vida diaria.
¿Qué meta te propones tú?

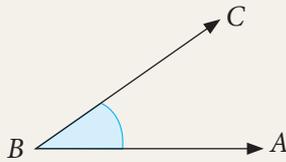
Mi meta es _____ y
la lograré _____.

Activa tus conocimientos previos y desarrolla las siguientes actividades de evaluación.

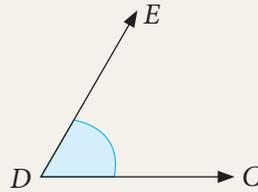
Ángulos

1. Nombra cada ángulo usando letras. (1 punto cada uno)

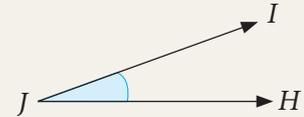
a.



b.



c.



2. De los ángulos del ítem 1, ¿cuál es el de mayor medida? ¿Cuál es el de menor medida? (2 puntos)

Traslaciones

3. Marca con un la respuesta correcta. (1 punto cada una)

a. Un punto tiene coordenadas (3, 5), se mueve 2 unidades a la derecha y luego 4 unidades hacia abajo. Las nuevas coordenadas son:

(1, 2)

(5, 9)

(5, 1)

b. Un punto se traslada 3 unidades a la derecha y 2 unidades hacia abajo quedando en (6, 7). ¿Cuáles son las coordenadas del punto inicial?

(3, 9)

(3, 5)

(9, 3)

4. Observa la siguiente figura y luego realiza lo pedido. (1 punto cada una)



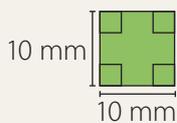
a. Traslada el triángulo ABC 5 unidades hacia la derecha y 1 unidad hacia arriba.

b. ¿Cómo son las medidas de los lados del triángulo trasladado en relación al triángulo inicial?, ¿y los ángulos?

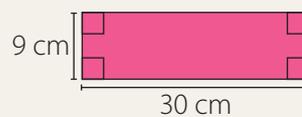
Área

5. Calcula el área de las siguientes figuras. (1 punto cada una)

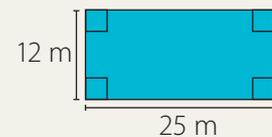
a.



b.



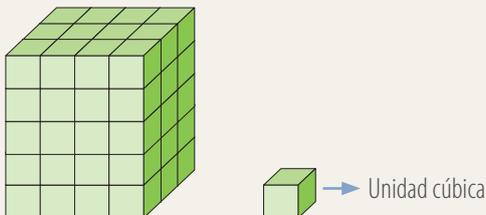
c.



6. Si el área de un rectángulo es 56 cm^2 y su largo mide 8 cm , ¿cuál es la medida de su ancho? ¿Puede haber otro rectángulo de igual área? Explica. (2 puntos)

Volumen

7. ¿Cuántas unidades cúbicas de volumen tiene el siguiente paralelepípedo? (2 puntos)



8. Observa la imagen formada por cubos y responde. (2 puntos cada una)
- ¿Cuántos cubos fueron necesarios para la construcción de la figura?
 - Si cada cubo representa 1 unidad cúbica, ¿cuál es el volumen de la figura?



Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1 y 2	<ul style="list-style-type: none"> Comprender el concepto de ángulo. 		Logrado: 12 puntos o más. Medianamente logrado: 10 a 11 puntos. Por lograr: 9 puntos o menos.
3 y 4	<ul style="list-style-type: none"> Trasladar figuras en cuadrículas. 		
5 y 6	<ul style="list-style-type: none"> Calcular el área de cuadrados y rectángulos. 		
7 y 8	<ul style="list-style-type: none"> Comprender el concepto de volumen. 		
Total →		<input type="text"/>	

Reflexiono

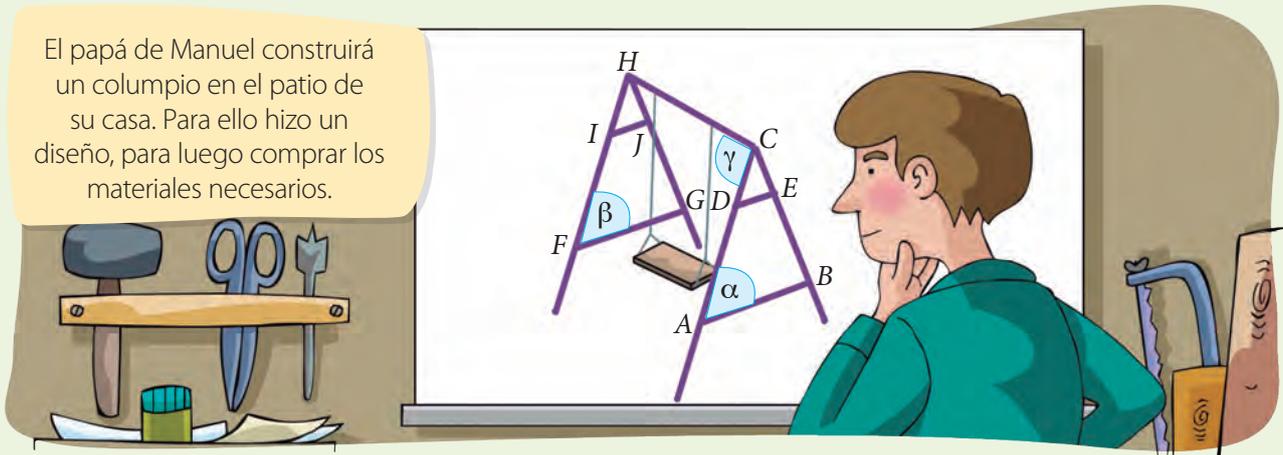
- ¿Fuiste creativo al desarrollar las actividades? Escribe algún aspecto que podrías mejorar en esta unidad.
-

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 1.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.

El papá de Manuel construirá un columpio en el patio de su casa. Para ello hizo un diseño, para luego comprar los materiales necesarios.



1. Completa con los siguientes términos.

igual

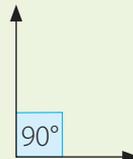
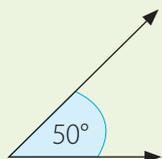
menor

paralelos

La estructura del columpio se construirá con madera, para esto se deben efectuar los respectivos cortes. La medida de los trozos representados por \overline{AB} y \overline{FG} debe tener _____ longitud. A la hora de montar los trozos, \overline{DE} y \overline{AB} deben ser _____. La medida de las cuerdas que sostendrán el asiento debe ser _____ que la altura de la estructura. Teniendo en cuenta esas consideraciones, el columpio quedará perfecto para Manuel.

2. ¿Qué figuras geométricas puedes relacionar con la estructura del columpio?

3. Teniendo como referencia los siguientes ángulos, ¿con cuál de ellos relacionarías los ángulos α y β , ¿y el ángulo γ ?



Diseño mi estrategia

Observa la imagen y desarrolla las actividades.

- ¿Los ángulos α y γ son mayores o menores que 90° ?

- ¿Qué sucedería con la altura de la montaña rusa si las medidas de los ángulos α y β aumentan? Considera que la cantidad de material utilizado entre esos pilares debe ser la misma.

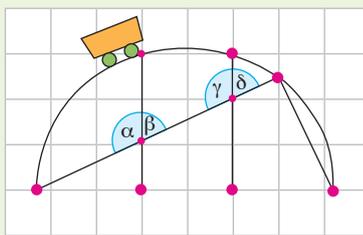


- El carro se desplaza por el sector que se muestra en la imagen.

a. ¿Qué pares de ángulos tienen igual medida? ¿Cómo lo supiste?

b. ¿Cuánto es la suma entre los ángulos α y β ?

c. Construye un ángulo de igual medida que el ángulo β .



En un parque de diversiones hay diferentes juegos. Uno de ellos es "la montaña rusa". La estructura sobre la cual transitan los carros está sostenida por pilares en los que se pueden identificar ángulos.

Reflexiono

- ¿Qué contenidos de años anteriores usaste para desarrollar las actividades?

- Escribe tu **estrategia** para determinar la medida de un ángulo y para construirlo.

En este tema trabajarás con ángulos; determinarás su medida, los construirás e identificarás ángulos entre rectas para resolver problemas utilizando diferentes estrategias.

Estimación y medición de ángulos

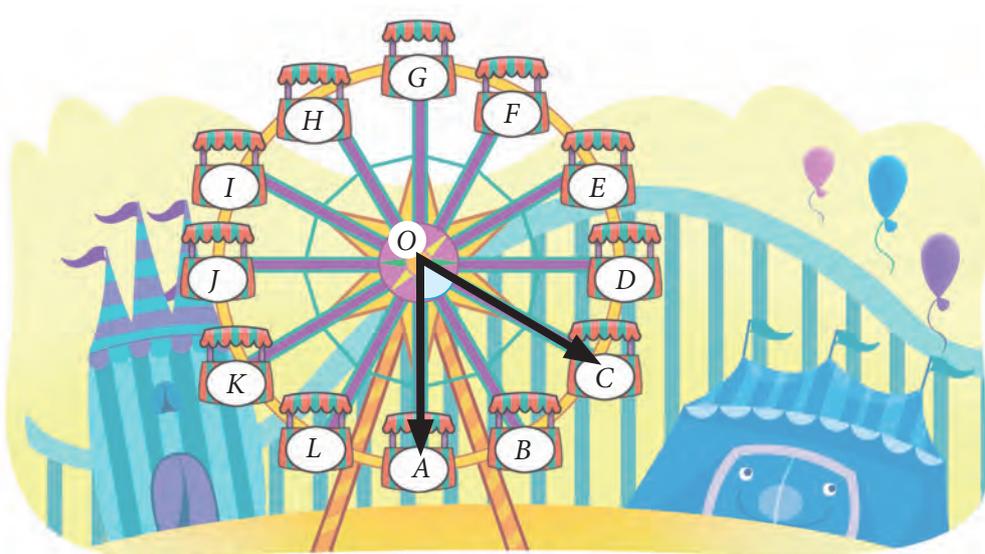
Exploro

Atención

Un **ángulo** (\sphericalangle) es la región del plano comprendida entre dos semirrectas con origen común.

$\sphericalangle ABC$ se lee ángulo ABC y $m(\sphericalangle ABC)$ representa la medida del ángulo ABC .

Marcela, Felipe y Sonia se subieron a la rueda de la fortuna. Marcela se subió al carro A , Felipe al C y Sonia al E .



- Dibuja en la imagen el ángulo AOE que se forma entre el carro en el que está Marcela y el que está Sonia. Al compararlo con el ángulo marcado en la imagen, ¿cuál es mayor?

- Marca con un \checkmark si la afirmación es correcta. De no serlo, marca con una \times y justifica.

El ángulo AOC mide entre 0° y 90° .

El ángulo AOD mide entre 45° y 90° .

El ángulo AOF mide entre 135° y 180° .

El ángulo AOE mide $180^\circ - m(\sphericalangle EOG)$.



¿Qué otros ángulos puedes identificar en la imagen? Marca uno que mida entre 180° y 360° .

¿Recordabas cómo comparar ángulos según su medida? Ahora podrás medir ángulos usando el transportador y estimar estas medidas para clasificarlos. **Sé creativo y creativa** al resolver los distintos problemas que verás a continuación.

Aprendo

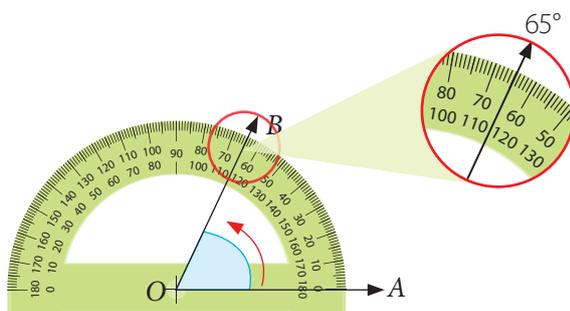
Para **medir un ángulo** puedes utilizar el **transportador**. Cuando no es posible conocer con exactitud la medida de un ángulo, puedes **estimarla** utilizando algún referente.

Ejemplo 1

Determina la medida del ángulo AOB usando el transportador.

¿Cómo lo hago?

- 1 Posiciona el centro del transportador en el vértice del ángulo y uno de sus lados con la base del transportador.
- 2 Mide en sentido antihorario el ángulo observando la escala externa que viene detallada en el transportador.



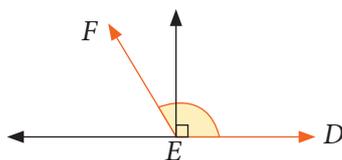
Luego, la medida del ángulo AOB es 65° .

Ejemplo 2

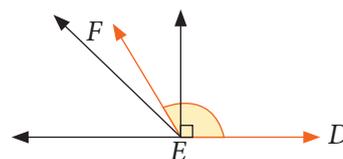
Estima la medida del ángulo DEF .

¿Cómo lo hago?

- 1 Traza rayos como referencia. Uno que forme un ángulo de 180° y otro de 90° .



- 2 Traza un rayo que divida al ángulo de 90° por la mitad, es decir 45° .
- 3 Luego, puedes estimar que el ángulo DEF mide entre 90° y 135° .



Atención

La unidad utilizada para medir ángulos es el **grado sexagesimal**.

$90^\circ \rightarrow$ noventa grados.

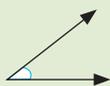
El grado sexagesimal es el ángulo que se obtiene al dividir la circunferencia en 360° .

Uso de software

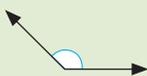
Ingresa a <http://recursostic.educacion.es/multidisciplinar/itfor/web/sites/default/files/recursos/angulos/html/index.html> y podrás realizar actividades relacionadas con ángulos utilizando software educativo.

Los ángulos según sus **medidas** se clasifican en:

- **Agudo:** mide entre 0° y 90° .



- **Obtuso:** mide entre 90° y 180° .



- **Recto:** mide 90° .



- **Extendido o llano:** mide 180° .

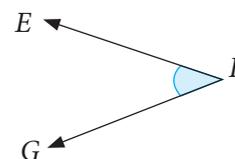
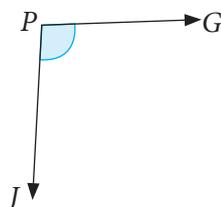


- **Completo:** mide 360° .



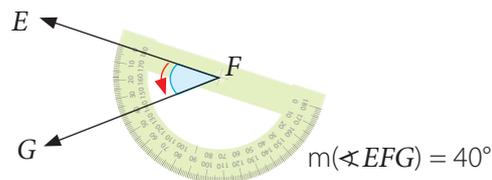
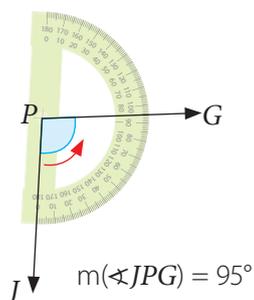
Ejemplo

Mide los siguientes ángulos y luego clasifícalos.



¿Cómo lo hago?

1 Mide los ángulos usando el transportador.



2 Clasifica los ángulos según su medida.

El ángulo JPG mide entre 90° y 180° , por lo tanto es obtuso.

El ángulo EFG mide entre 0° y 90° , por lo tanto es agudo.

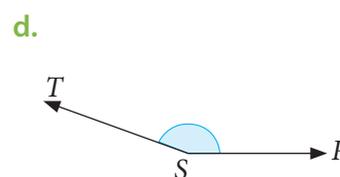
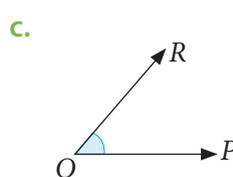
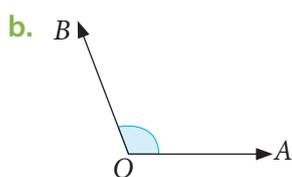
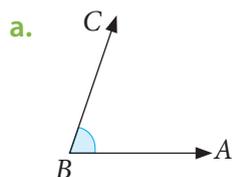


Identifica en tu entorno un ángulo recto y uno extendido. Luego, dibújalos. Compara lo obtenido con tus compañeros y compañeras.

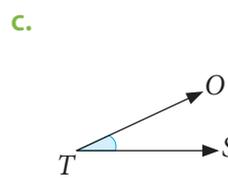
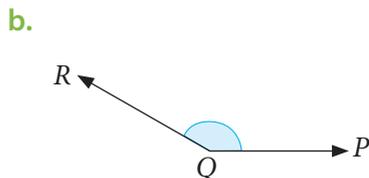
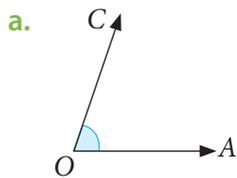
Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Usa el transportador para determinar la medida de los siguientes ángulos.



2. Estima entre qué valores se encuentra la medida de los siguientes ángulos.



3. **Estadística** En el siguiente gráfico se muestran los resultados de una encuesta realizada a un grupo de niños y niñas respecto de su juego preferido del parque de diversiones.



- ¿Qué juego obtuvo más preferencias? ¿Cómo lo supiste?
- Estima la medida de los ángulos correspondientes a cada sector circular.
- Mide usando el transportador los ángulos y compara tus respuestas con la estimación que hiciste. ¿Obtuviste valores similares?
- Clasifica los ángulos según su medida.

4. Observa la hora en el reloj de la imagen y luego responde.

- Estima la medida del ángulo que forman los punteros en el reloj. ¿Cuál es la clasificación del ángulo?
- ¿A qué hora el ángulo formado es recto? ¿Es la única?
- ¿A qué hora el ángulo formado es extendido? ¿Es la única? Comenta con tus compañeros y compañeras.



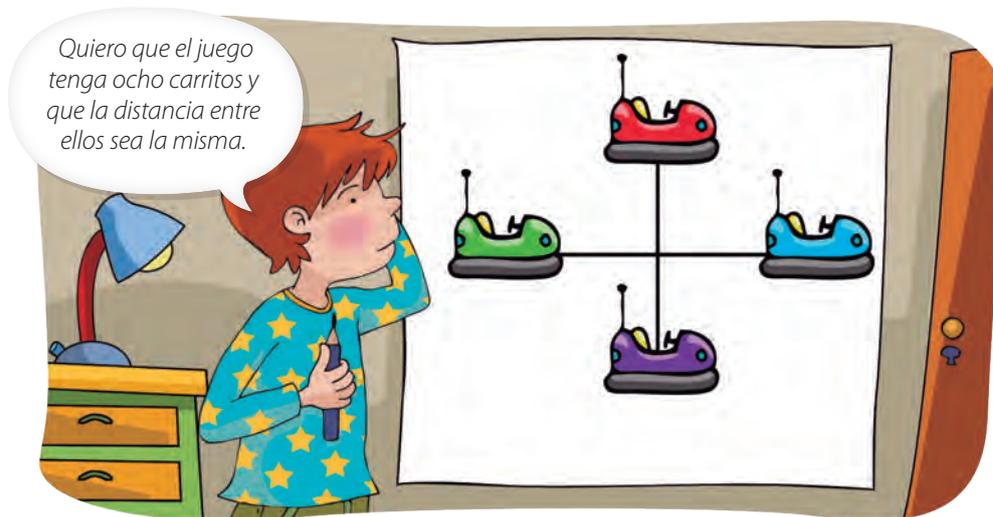
Reflexiono

- Explica cómo mides ángulos usando el transportador.
- ¿Pudiste estimar la medida de los ángulos? Explica cómo lo hiciste.
- ¿Qué pasos seguiste al resolver los problemas? ¿Usaste distintas estrategias?

Construcción de ángulos

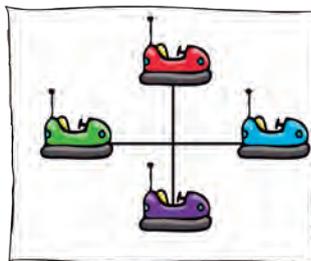
Exploro

Marcos quiere diseñar el modelo de un juego que consiste en una estructura con carritos que gira alrededor de un punto central.



- ¿Cuál es la medida de los ángulos que se forman en el diseño que ha dibujado Marcos?

- Dibuja los carritos que faltan según lo que indica Marcos. ¿Qué ángulo se debe formar para que estén a igual distancia?



- ¿Qué estrategia utilizarías para construir exactamente los ángulos? Comenta con tus compañeros y compañeras.



Si quisieras hacer un diseño con 12 carritos, ¿cuál sería la medida de cada ángulo?

Ya aprendiste a estimar y medir ángulos y a clasificarlos según su medida. Ahora construirás ángulos dada su medida y describirás tus procedimientos. **Expresa** tus ideas y **escucha** las de tus compañeros y compañeras.

Aprendo

Para **construir un ángulo** debes considerar su medida y un punto de referencia. Luego, puedes usar el transportador para dibujarlo.

Ejemplo 1

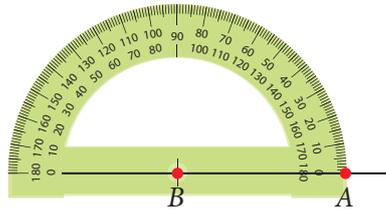
Construye un ángulo ABC usando el transportador, cuya medida sea 90° .

¿Cómo lo hago?

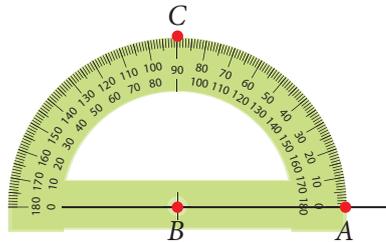
- 1 Dibuja un segmento de recta y un punto B sobre el segmento.



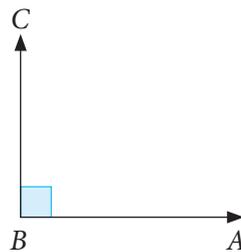
- 2 Ubica la base del transportador sobre el segmento, tal que su centro coincida con el punto B y el extremo coincida con 0° , y marca el punto A .



- 3 Marca el punto C considerando la medida del ángulo que quieres construir, en este caso, 90° .



- 4 Une el punto C con el punto B , con lo que obtienes el $\sphericalangle ABC$.



Atención

En la página 71 de tu cuaderno de ejercicios podrás encontrar actividades para copiar ángulos utilizando regla y compás.



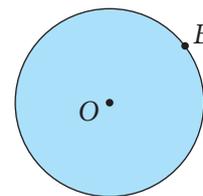
¿Cómo construirías un ángulo cuya medida sea mayor que 180° , y cómo construirías un ángulo de 270° a partir de un ángulo de 90° ?

Ejemplo 2

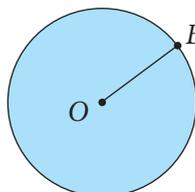
Construye un ángulo de 60° en el círculo de centro O .

¿Cómo lo hago?

- 1 Elige un punto como se muestra en la imagen y nómbralo con una letra, por ejemplo B .

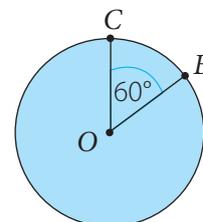


- 2 Une el punto O con el punto B .



- 3 Con el transportador mide 60° y traza un segmento para formar el lado que falta del ángulo. Llámalo C .

Luego, $m(\sphericalangle BOC) = 60^\circ$.



Atención

Para **construir rectas perpendiculares** debes considerar que las rectas forman ángulos de 90° .

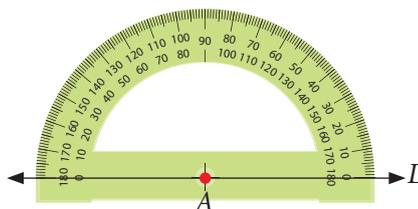
Ejemplo 3

Construye una recta perpendicular a la recta L .

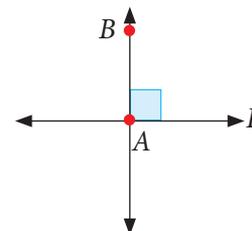
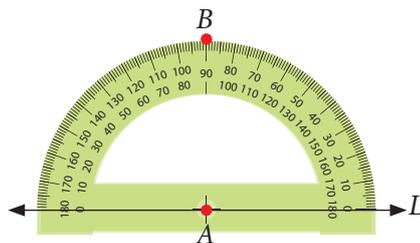


¿Cómo lo hago?

- 1 Marca un punto A sobre la recta L y ubica la base del transportador sobre ella, tal que su centro coincida con el punto A y el extremo coincida con 0° .



- 2 Marca con un punto el ángulo de 90° , nómbralo con la letra B y traza una recta que pase por los puntos A y B . Esta recta es perpendicular a la recta L .



Construye una recta paralela a la recta L . Explica, paso a paso, cómo lo hiciste.

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Utilizando regla y transportador, construye los siguientes ángulos.

- a. 30° b. 45° c. 60° d. 90° e. 135° f. 180°

2. Construye en un círculo los ángulos pedidos en cada caso.

- a. Un ángulo de 130° . d. Un ángulo extendido.
 b. Tres ángulos de igual medida. e. Cuatro ángulos rectos.
 c. Seis ángulos de igual medida. f. Dos ángulos agudos y dos obtusos.

3. Construye los siguientes ángulos. Explica tu estrategia en cada caso.

- a. Dos ángulos agudos de distinta medida y que la suma de estos sea un ángulo recto.
 b. Un ángulo agudo y un ángulo obtuso que la suma sea un ángulo extendido.
 c. Tres ángulos agudos distintos cuya suma sea un ángulo extendido.
 d. Un ángulo recto y dos ángulos agudos cuya suma sea un ángulo obtuso.



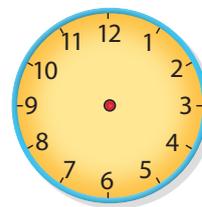
4. Dibuja el diseño de una "rueda de la fortuna". Para ello, realiza lo siguiente:

- Dibuja un círculo.
 - La rueda debe tener seis carritos donde subirán los pasajeros.
 - Diseña los carritos y ponlos en el contorno del círculo de forma que todos queden a igual distancia.
 - Reúnete con un compañero o una compañera y respondan las siguientes preguntas.
- a. ¿Cuál es la medida de los ángulos que forman el centro del círculo con los carritos?
 b. Si decidieran poner diez carritos, ¿cuál sería la medida del ángulo? Clasifíquenlo.
 c. Escriban una de las estrategias utilizadas en la construcción del diseño.

5. Construye cada ángulo en un reloj como el que se muestra.

Luego, escribe la hora que corresponda.

- a. Ángulo recto.
 b. Ángulo obtuso.
 c. Ángulo extendido.



Reflexiono

- ¿Qué instrumentos geométricos utilizaste para construir ángulos?

- ¿Escuchaste las opiniones de tus compañeros y compañeras de forma respetuosa?

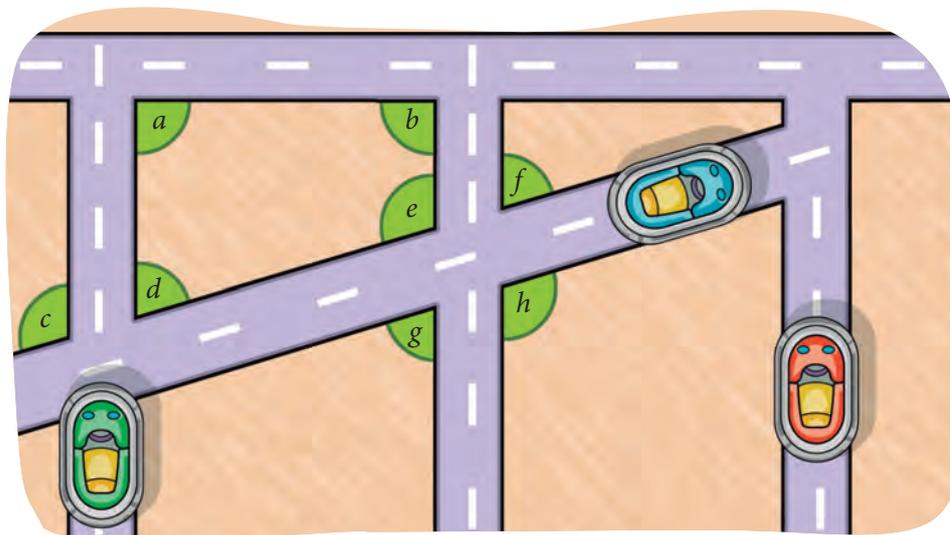


Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 69 a la 71.

Ángulos entre rectas

Exploro

En el parque de diversiones hay una pista de autitos eléctricos. En la imagen se muestra una parte de ella.



Atención

- Si dos rectas que se prolongan indefinidamente en el plano nunca se intersecan y están siempre a la misma distancia, se denominan **paralelas**.
- Dos rectas son **coincidentes** si todos sus puntos son comunes.

- Marca con color rojo las rectas paralelas que puedas identificar en la imagen de la pista.
- Mide con el transportador los ángulos marcados en la imagen. Luego, clasifícalos según su medida.

$a =$ $c =$ $e =$ $g =$

$b =$ $d =$ $f =$ $h =$

- ¿Qué características observas en los ángulos? ¿Hay algunos que tengan igual medida? Comenta con un compañero o una compañera.

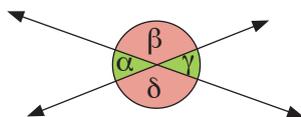
A continuación analizarás distintas situaciones relacionadas con los ángulos que se forman entre rectas que se intersecan. **Motivate** a ser creativo y creativa al momento de desarrollar las diversas actividades.

Aprendo

- Dos ángulos son **opuestos por el vértice** si las prolongaciones de los lados de uno de ellos corresponden a los lados del otro. Estos ángulos tienen igual medida.
- Dos ángulos son **complementarios** si la suma de sus medidas es 90° .
- Dos ángulos son **suplementarios** si la suma de sus medidas es 180° .

Ejemplo 1

Sea $\delta = 150^\circ$. Determina la medida de los ángulos α , β y γ .

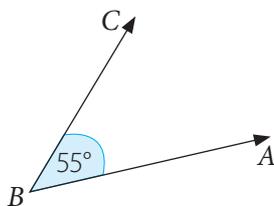


¿Cómo lo hago?

- 1 Los ángulos β y δ son opuestos por el vértice, por lo que tienen igual medida. Luego, $\beta = 150^\circ$.
- 2 Los ángulos α y δ son suplementarios, por lo que sus medidas suman 180° . Luego, $\alpha = 30^\circ$.
- 3 Los ángulos α y γ son opuestos por el vértice, por lo que tienen igual medida. Luego, $\gamma = 30^\circ$.

Ejemplo 2

Determina el complemento y el suplemento del ángulo ABC .



¿Cómo lo hago?

- 1 Calcula el complemento del ángulo ABC .
El ángulo ABC mide 55° y con su complemento deben sumar 90° .
 $90^\circ - m(\sphericalangle ABC) = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$
- 2 Calcula el suplemento del ángulo ABC .
El ángulo ABC y su suplemento deben sumar 180° .
 $180^\circ - m(\sphericalangle ABC) = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$
Luego, el complemento del ángulo ABC mide 35° y su suplemento, 125° .

Atención

Cuando dos rectas se intersecan se denominan **secantes**. Estas rectas pueden ser **perpendiculares**, si forman cuatro ángulos rectos, u **oblicuas**, si forman ángulos diferentes de 90° .



¿En todos los ángulos se pueden determinar el complemento y el suplemento? ¿Por qué?

Atención

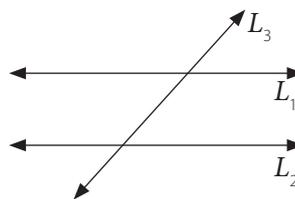
Una **recta transversal** es aquella que se interseca con dos o más rectas.

Si dos **rectas paralelas** se intersecan con una **recta transversal** se forman ángulos, los cuales cumplen con ciertas características de acuerdo a su posición y a sus medidas.

- **Correspondientes:** Ocupan igual posición respecto de la transversal y tienen igual medida.
- **Alternos internos:** Se encuentran al interior de las rectas paralelas respecto de la transversal y tienen igual medida.
- **Alternos externos:** Se encuentran al exterior de las rectas paralelas respecto de la transversal y tienen igual medida.

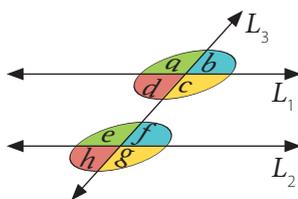
Ejemplo 1

En la siguiente imagen $L_1 \parallel L_2$ y L_3 transversal. Determina los ángulos que se forman y clasifícalos.



¿Cómo lo hago?

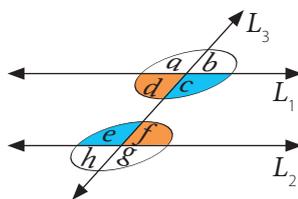
- 1 Marca los ángulos que se forman y asígnales una letra. Luego, determina los ángulos que son correspondientes.



Ángulos correspondientes

- | | |
|-----------|-----------|
| a y e | b y f |
| d y h | c y g |

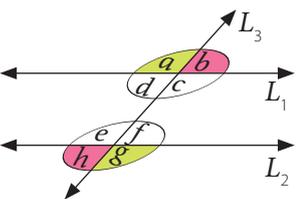
- 2 Determina los ángulos que son alternos internos.



Ángulos alternos internos

- | | |
|-----------|-----------|
| c y e | d y f |
|-----------|-----------|

- 3 Determina los ángulos que son alternos externos.



Ángulos alternos externos

- | | |
|-----------|-----------|
| a y g | b y h |
|-----------|-----------|

?

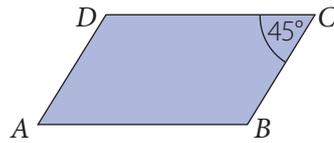
Comprueba que las medidas de los ángulos son iguales usando el transportador.

Habilidad

Cuando compruebas reglas y propiedades, estás desarrollando la habilidad de **argumentar** y **comunicar**.

Ejemplo 2

Identifica los lados paralelos en el paralelogramo $ABCD$ y determina las medidas de sus ángulos interiores.

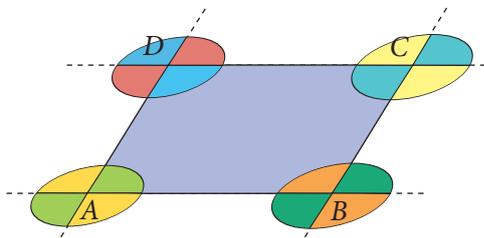


Atención

Un **paralelogramo** es un polígono cuyos lados opuestos son paralelos y de igual medida.

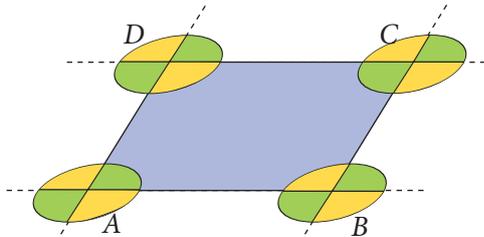
¿Cómo lo hago?

- 1 Los lados \overline{AB} y \overline{DC} son paralelos y los lados \overline{AD} y \overline{BC} son paralelos.
- 2 Prolonga los lados del paralelogramo e identifica aquellos que sean opuestos por el vértice.



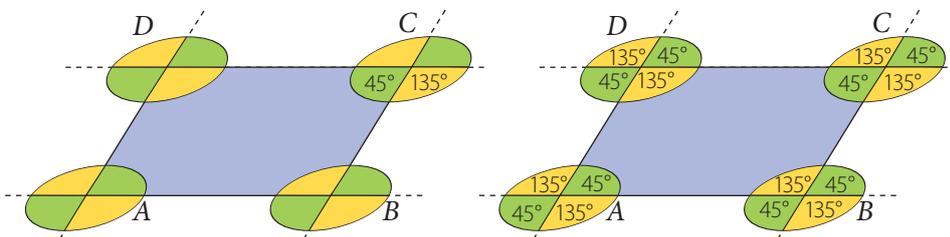
Los ángulos pintados del mismo color son opuestos por el vértice, por lo que tienen igual medida.

- 3 Identifica los ángulos correspondientes, y usando los ángulos opuestos por el vértice, determina aquellos que tienen igual medida.



Los ángulos pintados del mismo color tienen igual medida.

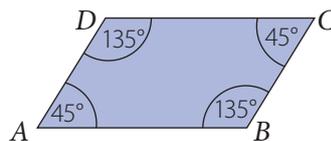
- 4 Determina la medida de los ángulos. Para ello identifica ángulos suplementarios.



¿Qué características observas en las medidas de los ángulos interiores del paralelogramo? ¿Sucede lo mismo en cualquier paralelogramo? Justifica.

Luego, las medidas de los ángulos interiores del paralelogramo $ABCD$ son:

$$\begin{aligned} m(\sphericalangle CBA) &= 135^\circ & m(\sphericalangle BAD) &= 45^\circ \\ m(\sphericalangle ADC) &= 135^\circ & m(\sphericalangle DCB) &= 45^\circ \end{aligned}$$

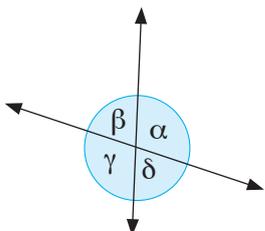


Practico

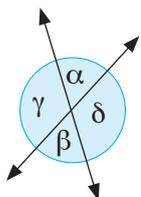
Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

- Identifica los ángulos opuestos por el vértice. Luego, mídelos con el transportador y comprueba que tengan igual medida.

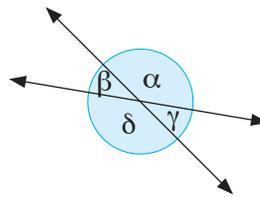
a.



b.

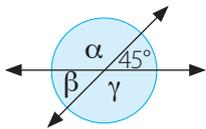


c.

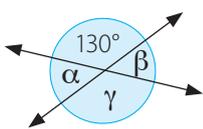


- Identifica los ángulos suplementarios al ángulo dado y márcalos con color rojo. Luego, calcula la medida de todos los ángulos en cada caso.

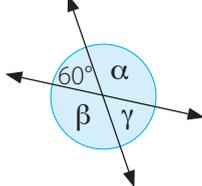
a.



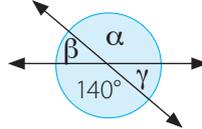
b.



c.

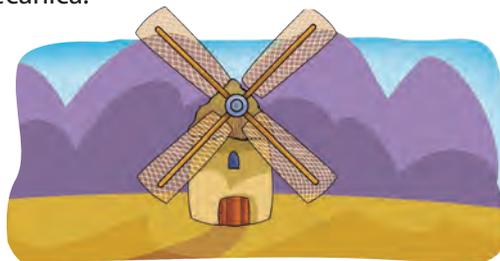


d.



- Ciencias Naturales** Las aspas del molino obtienen su movimiento por efecto del viento (energía eólica). A su vez, estas activan un mecanismo y producen energía mecánica.

- ¿Cuáles son las medidas de los ángulos formados por las aspas?
- Marca en la imagen los ángulos opuestos por el vértice.
- Marca en la imagen los ángulos suplementarios.



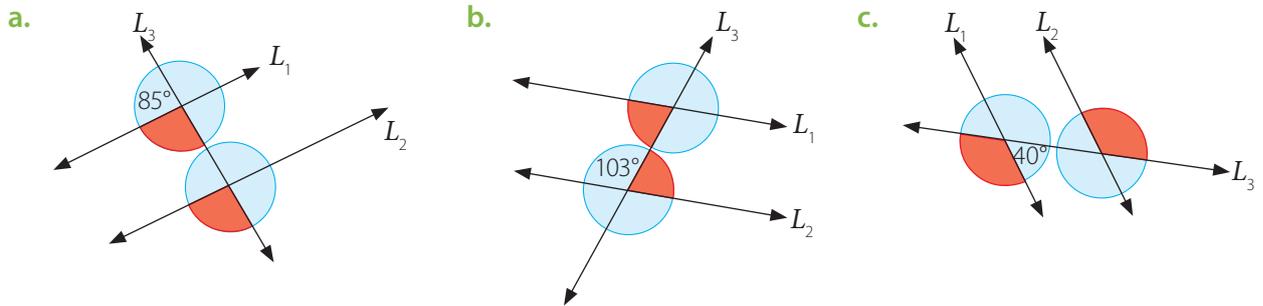
- Si dos rectas se intersecan, basta saber la medida de uno de los ángulos para calcular todos los demás.*

Si uno de los ángulos es recto, todos los ángulos son rectos.

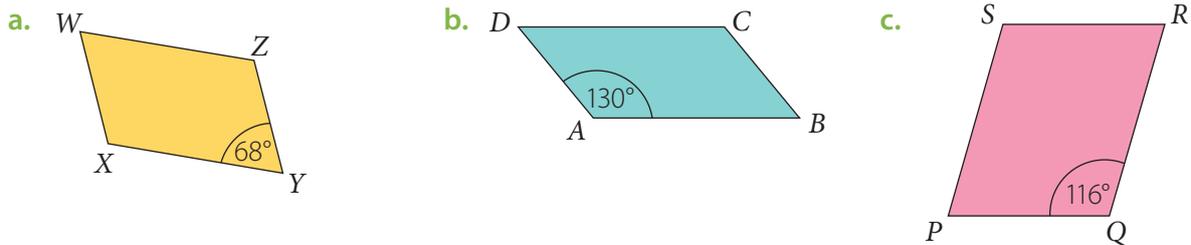


- ¿Quién está en lo correcto? Justifica.
- Dibuja un ejemplo de lo planteado por Daniela y por Manuel.

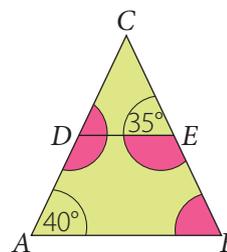
5. Analiza si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica en cada caso.
- Los ángulos opuestos por el vértice suman 180° .
 - Los ángulos correspondientes tienen igual medida.
 - Los ángulos alternos internos siempre miden 90° .
 - Los ángulos alternos externos pueden tener cualquier medida entre 0° y 90° .
6. En las siguientes figuras, las rectas L_1 y L_2 son paralelas y L_3 es una recta transversal a ellas. Explica por qué los ángulos de color rojo tienen igual medida e identifica con distintos colores los opuestos por el vértice, alternos internos, alternos externos y correspondientes. Luego, determina la medida de todos los ángulos en cada caso.



7. En los siguientes paralelogramos, marca con diferente color cada par de lados paralelos y determina la medida de los ángulos interiores.



8. En el siguiente triángulo, \overline{AB} y \overline{DE} son paralelos. Determina la medida de los ángulos marcados. Luego, reúnete con un compañero o una compañera y comparen sus estrategias, elijan una y escríbanla.



Reflexiono

- ¿Qué ángulos se forman entre dos rectas que se intersecan?

- Escribe 2 ejemplos en los que identifiques ángulos entre rectas en tu entorno.

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.

Hay distintas construcciones en las que puedes notar que se forman ángulos en sus estructuras, los cuales son imprescindibles para determinar la altura o inclinación de ellas. En la imagen se muestra una representación del Viaducto del Malleco, el cual fue considerado en su época el puente ferroviario más alto del mundo y es una de las mayores obras de ingeniería metálica en Chile.

Fuente: Consejo de Monumentos Nacionales (CMN). Disponible en <http://www.monumentos.cl/>



1. Marca con diferentes colores un ángulo agudo, uno obtuso, uno recto y uno extendido en la imagen. Luego, mídelos con el transportador y anota la medida de cada uno. (2 puntos)
2. Estima entre qué valores se encuentra la medida de los siguientes ángulos de la imagen. Luego clasifícalos. (1 punto cada uno)

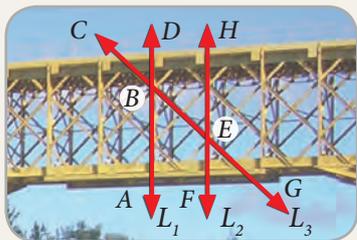


3. Daniel quiere hacer un diseño de un viaducto, por lo que considerará ángulos de 45° , de 30° y de 120° . Clasifica los ángulos del diseño de Daniel y luego constrúyelos. (3 puntos)
4. Marca con diferentes colores las rectas paralelas y las transversales en la imagen. Luego, identifica los ángulos de igual medida. (3 puntos)

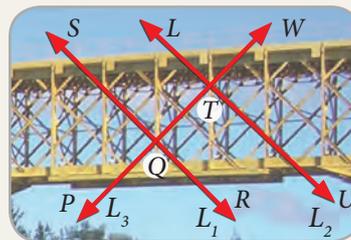


5. Observa las imágenes, en las que L_1 y L_2 son paralelas y L_3 es transversal. Luego, determina los ángulos opuestos por el vértice, alternos internos y alternos externos. Escríbelos. (2 puntos cada uno)

a.



b.



👍 Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1 y 2	<ul style="list-style-type: none"> Estimar y medir ángulos. 		Logrado: 9 puntos o más. Medianamente logrado: 7 a 8 puntos. Por lograr: 6 puntos o menos.
3	<ul style="list-style-type: none"> Clasificar y construir ángulos. 		
4 y 5	<ul style="list-style-type: none"> Identificar ángulos entre rectas. 		
Total →		<input type="text"/>	

¡Excelente! Ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 1.
Ahora, analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad.

Reflexiono

- Lo que planteaste para lograr tu meta en la página 139, ¿te ha dado resultado?

- ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste al inicio del tema (página 143)? ¿Cuáles otras usaste?

- ¿Qué te propones mejorar para cumplir tu meta?

- ¿En qué otros contextos podrías aplicar lo aprendido?

Construcción de triángulos

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 2.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.

Las estructuras trianguladas están compuestas por barras que forman triángulos. Se caracterizan por ser ligeras a la vez que resistentes, ya que el triángulo es una figura que no se deforma. José Luis observa en una construcción de la ciudad una grúa como la de la imagen.



1. Completa con los siguientes términos.

lados

polígono

vértices

medida

Un triángulo es un _____ de tres _____, tres ángulos y tres _____. Se clasifican según la _____ de sus lados y de sus ángulos. Puedes observar que en tu entorno hay muchas figuras que tienen forma de triángulo.

2. Escribe 3 elementos presentes en tu sala de clases cuyas formas se relacionen con un triángulo. Compara con tus compañeros y compañeras.

3. Remarca en la imagen 3 triángulos distintos.

4. ¿Cómo son entre sí los triángulos marcados en la imagen?

Diseño mi estrategia

Observa la imagen y desarrolla las actividades.

- Mide los ángulos interiores y los lados de cada triángulo de la imagen. Luego, clasifica los ángulos según su medida.

a.  _____

b.  _____

c.  _____

- Dibuja un triángulo cuyos lados midan 2 cm, 2 cm y 3 cm.

Reflexiono

- ¿Qué contenidos de años anteriores usaste para resolver las actividades?

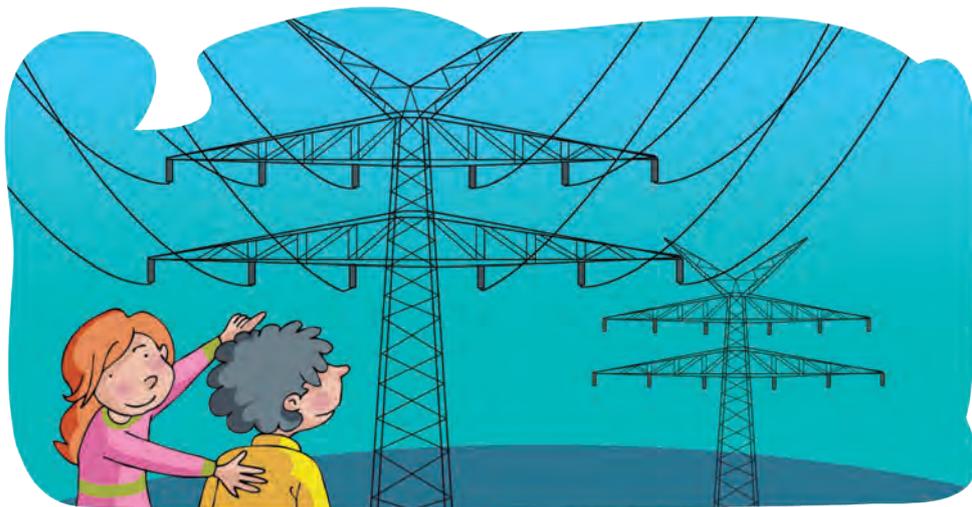
- Escribe tu **estrategia** para construir triángulos dadas las medidas de sus lados y de sus ángulos interiores.

En este tema trabajarás con triángulos, los clasificarás según sus medidas y los construirás para que resuelvas distintos problemas de la vida diaria.

Clasificación de triángulos

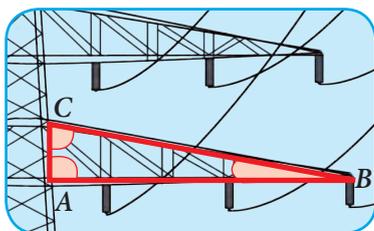
Exploro

Sonia está paseando por la ciudad junto a su hermano y observan que en la estructura de las torres de alta tensión hay distintos triángulos.

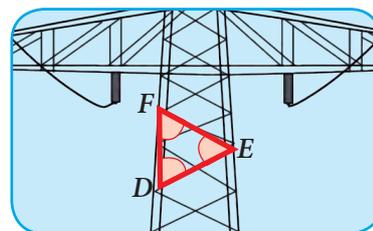


- Mide los ángulos y los lados de cada uno de los siguientes triángulos de la imagen.

Triángulo 1



Triángulo 2



- a. ¿Cuánto miden los ángulos del triángulo 1? ¿Y los del triángulo 2?

- b. Clasifica en agudo, obtuso o recto los ángulos de cada triángulo.

- c. ¿Cómo son las medidas de los lados del triángulo 2?



¿Existen triángulos en los que dos de sus ángulos interiores sean obtusos? ¿Por qué?

A continuación conocerás cómo se clasifican los triángulos según la medida de sus lados y según la medida de sus ángulos. Ahora realiza las actividades y **mantén el orden** con tus materiales de trabajo y con los del curso.

Aprendo

Los **triángulos** los puedes clasificar a partir de lo siguiente:

- Según la medida de sus lados.

Equilátero:

todos sus lados son de igual medida.

Isósceles:

tiene 2 lados de igual medida.

Escaleno:

todos sus lados tienen distinta medida.

- Según la medida de sus ángulos.

Acutángulo:

todos sus ángulos son agudos.

Rectángulo:

tiene un ángulo recto.

Obtusángulo:

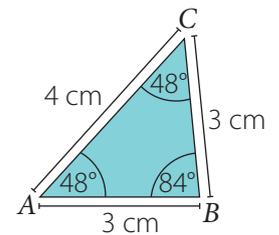
tiene un ángulo obtuso.

Ejemplo

Clasifica el triángulo ABC según la medida de sus lados y de sus ángulos.

¿Cómo lo hago?

- Como el triángulo tiene dos lados de igual medida, entonces ABC es isósceles.
- Como todos los ángulos interiores del triángulo son agudos, entonces ABC es acutángulo. Luego, el triángulo ABC es isósceles acutángulo.

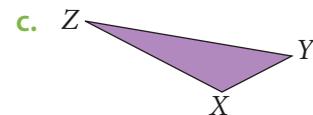
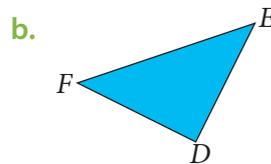
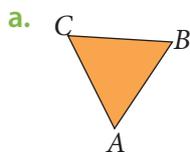


¿Hay triángulos rectángulos isósceles? ¿Y equiláteros escalenos? Explica y da ejemplos.

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

- En cada triángulo determina la medida de sus lados y de sus ángulos interiores utilizando regla y transportador. Luego, clasifícalos.



- Responde las siguientes preguntas. Justifica en cada caso.

- Si un triángulo es obtusángulo, ¿cuál es la clasificación de cada uno de sus ángulos?
- ¿Qué tipo de triángulo es aquel en el que sus ángulos miden 85° , 92° y 3° ?

Reflexiono

- ¿Pudiste clasificar triángulos? Explica tus procedimientos.
-



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 74 a la 75.

Construcción de triángulos

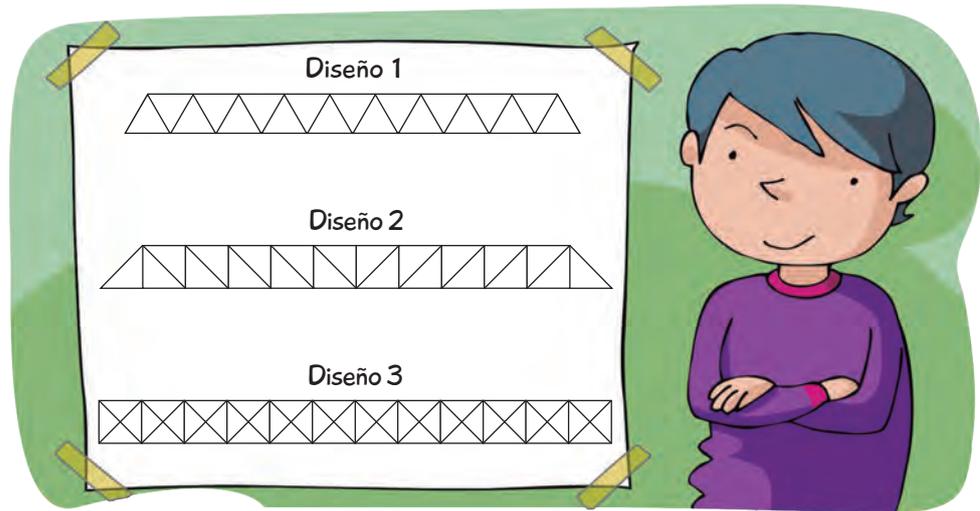
Exploro

Atención

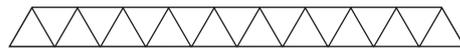
Una viga de celosía está conformada por un cordón superior, un cordón inferior y un sistema de barras que los conectan. Algunas de las ventajas que tienen estas vigas son, por ejemplo, su bajo peso y su liviandad visual.

Fuente: <http://www.arquitecturaenacero.org/>

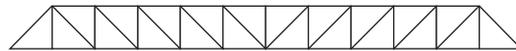
Francisco quiere hacer una maqueta de un puente utilizando distintas vigas de celosía.



- Remarca un triángulo en cada diseño y clasifícalo según la medida de sus lados y de sus ángulos interiores.



→ _____



→ _____



→ _____



¿Qué datos necesitarías conocer para construir el diseño 3 con palitos de maqueta?

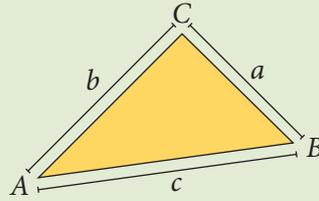
- Francisco quiere construir el diseño 1 con palitos de maqueta, en el que los lados de cada triángulo midan 3 cm. ¿Qué estrategia utilizarías para construir el diseño de Francisco? Explica.

Ya sabes clasificar los triángulos según la medida de sus lados y según la medida de sus ángulos. Ahora aprenderás a construirlos dadas algunas de sus medidas. Resuelve las actividades utilizando **diversas estrategias** y usando **materias concretas**.

Aprendo

Para **construir un triángulo** se debe cumplir que la suma de las medidas de dos lados tiene que ser mayor que la medida del tercer lado. Esto se conoce como **desigualdad triangular**.

$$\begin{aligned} a + b &> c \\ a + c &> b \\ b + c &> a \end{aligned}$$



Ejemplo 1

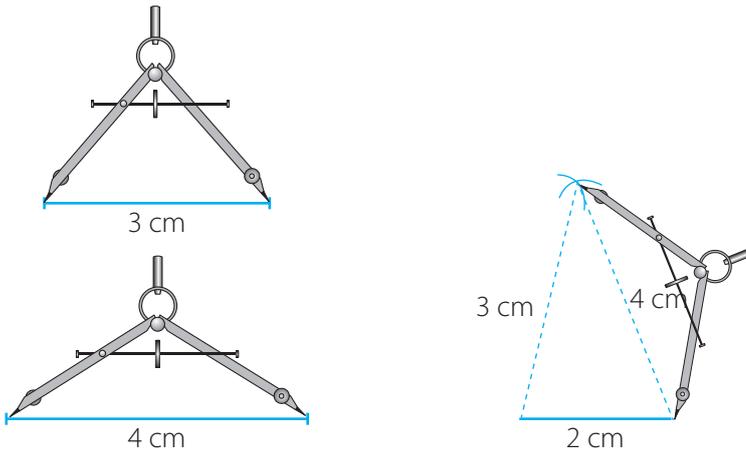
Construye utilizando regla y compás un triángulo cuyos lados midan 2 cm, 3 cm y 4 cm.

¿Cómo lo hago?

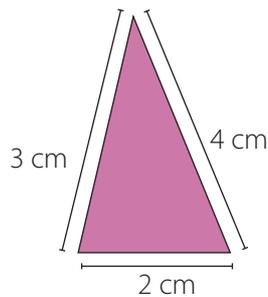
- 1 Traza un segmento de 2 cm.



- 2 Con el compás, traza un arco de amplitud 3 cm desde un extremo del segmento ya dibujado de 2 cm. Luego, traza otro arco de amplitud 4 cm desde el otro extremo del segmento.



- 3 Marca con un punto la intersección de los dos arcos y únelo con los extremos del segmento inicial.



¿Cuál es la clasificación de este triángulo según la medida de sus lados? ¿Y según la de sus ángulos?

Ejemplo 2

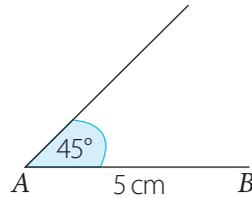
Construye un triángulo en el que dos de sus ángulos midan 45° y 60° y que el lado que compartan mida 5 cm.

¿Cómo lo hago?

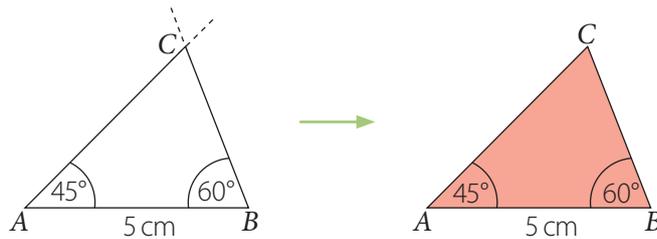
- 1 Traza un segmento \overline{AB} de 5 cm.



- 2 En el punto A construye con el transportador un ángulo de 45° .



- 3 En el punto B construye un ángulo de 60° y marca el punto de intersección entre los segmentos. Llámalo C .



¿Cuánto mide el otro ángulo del triángulo?
¿Podría haber tenido otra medida? Comenta con tus compañeros y compañeras.

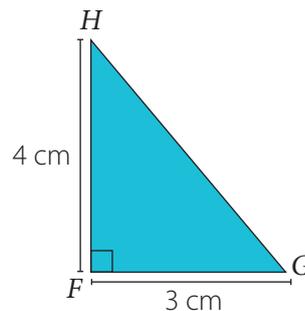
Ejemplo 3

Construye un triángulo en el que dos de sus lados midan 3 cm y 4 cm y el ángulo entre ellos mida 90° .

- 1 Traza un segmento \overline{FG} de 3 cm.



- 2 En el punto F construye un ángulo de 90° . Luego, mide 4 cm desde F y define el punto H . Luego, une H con G .



Atención

En la página 77 de tu cuaderno de ejercicios podrás encontrar actividades para construir triángulos utilizando un *software* educativo.

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.



1. Reúnete con un compañero o una compañera y realicen lo siguiente.

- Dibujen y recorten los siguientes rectángulos de 1 cm de ancho.

Rectángulo *A* de
4 cm de largo.

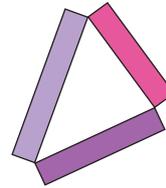
Rectángulo *B* de
10 cm de largo.

Rectángulo *C* de
15 cm de largo.

Rectángulo *D* de
20 cm de largo.

- Construyan triángulos con los rectángulos que se indican, como se muestra en la imagen. Luego, respondan.

- Rectángulo *B*, rectángulo *C* y rectángulo *D*.
- Rectángulo *C*, rectángulo *D* y rectángulo *A*.
- Rectángulo *A*, rectángulo *B* y rectángulo *C*.
- ¿Pudieron construir todos los triángulos? ¿Por qué?



2. En cada caso construye un triángulo dadas las siguientes medidas.

- Dos lados de 10 cm y el otro de 4 cm.
- Un lado de 6 cm, otro de 8 cm y un ángulo de 30° .
- Un lado de 5 cm, otro de 9 cm y un ángulo de 45° .

3. Analiza si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica en cada caso.

- Dadas 3 longitudes, siempre es posible construir un triángulo.
- En un triángulo, al lado de mayor longitud se opone el ángulo de mayor medida.

4. Diseña una estrategia y construye los siguientes triángulos.

- Un triángulo equilátero de lado 6 cm.
- Un triángulo isósceles de lado basal 3 cm y dos ángulos de 50° .
- Un triángulo escaleno donde uno de sus ángulos mida 60° .

Reflexiono

- ¿Qué medidas debes conocer para poder construir un triángulo?

- ¿En qué casos no puedes construir un triángulo? Explica y da un ejemplo.

- ¿Qué estrategias utilizaste para construir triángulos? Compáralas con las de un compañero o una compañera.



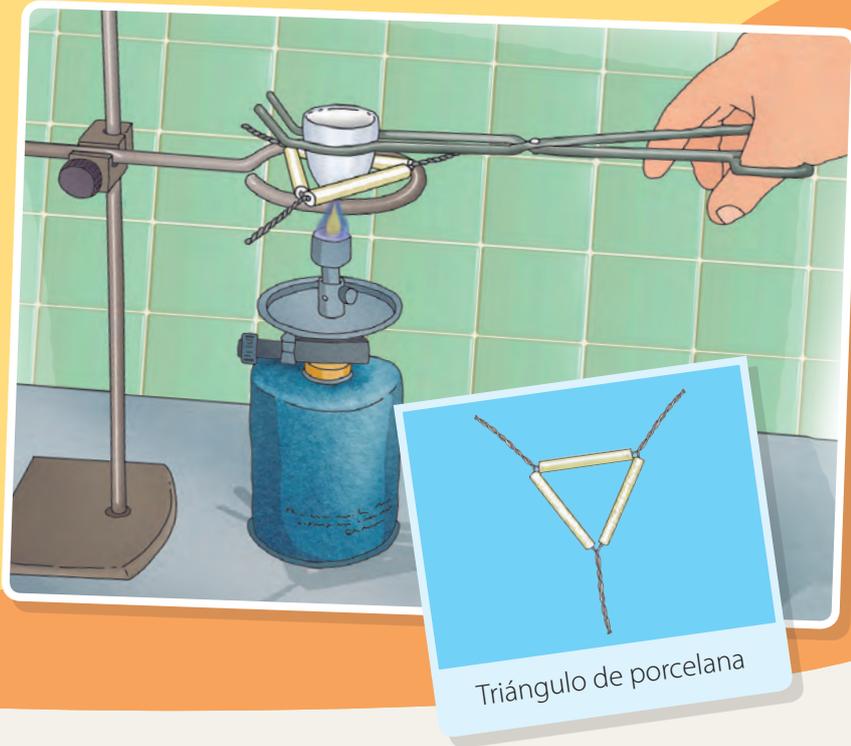
Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 76 a la 77.

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.

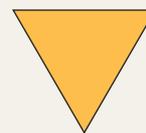
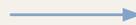
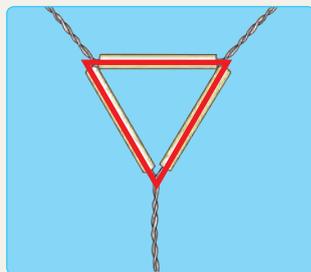
El triángulo de porcelana es un instrumento de laboratorio utilizado en procesos de calentamiento de sustancias. Cumple el rol de soporte para los crisoles (recipientes) que deben ser calentados.

El triángulo de porcelana se apoya sobre una argolla metálica sujeta a un soporte y bajo esta, un mechero que aplica calor sobre el crisol.

*Fuente: Manual de técnicas de laboratorio químico.
Rubén Darío Osorio Giraldo.
Universidad de Antioquia, 2009.*



1. ¿Con qué tipo de triángulo puedes asociar el triángulo de porcelana según la medida de sus lados y la de sus ángulos? (2 puntos)
2. A partir del siguiente triángulo, que se relaciona con el triángulo de porcelana, realiza lo siguiente. (1 punto cada una)



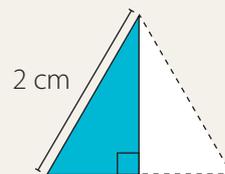
- a. Divide el triángulo de modo que obtengas dos triángulos rectángulos.
- b. ¿De cuántas maneras lo puedes dividir?
- c. Según la medida de sus lados, ¿cómo se clasifica el triángulo rectángulo que obtuviste?
- d. ¿Puedes dividir el triángulo de modo que obtengas un triángulo obtusángulo? Explica tu respuesta.

3. Analiza la siguiente información y luego realiza las actividades. (1 punto cada una)

Miguel dice que un triángulo en el que dos de sus lados miden 4 cm y el ángulo entre esos lados mide 80° tiene la misma forma que el triángulo de porcelana.

- ¿Está en lo correcto Miguel? Justifica.
- Construye el triángulo que indica Miguel y comprueba tu respuesta anterior.
- ¿Es posible construir un triángulo como el que indica Miguel cuyo tercer lado mida 8 cm?

4. Construye un triángulo rectángulo como el de la imagen, generado al dividir un triángulo de 2 cm de lado con la forma del triángulo de porcelana. Explica tu procedimiento. (3 puntos)



Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1 y 2	<ul style="list-style-type: none"> Clasificar triángulos según la medida de sus lados y de sus ángulos. 		Logrado: 8 puntos o más. Medianamente logrado: 6 a 7 puntos. Por lograr: 5 puntos o menos.
3 y 4	<ul style="list-style-type: none"> Construir triángulos según la medida de sus lados y de sus ángulos. 		
Total →		<input type="text"/>	

¡Muy bien! Ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 2.
Ahora analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad.

Reflexiono

- Lo que te planteaste mejorar en la página 159 del Tema 1 para cumplir tu meta, ¿te funcionó?

- ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste al inicio del tema (página 161)? ¿Cuáles otras usaste?

- ¿Qué podrías mejorar en las siguientes clases? Remarca el o los recuadros.

Escuchar el razonamiento de mis compañeros y compañeras.

Ser ordenado en mi trabajo.

Ser más creativo o creativa al resolver problemas.

Otro(s): _____

Triángulos y cuadriláteros

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 3.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.

Javiera y Daniel están en un parque de diversiones. Ambos notan que muchas de las figuras formadas por las estructuras de los juegos las han visto en clases de Matemática.

¿Cuáles de estas formas reconoces?



1. Completa con los siguientes términos.

ángulos

grados

tres

cuadriláteros

Los triángulos son figuras geométricas compuestas por _____ lados y tres _____, los cuales se miden en _____.
Los _____ se caracterizan por tener cuatro lados y cuatro ángulos.

2. Determina si cada ángulo es agudo, recto, obtuso o extendido y completa la justificación.

a. Un ángulo que mide 45° es _____ porque _____.

b. Un ángulo que mide 127° es _____ porque _____.

c. Un ángulo que mide 180° es _____ porque _____.

d. Un ángulo que mide 30° es _____ porque _____.

e. Un ángulo que mide 90° es _____ porque _____.

Diseño mi estrategia

Observa la imagen y desarrolla las actividades.

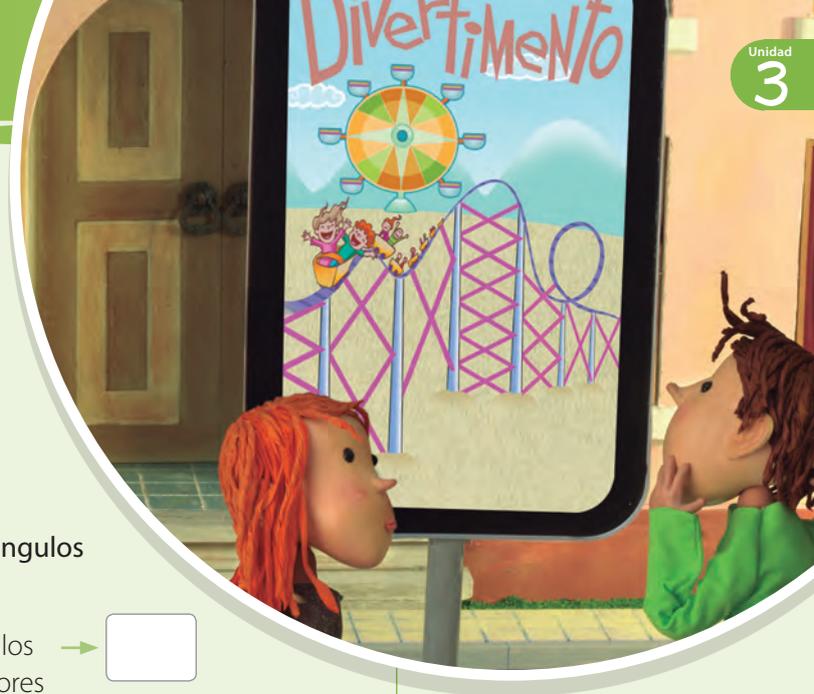
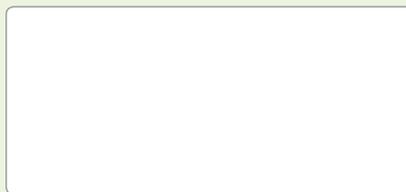
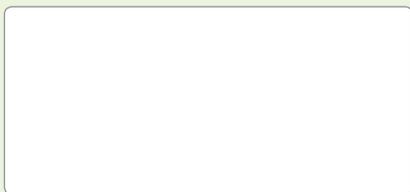
1. Remarca en la imagen del parque de diversiones figuras que se relacionen con triángulos y con cuadriláteros.
2. Completa con la cantidad de lados, vértices y ángulos interiores de un triángulo.

Lados → Vértices → Ángulos interiores →

3. Completa con la cantidad de lados, vértices y ángulos interiores de un cuadrilátero.

Lados → Vértices → Ángulos interiores →

4. Dibuja un triángulo y un cuadrilátero que observes en tu entorno y marca sus ángulos interiores.



En diferentes construcciones puedes observar formas relacionadas con triángulos y cuadriláteros, por ejemplo, en edificios, en puentes o en la estructura de una montaña rusa.

Reflexiono

- Para resolver las actividades propuestas, ¿qué contenidos de años anteriores utilizaste?
-
- Escribe una **estrategia** que te permita relacionar los ángulos interiores de un triángulo y de un cuadrilátero con su cantidad de vértices.
-
-

En este tema trabajarás con los ángulos interiores de triángulos y cuadriláteros para que compruebes propiedades relacionadas con sus medidas.

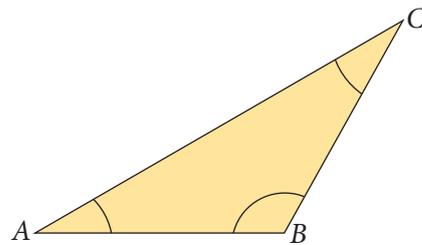
Ángulos interiores de un triángulo

Exploro

Javiera quiere subirse a un juego y al observarlo piensa en la forma que tiene. Ella lo relaciona con un triángulo y piensa en la medida que debe tener cada ángulo interior.



- Mide cada uno de los ángulos interiores con el transportador y luego anota cada medida.



$$m(\sphericalangle CBA) = \boxed{}$$

$$m(\sphericalangle ACB) = \boxed{}$$

$$m(\sphericalangle BAC) = \boxed{}$$

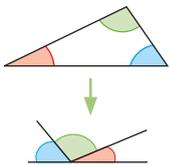
- ¿Cuál es la suma de las medidas de los ángulos interiores del triángulo?

- ¿Crees que en todos los triángulos la suma de los ángulos interiores será la misma?
¿Por qué?

Ahora que ya sabes clasificar y construir triángulos, realizarás actividades relacionadas con los ángulos interiores de un triángulo. **Explora** diversas estrategias para resolver los problemas.



Dibuja un triángulo acutángulo, uno rectángulo y uno obtusángulo y recorta los ángulos interiores de cada uno. Luego, une los ángulos como se muestra.



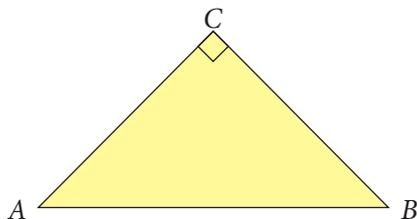
¿Qué ángulos se forman? Compara con tus compañeros y compañeras.

Aprendo

En todo **triángulo** se cumple que la suma de la medida de sus ángulos interiores es igual a 180° .

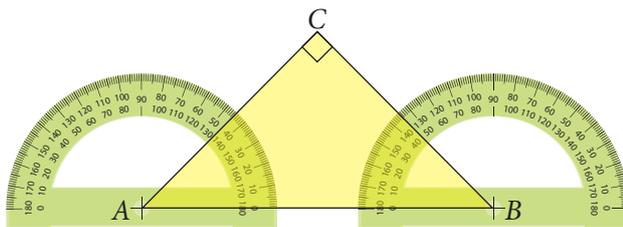
Ejemplo 1

Cristian ha construido el triángulo rectángulo ABC . ¿Cuánto suman las medidas de sus ángulos interiores?



¿Cómo lo hago?

- 1 El triángulo ABC tiene un ángulo recto en el vértice C , es decir, $m(\sphericalangle ACB) = 90^\circ$. Luego, con un transportador mide los otros ángulos.



- 2 Suma la medida de los ángulos interiores.

$$m(\sphericalangle ACB) + m(\sphericalangle BAC) + m(\sphericalangle CBA) = 90^\circ + 45^\circ + 45^\circ = 180^\circ$$

Ejemplo 2

En el triángulo DEF , ¿cuál es la medida del $\sphericalangle DFE$?

¿Cómo lo hago?

- 1 Como la suma de la medida de los ángulos interiores de un triángulo es 180° , puedes considerar lo siguiente.

$$m(\sphericalangle EDF) + m(\sphericalangle FED) + m(\sphericalangle DFE) = 180^\circ$$

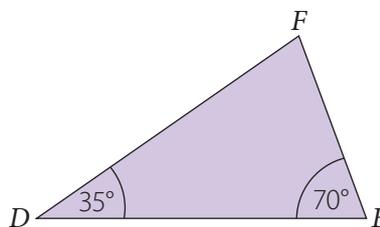
- 2 Reemplazas en la expresión las medidas que se muestran en el triángulo y calculas el ángulo pedido.

$$35^\circ + 70^\circ + m(\sphericalangle DFE) = 180^\circ \quad \rightarrow 105^\circ + m(\sphericalangle DFE) = 180^\circ$$

$$\rightarrow m(\sphericalangle DFE) = 180^\circ - 105^\circ$$

$$\rightarrow m(\sphericalangle DFE) = 75^\circ$$

Por lo tanto, la medida del $\sphericalangle DFE$ es de 75° .



Habilidad

Cuando compruebas propiedades describiendo los procedimientos utilizados, estás desarrollando la habilidad de **argumentar** y **comunicar**.

Practico

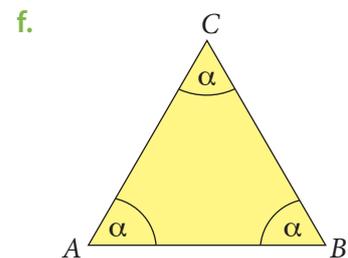
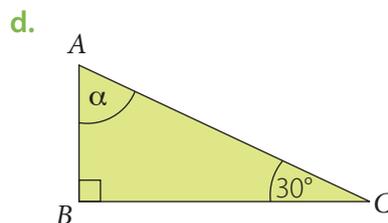
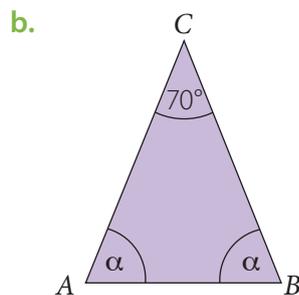
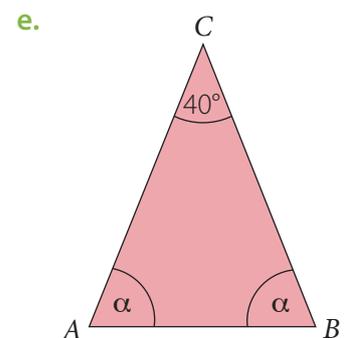
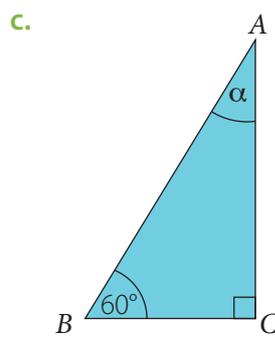
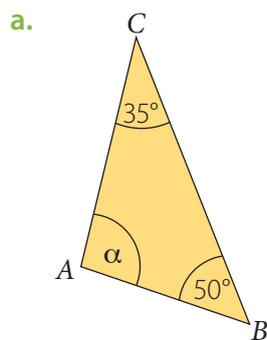
Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Reúnete con un compañero o una compañera y realicen la siguiente actividad. Luego, respondan.



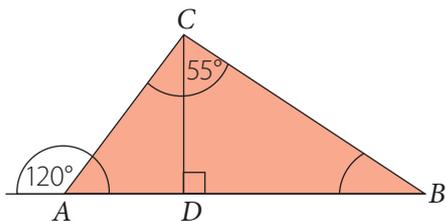
- ¿Cuánto suman los ángulos interiores del triángulo? ¿Cómo lo supieron?
- ¿Qué ocurre si eligen otro vértice en el paso 2? Expliquen y comprueben.
- ¿Ocurre lo mismo si realizan la actividad considerando un triángulo obtusángulo? ¿Por qué?

2. Calcula la medida del ángulo α en cada uno de los siguientes triángulos.

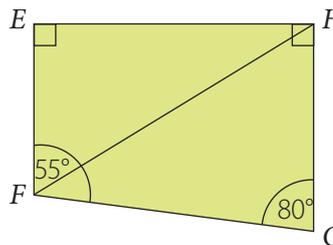


3. Observa cada polígono y luego calcula lo solicitado.

a. $m(\angle ACD) + m(\angle DAC) + m(\angle CBA)$



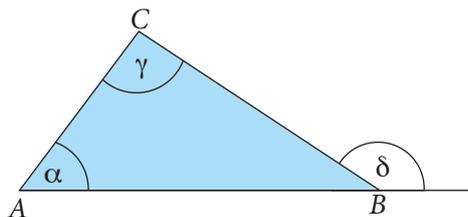
b. $m(\angle EHF) + m(\angle FHG) + m(\angle GFH)$



4. Analiza si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. Justifica en cada caso.

- Un triángulo puede tener dos ángulos rectos.
- En un triángulo equilátero cada ángulo interior mide 60° .
- Si dos ángulos de un triángulo miden 35° y 50° , entonces el otro ángulo mide 95° .
- La suma de la medida de dos ángulos interiores de un triángulo es siempre mayor que la medida del tercer ángulo.

5. Reúnete con un compañero o una compañera y respondan las siguientes preguntas a partir del triángulo ABC de la imagen. Luego, comparen y argumenten sus respuestas.



- Si $\alpha = 52^\circ$ y $\gamma = 35^\circ$, ¿cuál es el valor de δ ?
- Si $\gamma = 43^\circ$ y $\delta = 124^\circ$, ¿cuál es el valor de α ?
- Si $\delta = 142^\circ$ y $\alpha = 64^\circ$, ¿cuál es el valor de γ ?
- ¿Qué relación puedes establecer entre α , γ y δ ? Explica.

Reflexiono

- Para calcular la medida de los ángulos interiores de un triángulo, ¿qué estrategias utilizaste? Compáralas con las de tus compañeros y compañeras.

- ¿Cómo aclaraste las dudas que te surgieron al realizar las actividades? Explica.

- ¿Te gustó trabajar con material concreto en las actividades? ¿Por qué?

Ángulos interiores de un cuadrilátero

Exploro

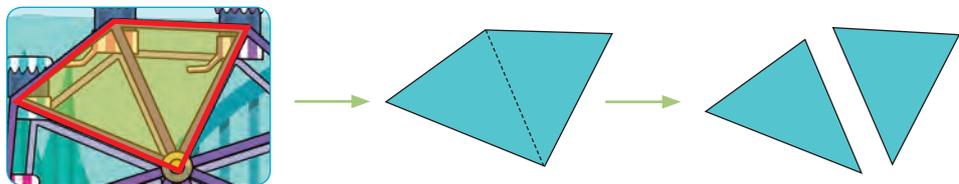
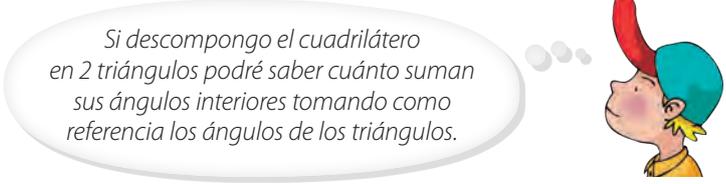
Actitud

Aborda de manera flexible y creativa la búsqueda de las soluciones a problemas, por ejemplo, descomponer una figura en otras conocidas.

Daniel observa uno de los juegos del parque y recuerda que su profesora de Matemática les pidió que relacionaran figuras del entorno con cuadriláteros y que determinaran la suma de los ángulos interiores.



Para determinar lo pedido por la profesora, Daniel analiza el armazón del juego y piensa lo siguiente:



- ¿Crees que es correcto el análisis de Daniel? Justifica y da un ejemplo.

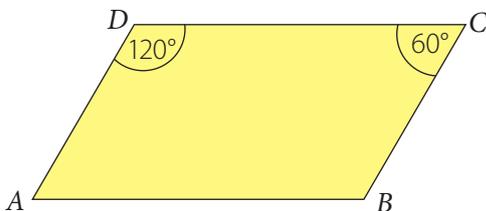
Ya aprendiste que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° . Ahora realizarás distintas actividades relacionadas con los ángulos interiores de un cuadrilátero. **Motívate y activa tu creatividad** al resolver los problemas.

Aprendo

Los **cuadriláteros** son polígonos de cuatro lados cuya suma de sus ángulos interiores es 360° .

Ejemplo 1

Constanza construyó el romboide $ABCD$ y en él anotó las medidas de dos ángulos. ¿Cuánto miden los otros ángulos interiores? ¿Cuánto es la suma de los ángulos interiores?



¿Cómo lo hago?

- Utiliza el transportador para medir los ángulos CBA y BAD .

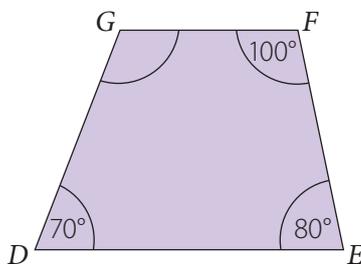
$$m(\sphericalangle CBA) = 120^\circ \qquad m(\sphericalangle BAD) = 60^\circ$$

- Calcula la suma de los ángulos interiores.

$$m(\sphericalangle CBA) + m(\sphericalangle BAD) + m(\sphericalangle ADC) + m(\sphericalangle DCB) = 120^\circ + 60^\circ + 120^\circ + 60^\circ = 360^\circ$$

Ejemplo 2

En el trapecio $DEFG$, ¿cuánto es la medida del $\sphericalangle DGF$?



- La suma de la medida de los ángulos interiores de cualquier cuadrilátero es 360° .

- Considera la expresión:

$$m(\sphericalangle EDG) + m(\sphericalangle FED) + m(\sphericalangle GFE) + m(\sphericalangle DGF) = 360^\circ$$

- Reemplaza en la expresión las medidas que se muestran en el trapecio.

$$70^\circ + 80^\circ + 100^\circ + m(\sphericalangle DGF) = 360^\circ \qquad \rightarrow 250^\circ + m(\sphericalangle DGF) = 360^\circ$$

$$\rightarrow m(\sphericalangle DGF) = 360^\circ - 250^\circ$$

$$\rightarrow m(\sphericalangle DGF) = 110^\circ$$

Por lo tanto, la medida del $\sphericalangle DGF$ es 110° .

Atención

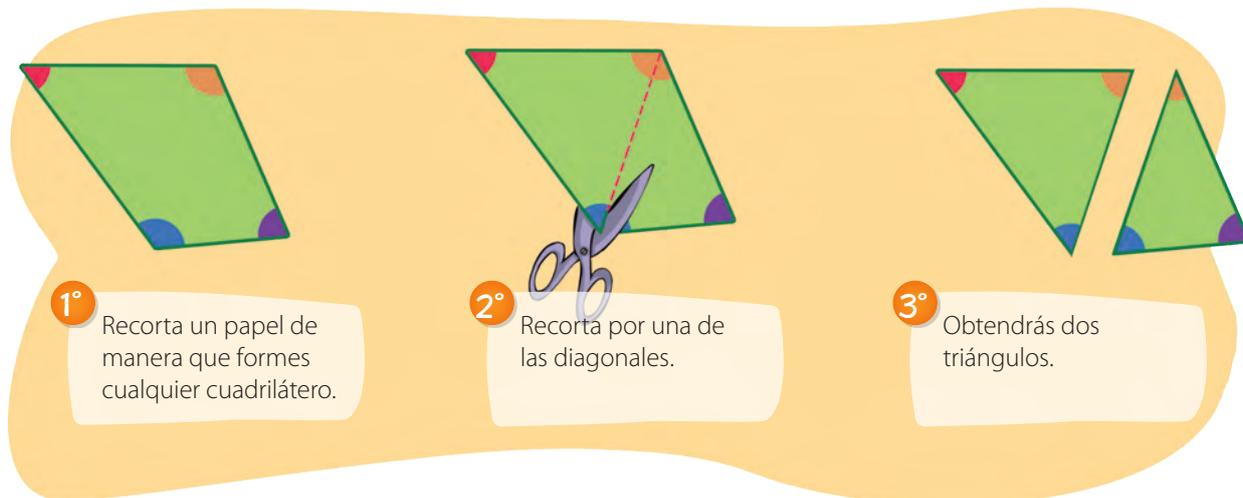
Los cuadriláteros se clasifican en:

- **Paralelogramo:** sus lados opuestos son paralelos.
- **Trapezio:** tiene dos lados opuestos paralelos.
- **Trapezoide:** no tiene lados paralelos.

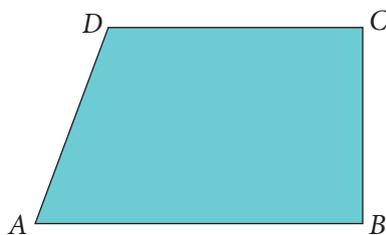
Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Realiza la siguiente actividad y luego responde.

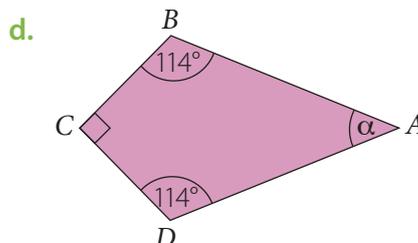
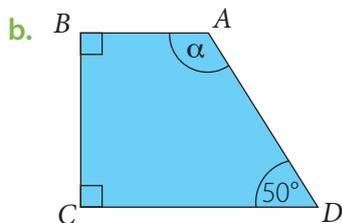
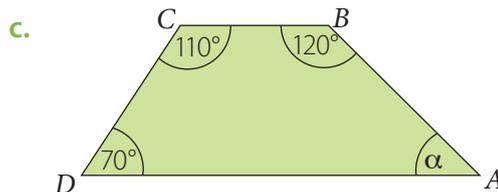
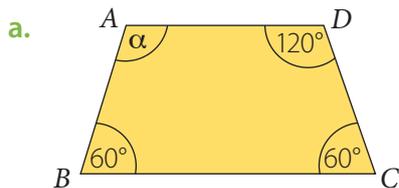


- ¿Cuánto suman las medidas de los ángulos interiores de cada triángulo?
 - A partir de la suma de los ángulos interiores de los triángulos. ¿Cuánto suman los ángulos interiores del cuadrilátero?
2. Mide con el transportador cada uno de los ángulos interiores del cuadrilátero $ABCD$. ¿Cuánto suman los ángulos interiores?



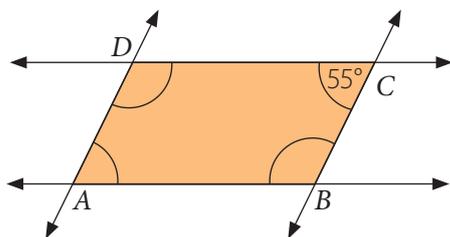
3. Analiza si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. Justifica en cada caso.
- Un cuadrilátero siempre tiene un ángulo recto.
 - Las medidas de los ángulos interiores de un cuadrilátero pueden ser 100° , 65° , 84° y 110° .
 - Las medidas de los ángulos interiores de un cuadrado y un rectángulo son diferentes.
 - En un paralelogramo no pueden ser obtusángulos todos los ángulos interiores.
 - Si las medidas de 3 ángulos interiores de un trapecioide son 110° , 64° y 92° , el otro ángulo necesariamente debe ser obtuso.

4. Calcula la medida de α en cada cuadrilátero según corresponda.

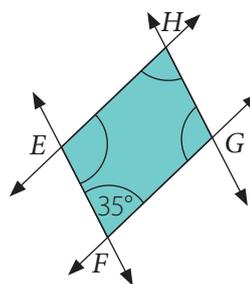


5. Cada cuadrilátero se ha formado trazando rectas paralelas, calcula la medida de todos sus ángulos interiores.

a. $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ y $\overrightarrow{DA} \parallel \overrightarrow{CB}$

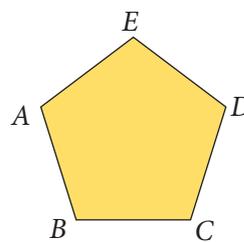


b. $\overrightarrow{EF} \parallel \overrightarrow{HG}$ y $\overrightarrow{HE} \parallel \overrightarrow{GF}$



6. Reúnete con un compañero o una compañera y respondan las siguientes preguntas. Luego, comparen lo obtenido y argumenten sus respuestas.

- Traza una diagonal desde el vértice D . Escribe los polígonos que se forman.
- ¿Cuánto suman las medidas de los ángulos interiores de cada polígono que se forma?
- A partir de lo obtenido, ¿cuánto suman las medidas de los ángulos interiores del pentágono $ABCDE$? ¿Sucederá lo mismo en cualquier pentágono? Argumenta tu respuesta.



Reflexión

- ¿Qué estrategia utilizaste para calcular la medidas de los ángulos interiores de un cuadrilátero? Explica.

- ¿Qué pasos seguiste para resolver problemas? Escríbelos.

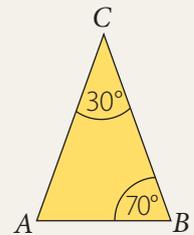
Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.

Salir de vacaciones es una oportunidad para compartir experiencias con la familia, pasar tiempo juntos y divertirse, sin importar el destino que se elija.

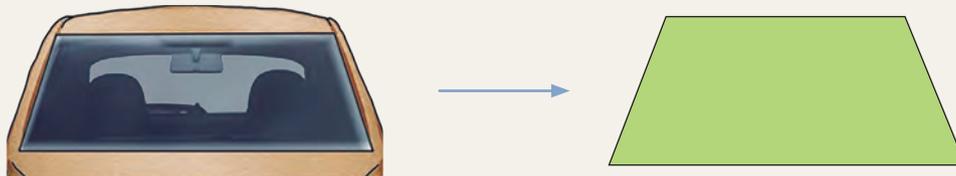
Leonardo va de vacaciones con su familia y luego de recorrer diferentes lugares, deciden quedarse en una casa cuya forma les llamó la atención.



- Leonardo relacionó el frontis de la casa con un triángulo, cuyos ángulos de la base tienen igual medida, y lo dibujó en un papel. ¿Es correcto el dibujo de Leonardo? ¿Por qué? (2 puntos)

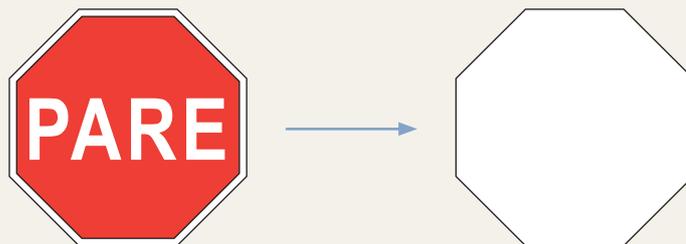


- Leonardo observa el automóvil y aprecia que la forma del parabrisas se parece a un trapecio. Utilizando un transportador, ayuda a Leonardo y calcula la medida de cada ángulo interior. ¿Cuánto suman? (2 puntos)



- Crea** un problema respecto de cada uno de los siguientes contenidos y cuyo contexto se relacione con la situación inicial. Luego, resuélvelo. (2 puntos cada uno)
 - Suma de los ángulos interiores de un triángulo.
 - Suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero.

4. Leonardo ve un disco pare cerca del lugar y observa que su forma se relaciona con un octágono. Él quiere saber cuánto es la suma de las medidas de los ángulos interiores del octágono. (3 puntos cada una)



- ¿Cómo calcularías la suma utilizando triángulos?
- ¿Cómo calcularías la suma utilizando cuadriláteros?

 Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1, 3a y 4a	<ul style="list-style-type: none"> Comprender que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180°. 		Logrado: 9 puntos o más.
2, 3b y 4b	<ul style="list-style-type: none"> Comprender que la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es 360°. 		Medianamente logrado: 7 a 8 puntos. Por lograr: 6 puntos o menos.
Total →		<input type="text"/>	

¡Muy bien! Ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 3.
Ahora, analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad.

Reflexiono

- Al desarrollar el tema, ¿qué dificultades tuviste?

- ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste al inicio del tema (página 171)? ¿Cuáles otras usaste?

- ¿Qué te propones mejorar para cumplir tu meta?

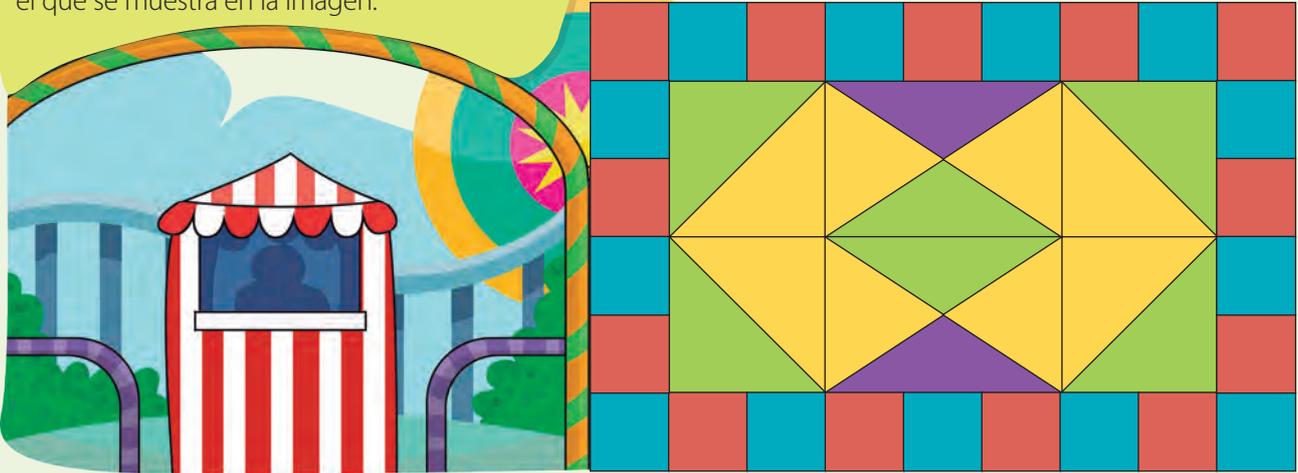
- ¿Crees que abordaste los problemas con flexibilidad? ¿Qué podrías mejorar?

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 4.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.

En la entrada de un parque hay un mural como el que se muestra en la imagen.



1. Completa con los siguientes términos.

rotación

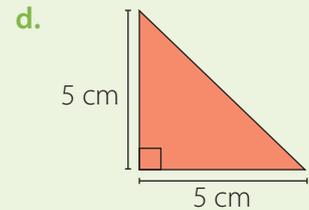
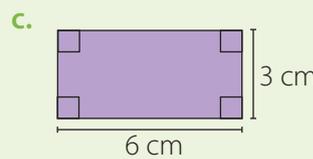
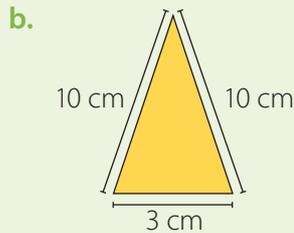
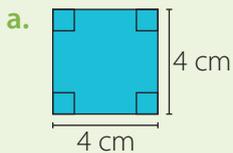
triángulos equiláteros

traslación

cuadrados

El mural del parque está formado por polígonos regulares, como los _____ y los _____ y por polígonos irregulares, como los triángulos rectángulos e isósceles. Además, con los triángulos y los cuadrados se puede crear el diseño mediante la aplicación de transformaciones isométricas como reflexión, _____ y _____.

2. Determina si cada una de las siguientes figuras es un polígono regular o un polígono irregular.

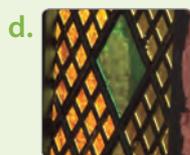
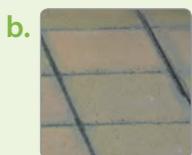




Diseño mi estrategia

Observa la imagen y desarrolla las actividades.

1. Escribe las figuras con las que puedes relacionar los diseños de la imagen.



2. Nombra dos elementos presentes en tu entorno en los que puedas observar diseños como los anteriores.

3. ¿Qué transformaciones isométricas puedes aplicar a una figura para formar los diseños?

Reflexiono

- Al desarrollar las actividades, ¿qué conceptos relacionados con geometría no recordabas o no conocías?

- Escribe tu **estrategia** para responder preguntas como la de la actividad 3.

En este tema aplicarás transformaciones isométricas para que realices teselados en el plano y crees tus propios diseños.

Transformaciones isométricas

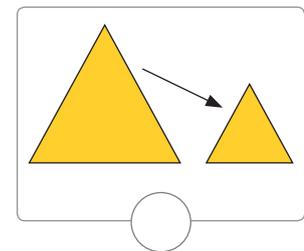
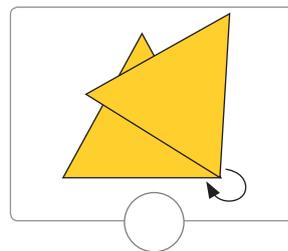
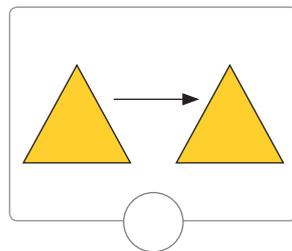
Exploro

Nicolás se subirá a un tren que realiza un paseo alrededor del parque de diversiones.



- ¿Qué movimiento realiza el tren? ¿Y el torniquete? Explica.

- ¿Con qué representación puedes asociar el movimiento del tren? Marca con un .



- ¿Con qué otros juegos o elementos de una ciudad puedes relacionar estos movimientos? Comenta con tus compañeros y compañeras.

¿Recordabas la rotación, traslación y reflexión de figuras geométricas? Ahora aprenderás más acerca de la aplicación de las transformaciones isométricas en figuras. Es importante que comuniques tus conclusiones e ideas de forma **respetuosa**.

Aprendo

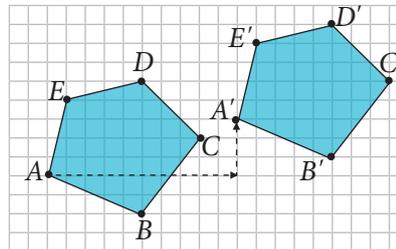
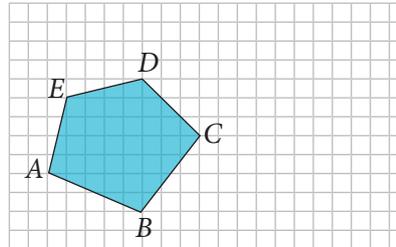
Las **transformaciones isométricas** son movimientos que se aplican a una figura plana y que no alteran su forma ni su tamaño. En una **traslación** se desplaza una figura y en una **rotación** se gira según un centro de rotación y un ángulo.

Ejemplo 1

Traslada el polígono $ABCDE$ 10 unidades a la derecha y 3 unidades hacia arriba. Considera que en la cuadrícula, la medida del lado de cada cuadrado corresponde a una unidad.

¿Cómo lo hago?

- 1 Elige un vértice de la figura, por ejemplo, A .
- 2 Cuenta 10 cuadrados hacia la derecha, luego 3 hacia arriba y marca el nuevo punto. En este caso A' .
- 3 Repite el procedimiento con los demás vértices y dibuja el nuevo polígono trasladado, $A'B'C'D'E'$.

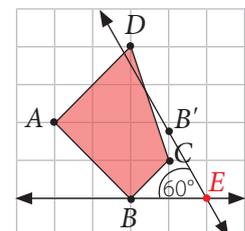
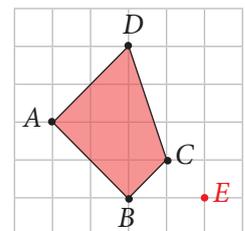
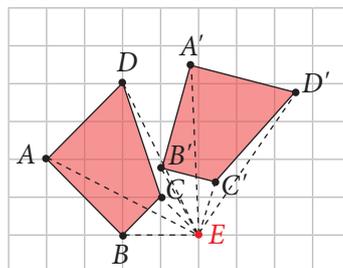


Ejemplo 2

Rota el polígono $ABCD$ en 60° con sentido horario y centro de rotación el punto E .

¿Cómo lo hago?

- 1 Traza una recta desde un vértice de la figura, por ejemplo B , al centro de rotación (punto E).
- 2 A partir de esa recta, mide con el transportador un ángulo de 60° grados y dibuja la recta correspondiente. Luego, mide la distancia desde el punto B al punto E .
- 3 Copia esta distancia sobre la nueva recta y tendrás el punto B' , que corresponderá a la rotación de B .
- 4 Repite este procedimiento con cada vértice de la figura y dibuja el polígono rotado, $A'B'C'D'$.



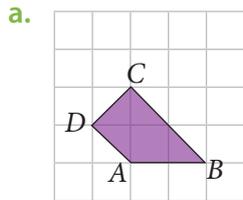
Atención

A la figura resultante de una transformación isométrica se le llama **figura imagen**.

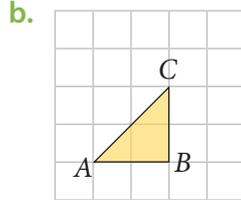
Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

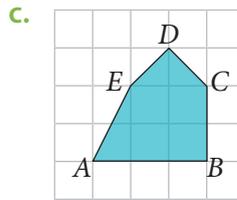
1. Traslada las siguientes figuras según lo solicitado.



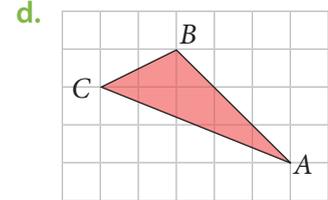
2 unidades hacia la derecha y 3 unidades hacia arriba.



4 unidades hacia la izquierda y 3 unidades hacia abajo.

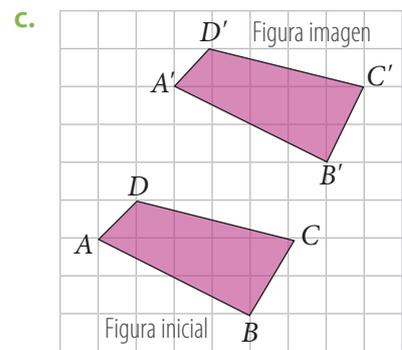
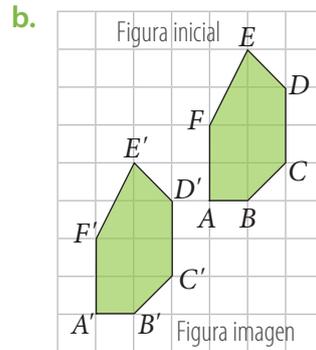
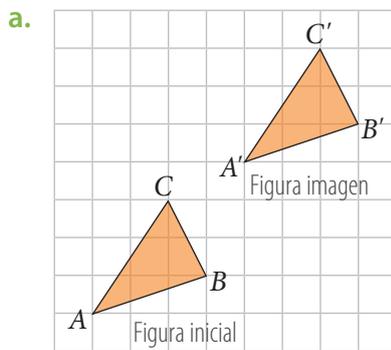


5 unidades hacia arriba y 7 hacia la izquierda.

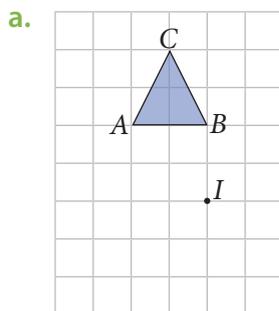


7 unidades hacia arriba, 2 hacia la derecha y 3 hacia abajo.

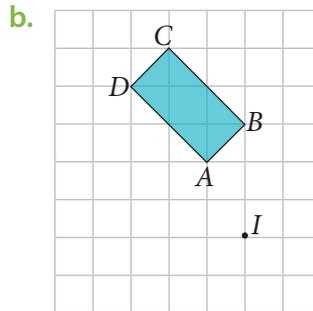
2. Describe los movimientos que se efectuaron a cada polígono para obtener la figura imagen.



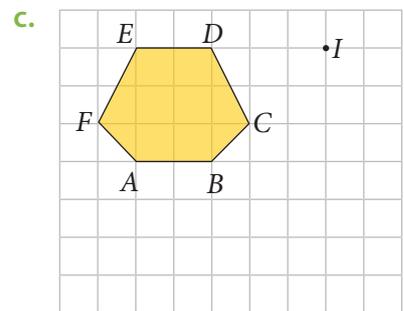
3. Rota las siguientes figuras según lo pedido en cada caso y considera como centro de rotación el punto I.



Ángulo de rotación de 30° en sentido horario.

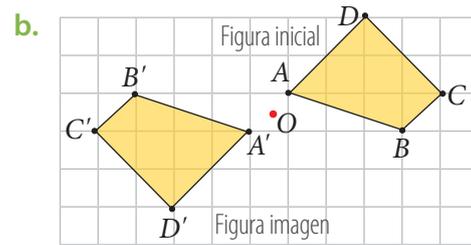
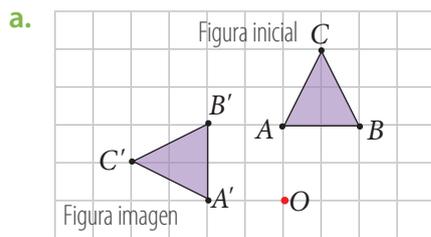


Ángulo de rotación de 30° en sentido antihorario.



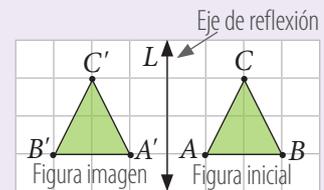
Ángulo de rotación de 90° en sentido horario.

4. Determina el ángulo de rotación con centro en O aplicado a las siguientes figuras. Luego, reúnete con un compañero o una compañera y explícale tu estrategia. Evalúen en conjunto cuál es la más adecuada.

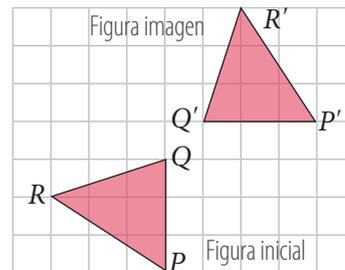
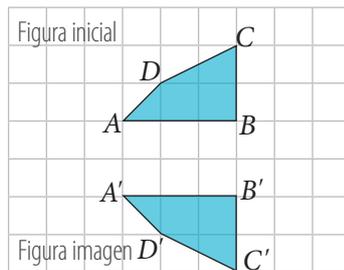


5. Analiza la siguiente información y luego realiza las actividades.

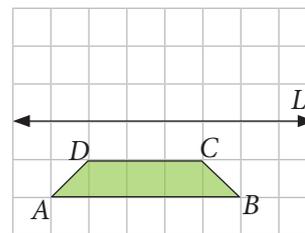
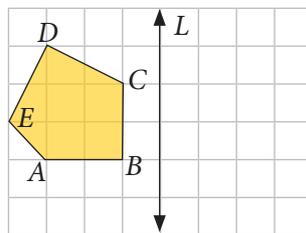
En una **reflexión**, se asigna a cada punto A de la figura inicial un punto A' de la figura imagen y la distancia de cada uno de estos puntos al **eje de reflexión** es la misma.



- a. Traza el eje de reflexión en cada caso.



- b. Dibuja la figura imagen según el eje de reflexión L .



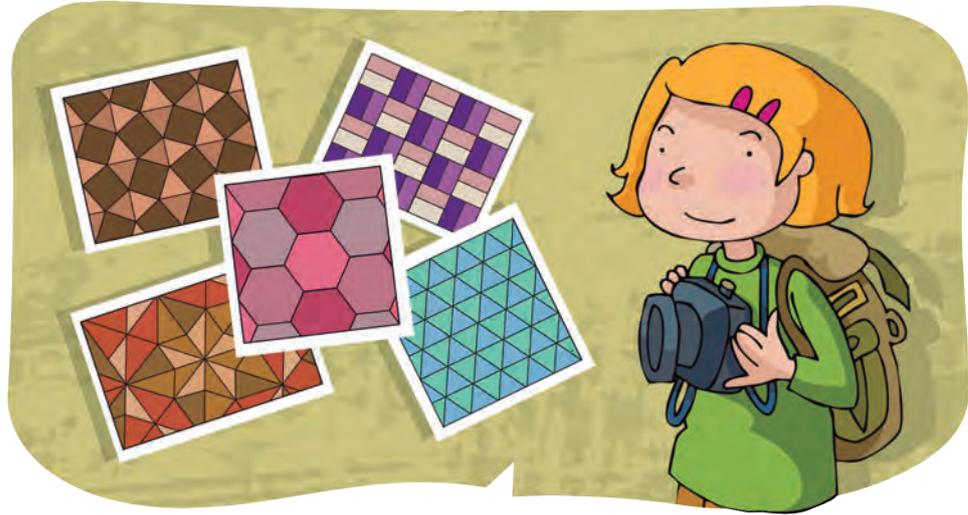
Reflexiono

- ¿Qué transformación isométrica te produjo mayor dificultad aplicar? ¿Por qué?
- ¿Escuchaste las ideas de tus compañeros y compañeras de forma respetuosa? ¿Cómo lo sabes?

Teselaciones

Exploro

Laura está paseando por la ciudad y ha sacado fotografías a los diseños de algunas paredes y pisos que le han llamado la atención.



Atención

Un **polígono regular** es aquel que tiene todos sus ángulos interiores de igual medida y sus lados de igual longitud. De lo contrario, el polígono se clasifica como **irregular** o **no regular**.

- ¿Qué figuras geométricas observas en cada una de las fotografías? Escribe si corresponden a polígonos regulares o no regulares.



_____	_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____	_____

Visita la Web

Maurits Cornelis Escher es un artista que utiliza patrones de figuras que cubren una superficie plana sin superponer las figuras ni dejar espacios libres entre ellas. Para conocer más sobre Escher visita el sitio web: <http://www.mcescher.com/>

- ¿Qué características puedes observar en los diseños de las imágenes? Comenta con tus compañeros y compañeras.

¿Lograste identificar las figuras de las fotografías? Ahora podrás realizar teselaciones mediante la aplicación de transformaciones isométricas a diferentes figuras. ¡Activa tu creatividad para crear los mejores diseños!

Aprendo

Una **teselación** es el recubrimiento o embaldosamiento de una superficie plana, sin dejar espacios ni sobreponer figuras.

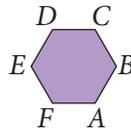
- Teselaciones **regulares**: cubren (embaldosan) un plano utilizando solo polígonos regulares.
- Teselaciones **semirregulares**: se construyen combinando dos o más polígonos regulares.
- Teselaciones **no regulares**: están formadas solo por polígonos irregulares.

Ejemplo 1

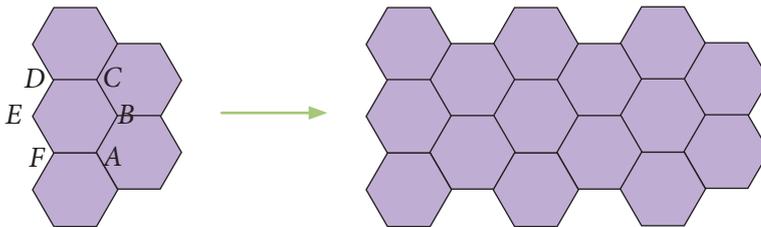
Realiza una teselación con hexágonos regulares aplicando transformaciones isométricas.

¿Cómo lo hago?

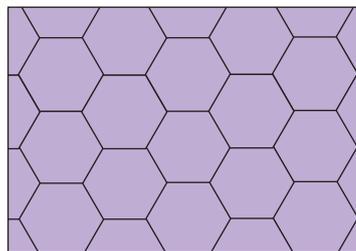
- 1 Dibuja un hexágono regular $ABCDEF$.



- 2 Aplica reflexiones respecto de los segmentos \overline{FA} , \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{CD} . Luego, traslada la figura obtenida. Las transformaciones isométricas las puedes construir con regla y compás.



- 3 Así, sigue aplicando transformaciones isométricas hasta cubrir por completo el plano.



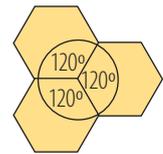
Esta teselación corresponde a una teselación regular, ya que se utilizó solo hexágonos regulares.

Atención

Los polígonos con los que se puede realizar una **teselación regular** son el **cuadrado**, el **triángulo equilátero** y el **hexágono regular**.

Atención

En cada punto donde concurren los vértices de las figuras, la suma de los ángulos interiores debe ser igual a 360° .



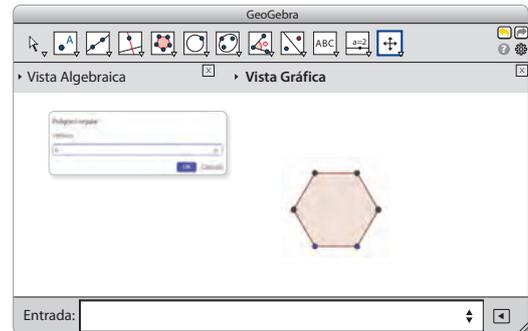
¿A qué tipo de teselaciones corresponden los diseños de las fotografías de la situación inicial de la página 188? Comenta con tus compañeros y compañeras.

Ejemplo 2

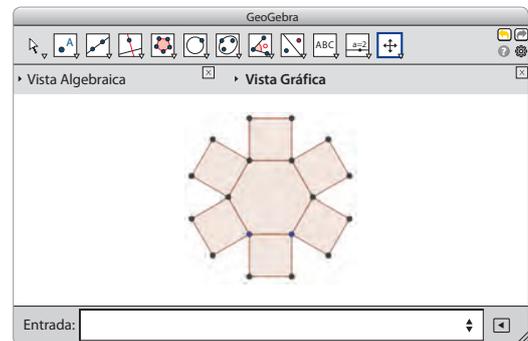
Utilizando el *software* Geogebra, realiza una teselación del plano con cuadrados, triángulos equiláteros y hexágonos regulares. Considera que los polígonos deben tener su lado de igual longitud.

¿Cómo lo hago?

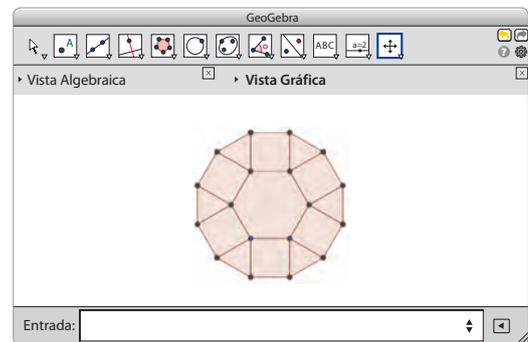
1 Construye un hexágono. Para ello, presiona el botón  y marca dos puntos. Cuando se abra la ventana emergente, ingresa la cantidad de vértices del polígono, en este caso 6.



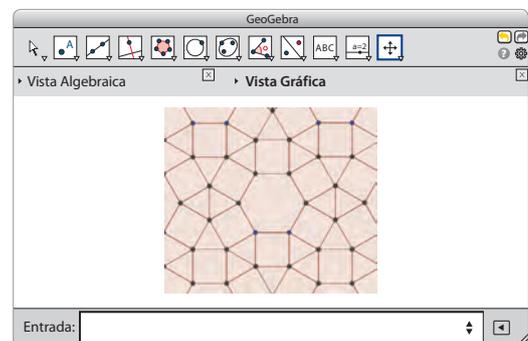
2 Sigue el proceso anterior y construye cuadrados sobre los lados del hexágono. Para ello, marca dos vértices consecutivos del hexágono y escribe 4 en la ventana emergente. Procede de forma similar hasta construir los 6 cuadrados.



3 Construye triángulos equiláteros entre los cuadrados. Para ello, marca dos vértices consecutivos del cuadrado, uno que esté sobre el hexágono y otro que no lo esté, y escribe 3 en la ventana emergente. Procede de forma similar hasta completar los espacios que hay entre los cuadrados.



4 Continúa teselando el plano construyendo triángulos equiláteros, cuadrados y hexágonos con sus lados de igual longitud.



Nota: la aplicación GeoGebra (www.geogebra.org), creada por Markus Hohenwarter, fue incluida en este texto con fines de enseñanza y a título meramente ejemplar.

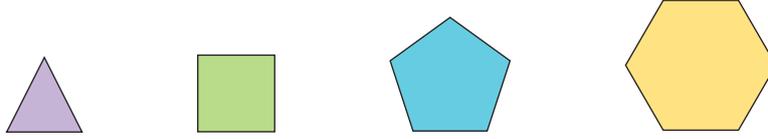
¿Cómo puedes comprobar que las figuras utilizadas tienen sus lados de igual longitud?

¿Podrías haber teselado el plano con otro diseño utilizando las mismas figuras?

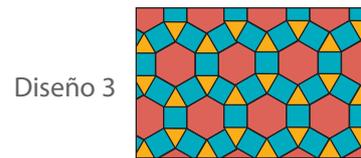
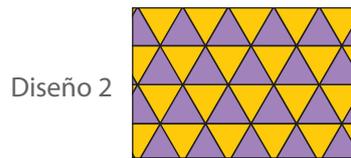
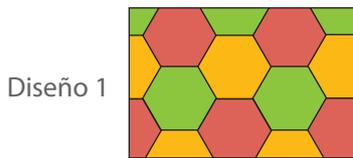
Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Observa los siguientes polígonos regulares y realiza las actividades.



- Encierra los polígonos con los que no es posible teselar el plano. ¿Cómo lo supiste?
 - ¿Es posible hacer un teselado con el hexágono y el triángulo si sus lados son de igual longitud?
 - ¿Es posible hacer un teselado con el cuadrado y el pentágono si sus lados son de igual longitud?
 - Justifica tus respuestas construyendo los teselados con regla y compás.
 - ¿Qué transformaciones isométricas puedes identificar en tus diseños?
2. **Artes Visuales** Un grupo de artistas está trabajando en un nuevo diseño para las ventanas de una construcción. Ellos han propuesto los siguientes:



- ¿Qué figuras observas en los diseños? ¿Son polígonos regulares o irregulares?
 - ¿Qué tipo de teselados observas en los diseños?
3. Realiza los siguientes teselados.
- Teselación semirregular utilizando el *software* Geogebra.
 - Teselación con triángulos equiláteros aplicando transformaciones isométricas.
4.  Reúnete con un compañero o una compañera y dibujen dos o más polígonos en cartulinas de distinto color, recórtenlos y péguenlos en otra cartulina para formar un teselado.
- ¿Qué tipo de teselado realizaron? ¿Cómo pueden comprobar que corresponde a una teselación?
 - ¿Qué transformaciones isométricas pueden identificar en su teselación?

Reflexiono

- ¿Qué características tiene una teselación regular?

- ¿Crees que fuiste creativo o creativa al realizar teselaciones? ¿Cómo te das cuenta de esto?

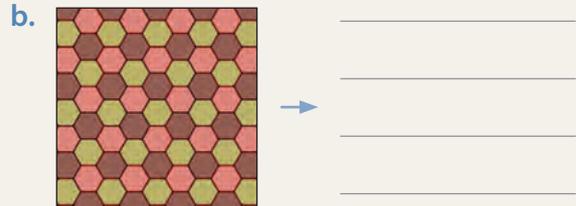
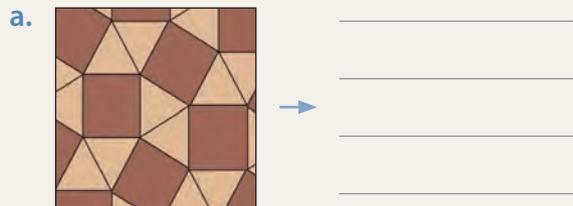


Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 84 a la 85.

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.



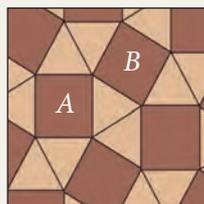
1. Marca con distinto color en cada diseño las figuras que lo forman y escribe si corresponden a polígonos regulares o a polígonos no regulares. (2 puntos cada uno)



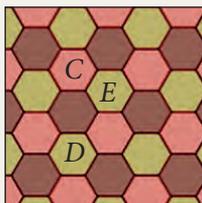
2. Explica cómo se puede comprobar que los diseños corresponden a teselaciones. (2 puntos)

3. ¿A qué tipo de teselación corresponde cada diseño? Justifica. (2 puntos)

4. En el diseño que se muestra a continuación, ¿qué transformación isométrica se puede aplicar al polígono A para obtener el B? (2 puntos)



5. En el siguiente diseño, si se aplica una reflexión al polígono *E*, ¿qué polígono se podría obtener? Remárcalo. ¿Qué transformación isométrica se puede aplicar al polígono *C* para obtener el *D*? (4 puntos)



6. La señora Viviana quiere ver más opciones antes de elegir un diseño para su piso. **Crea** uno realizando una teselación regular y otro diseño con una teselación semirregular. Explica tu estrategia. (4 puntos)

Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
4 y 5	<ul style="list-style-type: none"> Reconocer y aplicar transformaciones isométricas. 		Logrado: 11 puntos o más.
1, 2 y 3	<ul style="list-style-type: none"> Reconocer teselados regulares y semirregulares. 		Medianamente logrado: 9 a 10 puntos.
6	<ul style="list-style-type: none"> Realizar teselados regulares y semirregulares. 		Por lograr: 8 puntos o menos.
Total →		<input type="text"/>	

¡Muy bien! Ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 4.
Ahora, analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad.

Reflexiono

- ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste en la página 183 en la resolución de alguna de estas actividades?
¿Usaste otras?

- ¿Qué actividad te produjo mayor dificultad?

- ¿Qué te propones mejorar en las siguientes clases para cumplir tu meta?

- ¿Crees que fuiste ordenado u ordenada en los procedimientos que utilizaste para desarrollar las actividades?

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 5.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.

Diego y Margarita irán a comprar tela para regalarle unas cortinas a su abuela. Para ello, miden las ventanas que necesitan.

El largo de esta ventana es de 150 cm y el ancho, de 110 cm.



Y esta ventana mide 100 cm de largo y 90 cm de ancho.

1. Completa con los siguientes términos.

largo

rectángulo

área

ancho

Para saber cuánta tela deben comprar Diego y Margarita, deben calcular el _____ de las ventanas. Como estas tienen forma de _____, se calcula multiplicando la medida del _____ por la del _____.

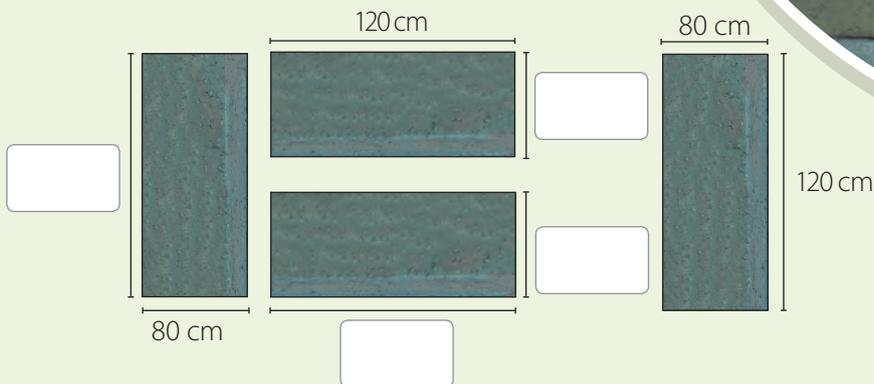
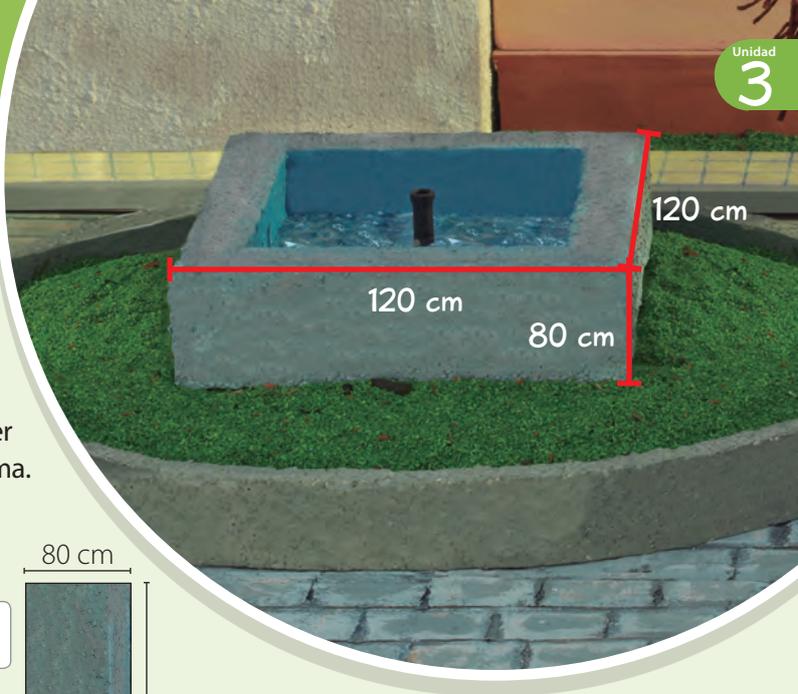
2. ¿Cuál es el área de cada ventana? ¿Qué unidad de medida utilizaste?

3. Si deben comprar 10 cm más de tela que el ancho de cada ventana y 20 cm más que el largo, ¿cuánta tela necesitan en total para las cortinas de ambas ventanas? Explica tu procedimiento.

Diseño mi estrategia

Observa la imagen y desarrolla las actividades.

- Gonzalo está a cargo del cuidado y mantención de la fuente y pintará las paredes exteriores. Para saber el área que debe pintar, realiza el siguiente esquema.



- Completa el esquema con las medidas que faltan.
- ¿Qué representa cada parte del esquema? ¿Con qué figura las puedes relacionar?
- ¿Cómo calcularías el área que debe pintar Gonzalo?

Reflexiono

- ¿Qué contenidos de años anteriores usaste para desarrollar las actividades?
- Escribe tu **estrategia** para calcular el área y el volumen de cuerpos geométricos relacionados con formas como la de la fuente.

En este tema trabajarás con cubos y paralelepípedos. Calcularás el área y el volumen de estos cuerpos geométricos y resolverás diversos problemas.

Redes de cubos y paralelepípedos

Exploro

A Claudia, en clase de Tecnología, le pidieron que construya una caja con forma de **paralelepípedo**.

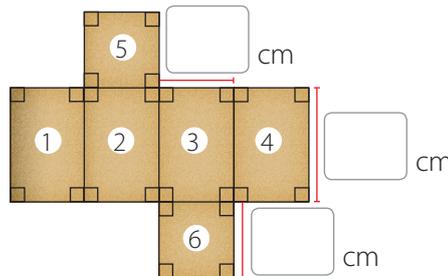


Atención

¿Por qué crees que se destacó la palabra **paralelepípedo**?

Recuerda que un paralelepípedo es un prisma limitado por seis paralelogramos, paralelos dos a dos. Sus caras opuestas tienen igual forma y tamaño.

- Completa el siguiente dibujo que representa las dimensiones de la caja.



- Con este diseño, ¿Claudia podría construir la caja? ¿Por qué?

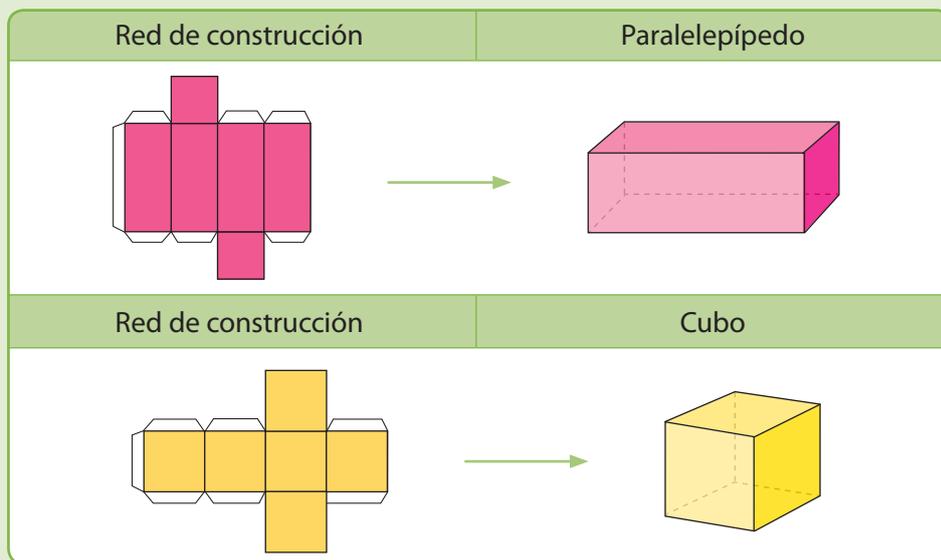
- ¿Qué forma tienen las figuras numeradas que componen el diseño?

- ¿Qué pares de figuras tienen igual forma y tamaño entre sí? Escríbelas.

¿Has armado antes una caja a partir de una red de construcción? Ahora aprenderás a formar distintas plantillas que te ayudarán a armar cuerpos geométricos. Utiliza tu **creatividad** para resolver los distintos problemas.

Aprendo

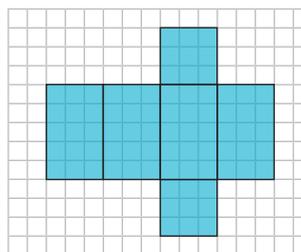
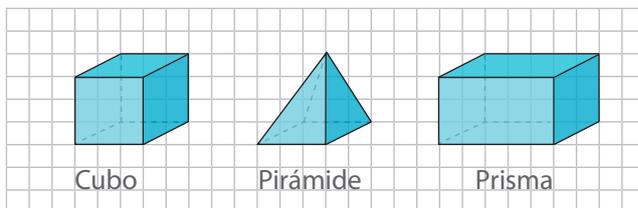
Distintos **cuerpos geométricos** (figuras 3D), y en particular los cubos y los paralelepípedos, se pueden construir a partir de dibujos que los representan en el plano (figuras 2D), denominados **redes de construcción**.



Ejemplo

Juan dibujó en su cuaderno la red de construcción de un cuerpo geométrico.

¿A cuál de los siguientes cuerpos representa?



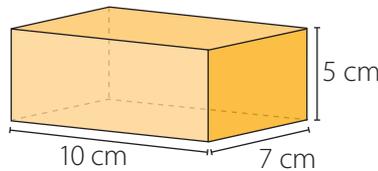
¿Cómo lo hago?

- 1 Como la red de construcción que dibujó Juan está formada por rectángulos y cuadrados, es posible reconocer que de los cuerpos sugeridos hay algunos que no coinciden con esta descripción.
- 2 En el caso del cubo, sus 6 caras son iguales. Mientras que la pirámide tiene 4 caras triangulares y 1 cuadrada.
- 3 El cuerpo restante, que es un prisma, sí coincide con la red de construcción que dibujó Juan, ya que se compone de 2 caras cuadradas y 4 caras rectangulares.

Para calcular el **área** de un **cuubo** o de un **paralelepípedo** puedes utilizar la red de construcción que lo representa. Para ello, calculas el área de cada uno de los paralelogramos que la forman y luego sumas todas las áreas.

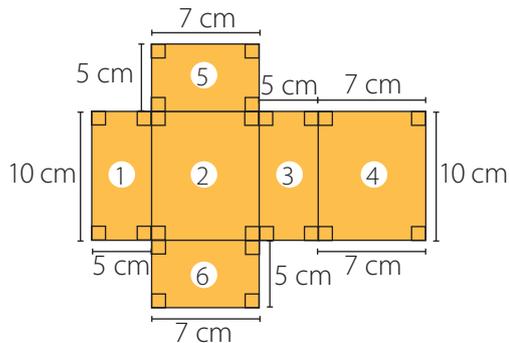
Ejemplo

Daniela está diseñando una caja con forma de paralelepípedo recto cuya base es rectangular, como el de la imagen. Para construirla dibujará la red correspondiente a su diseño. ¿Cómo será esa red? ¿Tendrá la misma área que el paralelepípedo?



¿Cómo lo hago?

- 1 Identifica las figuras que corresponden a las caras del paralelepípedo y dibuja la red de construcción que lo representa.



- 2 Calcula el área de la red del paralelepípedo.

- Las medidas de los rectángulos 1 y 3 son iguales, por lo que el área de ellos es:

$$2 \cdot (5 \cdot 10) \text{ cm}^2 = 2 \cdot 50 \text{ cm}^2 = 100 \text{ cm}^2$$
- Las medidas de los rectángulos 2 y 4 son iguales, por lo que el área de ellos es:

$$2 \cdot (7 \cdot 10) \text{ cm}^2 = 2 \cdot 70 \text{ cm}^2 = 140 \text{ cm}^2$$
- Las medidas de los rectángulos 5 y 6 son iguales, por lo que el área de ellos es:

$$2 \cdot (5 \cdot 7) \text{ cm}^2 = 2 \cdot 35 \text{ cm}^2 = 70 \text{ cm}^2$$

Luego, el área de la red es $(100 + 140 + 70) \text{ cm}^2 = 310 \text{ cm}^2$.

- 3 Para comprobar que las áreas son las mismas, puedes recortar la red y construir el paralelepípedo. Con esto verificarás que el área del paralelepípedo corresponde al área de la red de construcción que lo representa. **¡Inténtalo!**



¿A qué cuerpo geométrico representaría el diseño si el alto, el ancho y el largo midieran lo mismo? Dibújalo.

Atención

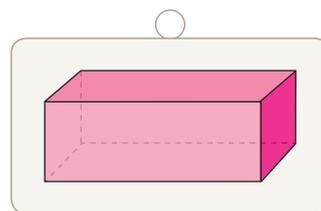
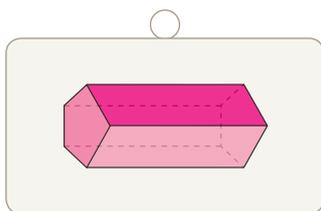
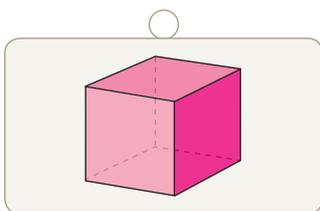
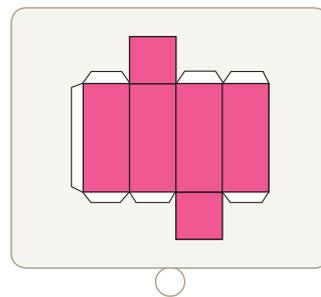
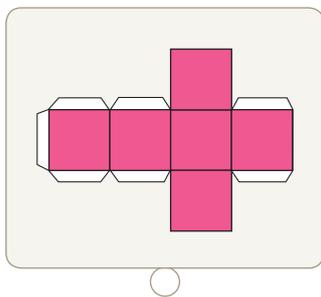
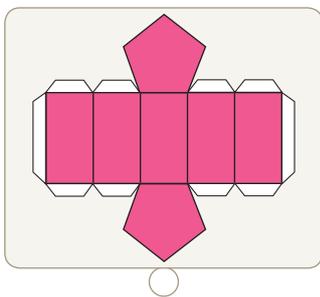
El **área** es la medida de la superficie de una figura o un cuerpo geométrico.

La **unidad de medida** básica es el metro cuadrado (m^2); sin embargo, también se puede expresar, por ejemplo, en centímetros cuadrados (cm^2).

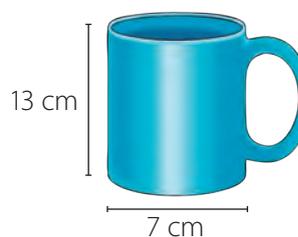
Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

- Dibuja la red asociada a los siguientes cuerpos geométricos. Luego, recórtalas y arma cada cuerpo geométrico.
 - Un cubo de 5 cm de lado.
 - Un paralelepípedo recto de base rectangular de largo 10 cm, ancho 8 cm y alto 4 cm.
 - Un paralelepípedo recto de base rectangular de largo 12 cm, ancho 5 cm y alto 2 cm.
- Une cada cuerpo geométrico con la red de construcción que lo representa.



- Reúnete con un compañero o una compañera y observen la siguiente imagen. Luego, realicen las actividades.
 - Diseñen un cubo y un paralelepípedo que se pudieran usar para guardar el tazón. ¿Cuál será mejor? Justifiquen.
 - Dibujen las redes correspondientes a sus diseños, recórtelas y construyan el cubo y el paralelepípedo. ¿Cambió su opinión respecto del envase más útil para el tazón? Argumenten su respuesta.



Reflexiono

- ¿Pudiste confeccionar redes asociadas a cubos? ¿Y asociadas a paralelepípedos?

- ¿Para qué crees que podrías utilizar lo que aprendiste?

Área de cubos y paralelepípedos

Exploro

Actitud

Cuando tengas ideas distintas a las de un amigo o amiga, expresa tus argumentos y escucha los suyos con respeto. De esa forma podrán llegar a una mejor solución.

Daniel y Carla están diseñando un envase para un producto y quieren elegir el que les genere menor consumo de material, para así lograr una mayor ganancia.



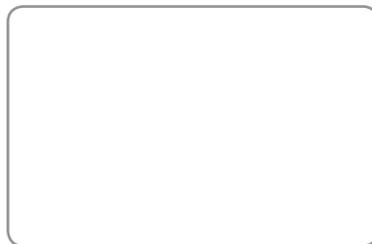
- ¿Qué debes calcular para saber en cuál de los diseños se necesita menos material?

Habilidad

Cuando reconoces e identificas los datos esenciales de una situación, estás desarrollando la habilidad de **resolver problemas**.

- Dibuja la red de construcción que representa al cuerpo geométrico relacionado con cada diseño.

Diseño de Daniel



Diseño de Carla



- ¿Cuál de los dos diseños ocupa menos cartón en su confección? Explica.

Ahora aprenderás a determinar el área de cubos y paralelepípedos solo conociendo las medidas de sus aristas. Recuerda trabajar de manera **ordenada** al hacer tus cálculos y escribir tus procedimientos.

Aprendo

El **área de un cuerpo geométrico** corresponde a la suma de las áreas de todas sus caras.

Para calcular el **área de un cubo** multiplicas el área de una cara por 6, ya que tiene 6 caras cuadradas y todas son congruentes entre sí.

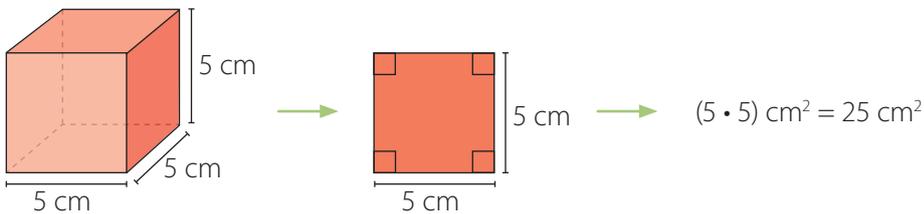
Para calcular el **área de un paralelepípedo**, calculas el área de cada una de sus caras y luego las sumas.

Ejemplo 1

Calcula el área de un cubo cuya arista mide 5 cm.

¿Cómo lo hago?

- 1 Calcula el área de una de las caras del cubo.



- 2 Calcula el área del cubo.

Multiplica el área de una cara por 6, ya que el cubo tiene 6 caras congruentes.

Luego, el área del cubo es $6 \cdot 25 \text{ cm}^2 = 150 \text{ cm}^2$.

Ejemplo 2

Determina la medida de las aristas de un cubo cuya área es 96 cm^2 .

¿Cómo lo hago?

- 1 Calcula el área de cada cara del cubo.

Al dividir el área del cubo por 6, obtienes el área de una cara.

$$(96 : 6) \text{ cm}^2 = 16 \text{ cm}^2$$

- 2 Determina la medida de los lados de una cara del cubo.

Como cada cara del cubo es un cuadrado, los lados miden 4 cm, ya que $(4 \cdot 4) \text{ cm}^2 = 16 \text{ cm}^2$.

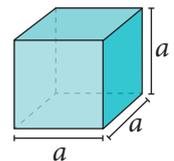
Luego, las aristas del cubo miden 4 cm.

Atención

Dos figuras son **congruentes** si tienen la misma forma y tamaño.

Atención

Para calcular el **área (A)** de un cubo cuya arista mide a , puedes considerar lo siguiente:



Área de una cara: $a \cdot a$

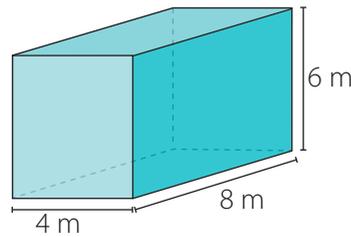
$$A = 6 \cdot a \cdot a$$

Uso de software

Ingresa a <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/superficie/index.html> y podrás realizar actividades relacionadas con el cálculo de área utilizando un software educativo.

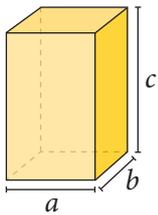
Ejemplo 3

¿Cuál es el área del siguiente paralelepípedo recto de base rectangular?



Atención

En un **paralelepípedo** recto de base rectangular cuyo largo mide a , el ancho b y el alto c , puedes calcular el **área** (A) considerando lo siguiente:



$$A = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot c$$

¿Cómo lo hago?

- 1 Identifica las caras de igual medida.
 - 2 caras rectangulares de 6 m de ancho y 8 m de largo.
 - 2 caras rectangulares de 4 m de ancho y 8 m de largo.
 - 2 caras rectangulares de 4 m de ancho y 6 m de largo.
- 2 Calcula el área de las caras del paralelepípedo.

$$(6 \cdot 8) \text{ m}^2 = 48 \text{ m}^2 \rightarrow (2 \cdot 48) \text{ m}^2 = 96 \text{ m}^2$$

$$(4 \cdot 8) \text{ m}^2 = 32 \text{ m}^2 \rightarrow (2 \cdot 32) \text{ m}^2 = 64 \text{ m}^2$$

$$(4 \cdot 6) \text{ m}^2 = 24 \text{ m}^2 \rightarrow (2 \cdot 24) \text{ m}^2 = 48 \text{ m}^2$$
- 3 Suma las áreas obtenidas.

$$(96 + 64 + 48) \text{ m}^2 = 208 \text{ m}^2$$

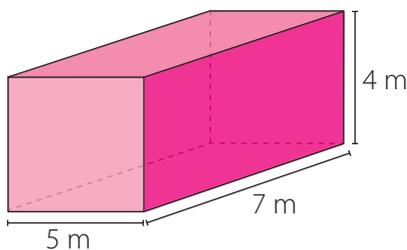
Luego, el área del paralelepípedo es 208 m².

Practico

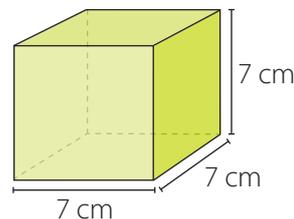
Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Calcula el área de los siguientes cuerpos geométricos.

a.



b.

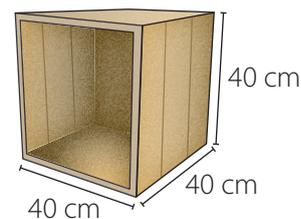


2. Determina la medida de la arista de cada cubo dada su área (A).

- a. $A = 54 \text{ m}^2$
- b. $A = 96 \text{ cm}^2$
- c. $A = 216 \text{ mm}^2$

3. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Jaime quiere pintar 20 contenedores, los cuales tienen forma de paralelepípedo recto. Él pintará la parte exterior, sin considerar la base ni la tapa. ¿Cuántos metros cuadrados deberá pintar si cada contenedor mide 1 m de largo, 1 m de ancho y 1,5 m de alto?
- b. Macarena armó un mueble ubicando 4 cubos de madera como los de la imagen, uno sobre otro, de manera que en la parte frontal quedaran espacios para guardar sus libros.
- ¿Cuál será la altura del mueble?
 - Macarena quiere barnizar los costados y la parte superior del mueble. ¿Cuántos metros cuadrados barnizará?



 4. Analiza si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Luego, compara tus respuestas con las de tus compañeros y compañeras y den un ejemplo en cada caso.

- a. Para calcular el área de un cubo, basta determinar el área de una de sus caras y multiplicar este resultado por 6.
- b. Si dos paralelepípedos tienen igual área, significa que tienen las mismas dimensiones.
- c. La red de construcción de un cubo está compuesta por 5 cuadrados.
- d. Un cubo y un paralelepípedo tienen la misma cantidad de aristas, vértices y caras.

5. **Ciencias Naturales** Analiza la siguiente información. Luego, realiza lo pedido.

Los envases de cartón se utilizan para almacenar diferentes líquidos y alimentos conservando sus propiedades. Además, son ligeros y no requieren refrigeración para la mantención del producto, lo que es un ahorro de energía importante para la sustentabilidad del planeta y lo mejor de todo, se pueden reciclar.

Busca productos en este tipo de envases y elige dos de distintos tamaños. Luego, mide las longitudes que se muestran en la imagen y determina cuánto material, aproximadamente, fue necesario para su elaboración.



Reflexiono

- ¿Qué pasos seguiste para calcular el área de un cubo? ¿Y la de un paralelepípedo?
- ¿Qué dificultades tuviste al desarrollar las actividades?
- ¿Expresaste tus ideas y escuchaste con respeto las opiniones de tus compañeros y compañeras?

 Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 88 a la 89.

Volumen de cubos y paralelepípedos

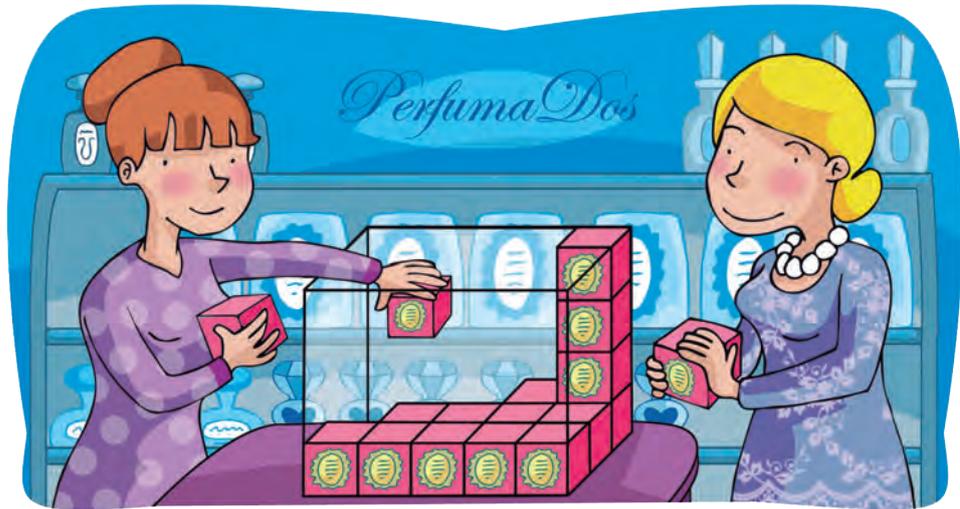
Exploro

Actitud

En distintas situaciones de la vida se requiere realizar acciones de forma meticulosa y seguir métodos para solucionar ciertos problemas.

Es importante que seas ordenado u ordenada en tu trabajo, pero sin dejar de explotar tu creatividad.

En una tienda venden perfumes al por mayor, cuyos envases tienen forma de cubo. Para distribuirlos, los guardan en cajas plásticas ubicándolos uno al lado del otro sin que queden espacios entre ellos.



- ¿Cuántos envases alcanzan en la base de la caja?

- ¿Cuántos envases alcanzan en el alto de la caja?

- Si cada envase de perfume mide 10 cm de largo, de ancho y de alto, ¿cuáles son las dimensiones de la caja?

- Explica el procedimiento que utilizaste para calcular las dimensiones de la caja.

- ¿Qué crees que significa calcular el volumen de un cuerpo geométrico? Comenta con tus compañeros y compañeras.

Uso de software

Ingresa a <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/volumen/index.html> y podrás realizar actividades relacionadas con el cálculo de volumen utilizando un software educativo.

Ahora aprenderás a calcular el volumen de cubos y paralelepípedos, para saber, por ejemplo, cuántos envases de perfume caben en la caja. **Expresa tus ideas y potencia tu creatividad** al resolver los distintos problemas.

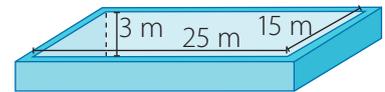
Aprendo

El **volumen** es la medida del espacio que ocupa un cuerpo. La unidad básica utilizada es el metro cúbico (m^3).

- Para calcular el **volumen** (V) de un **cubo** cuya arista mide a , multiplicas el área de la base por la altura, es decir, $V = a \cdot a \cdot a$.
- Para calcular el **volumen** (V) de un **paralelepípedo** recto de base rectangular cuyo largo mide a , el ancho mide b y la altura mide h , multiplicas el área de la base por la altura, es decir, $V = a \cdot b \cdot h$.

Ejemplo 1

Una piscina de 3 m de profundidad tiene forma de paralelepípedo recto de base rectangular con las dimensiones que se observan en la imagen. ¿Cuál es el volumen de agua que puede contener la piscina?



¿Cómo lo hago?

- 1 Calcula el área de la base de la piscina.

$$(25 \cdot 15) m^2 = 375 m^2$$

- 2 Multiplica el área de la base por la altura, la que corresponde a la profundidad de la piscina.

$$(375 \cdot 3) m^3 = 1\,125 m^3$$

Luego, la piscina puede contener $1\,125 m^3$ de agua.

Ejemplo 2

Calcula el volumen de un cubo cuya área es $150 cm^2$.

¿Cómo lo hago?

- 1 Calcula el área de cada cara del cubo y determina la medida de las aristas.

$$(150 : 6) cm^2 = 25 cm^2 \rightarrow \text{Área de una cara}$$

Las aristas del cubo miden 5 cm, ya que $(5 \cdot 5) cm^2 = 25 cm^2$.

- 2 Calcula el volumen del cubo.

$$(25 \cdot 5) cm^3 = 125 cm^3$$

← Área de la base
↑
↓
→ Altura

Luego, el volumen del cubo es $125 cm^3$.



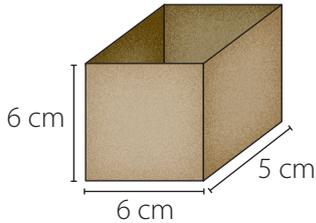
Si calculas el volumen (V) del cubo utilizando la expresión $V = a \cdot a \cdot a$, ¿obtienes el mismo resultado? Explica tu procedimiento.

Practico

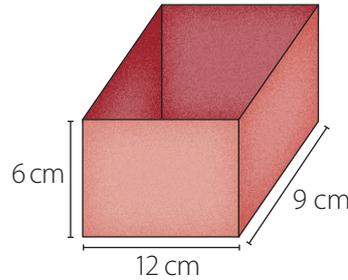
Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Determina la cantidad de cajas de 1 cm^3 que se necesitan para llenar los siguientes recipientes.

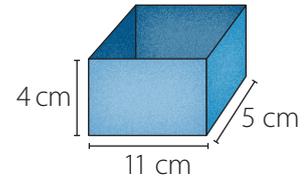
a.



b.

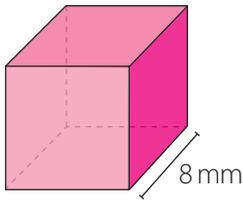


c.

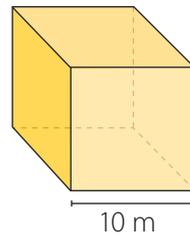


2. Calcula el volumen de los siguientes cubos y explica tu procedimiento.

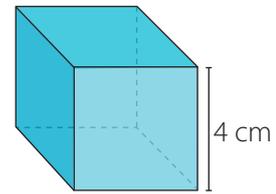
a.



b.



c.

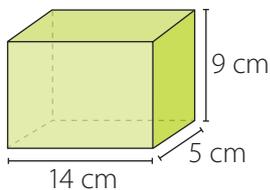


3. Calcula el volumen de cada cubo según la característica dada.

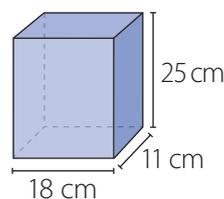
- a. Sus aristas miden 12 mm.
- b. El área es 150 cm^2 .
- c. El área de cada cara es 49 m^2 .

4. Calcula el volumen de los siguientes paralelepípedos rectos.

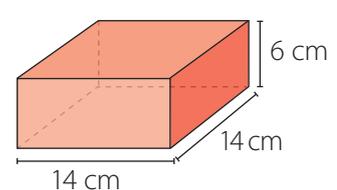
a.



b.



c.



5. Considera los cubos de área 6 cm^2 , 24 cm^2 , 54 cm^2 y 96 cm^2 . Luego, realiza las siguientes actividades y responde.

- a. Determina la medida de las aristas de cada cubo.
- b. Calcula el volumen de cada cubo.
- c. ¿Cómo varía el área de un cubo si la medida de su arista se duplica?
- d. ¿Cómo varía el volumen de un cubo si la medida de su arista se duplica?
- e. ¿Observas alguna regularidad entre las áreas de los cubos y la medida de sus aristas? ¿Y con el volumen?

Habilidad

Cuando identificas regularidades y usas simbología matemática para expresarlas, estás desarrollando la habilidad de **modelar**.

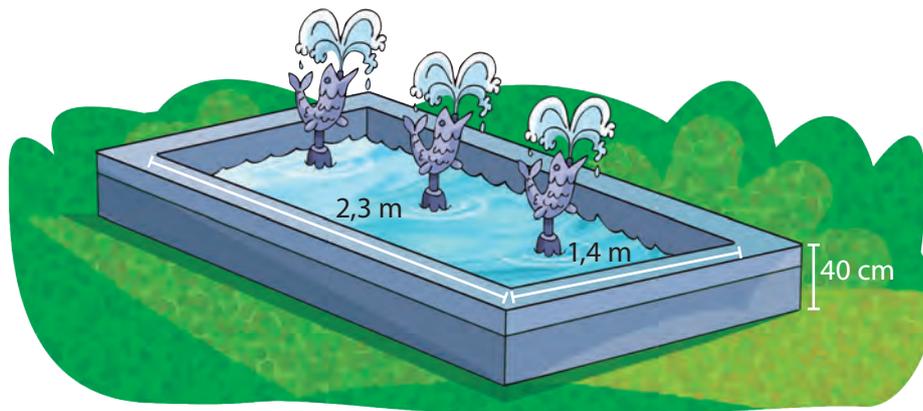
6. Verifica si cada afirmación es verdadera o falsa. Justifica en cada caso.

- Si dos cubos tienen el mismo volumen, entonces sus aristas miden lo mismo.
- Un cubo y un paralelepípedo pueden tener igual volumen.
- Calcular el volumen de un cubo equivale a multiplicar tres veces por sí misma la medida de su arista.
- El área de un paralelepípedo se puede obtener sumando la medida de su largo, de su ancho y de su alto.
- El volumen de un paralelepípedo se obtiene calculando su área basal y multiplicando este resultado por la altura.



7. Reúnete con un compañero o una compañera y realicen las siguientes actividades.

- Escriban 3 objetos presentes en su entorno que tengan forma similar a un cubo o a un paralelepípedo. Elijan uno de ellos y creen un problema relacionado con el cálculo del volumen. Luego, resuélvanlo.
- Un paralelepípedo recto de base rectangular mide a cm de largo, b cm de ancho y c cm de alto. ¿Cómo varía el volumen si su largo y ancho se mantienen y su altura se triplica?
- En la siguiente imagen se muestra una fuente cuya forma se relaciona con la de un paralelepípedo.



¿Cuántos cm^3 de agua puede contener la fuente como máximo? ¿Cómo lo calcularon?

Reflexiono

- ¿Qué estrategia utilizaste para calcular el volumen de un cubo y de un paralelepípedo?

- ¿Tuviste dudas con los conceptos? ¿Las pudiste aclarar?

- ¿Qué pasos seguiste para resolver los problemas? Escríbelos.



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 90 a la 91.

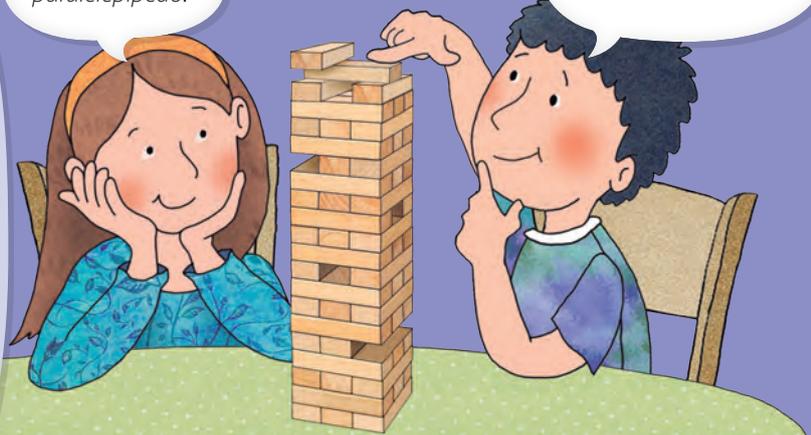
Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.

Los juegos, además de entretener, influyen en el aprendizaje y en la adaptación social. Muchos juegos pueden ser educativos y ayudan a desarrollar las capacidades motoras, mentales y sensoriales. Javiera y Pablo están desarrollando un juego que consiste en ir sacando cada uno de los bloques y ubicarlos en la parte superior sin que se desmorone la torre.

Fuente: Educrea.
Disponible en <http://educrea.cl/>

Los bloques tienen forma de paralelepípedo.

Sí, y cada uno mide 3 cm de ancho, 2 cm de alto y 9 cm de largo.



1. Dibuja la red de construcción asociada a un bloque del juego y calcula su área. (2 puntos)

2. Antes de comenzar el juego, Javiera y Pablo arman una torre como la que se muestra en la imagen. (1 punto cada una)

a. Dibuja la red que representa al paralelepípedo relacionado con la torre de la imagen.

b. ¿Cuál es el área de la red?



3. Javiera y Pablo perdieron la caja en la que venía el juego, por lo que quieren construir una que tenga dimensiones similares a las de la torre armada. Para la base de la caja aumentarán 1 cm por lado y 2 cm en la altura respecto de las medidas de la torre. ¿Cuánto material necesitarán? Explica tu procedimiento. (3 puntos)

4. Si se ubican los bloques siguiendo la misma estructura hasta formar 6 niveles, ¿cuál es el área del cuerpo geométrico asociado a la torre? (2 puntos)

5. ¿Cuál es el volumen de un bloque del juego? (1 punto)

6. ¿Cuál es el volumen de la torre antes de comenzar el juego? (1 punto)

7. Javiera y Pablo han jugado 4 turnos, es decir, han sacado 4 bloques que ubicaron encima de la torre, como se muestra en la imagen. ¿Cuál es el volumen de la torre ahora? Justifica tu respuesta. (3 puntos)



 Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1 y 2	<ul style="list-style-type: none"> Calcular el área de redes asociadas a paralelepípedos y cubos. 		Logrado: 9 puntos o más.
3 y 4	<ul style="list-style-type: none"> Calcular el área de cubos y paralelepípedos. 		Medianamente logrado: 7 a 8 puntos.
5, 6 y 7	<ul style="list-style-type: none"> Calcular el volumen de cubos y paralelepípedos. 		Por lograr: 6 puntos o menos.
Total →		<input type="text"/>	

¡Muy bien! Ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 5.
Ahora, analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad.

Reflexiono

- ¿Qué dificultades tuviste al desarrollar las actividades?

- ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste al inicio del tema (página 195)? ¿Cuáles otras usaste?

- ¿Crees que al trabajar de manera ordenada se facilita la resolución de los problemas?

- ¿Qué pasos seguiste para resolver los problemas? Escríbelos.

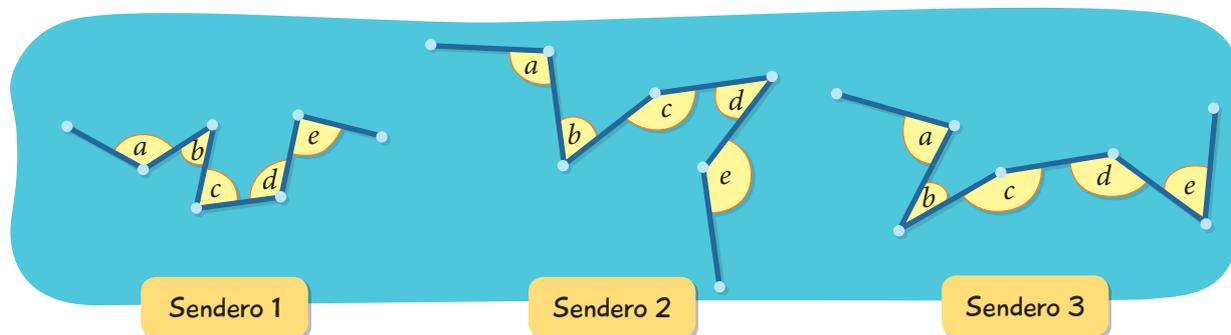
Complementa tu aprendizaje

El sendero

1 Reúnete con dos compañeros o compañeras y desarrollen la siguiente actividad.

A Fabiola, Jorge y Lorena les gusta caminar por senderos, y observan en un mapa distintas rutas posibles y los ángulos que se forman en cada camino. Ellos deciden recorrer uno cada semana.

Eligen primero el sendero en el que uno de los ángulos marcados mide 35° en el mapa. Luego, para la segunda semana, el sendero que tiene más ángulos obtusos que agudos y, finalmente, aquel que tiene un ángulo recto y uno de 120° para recorrer en la tercera semana.



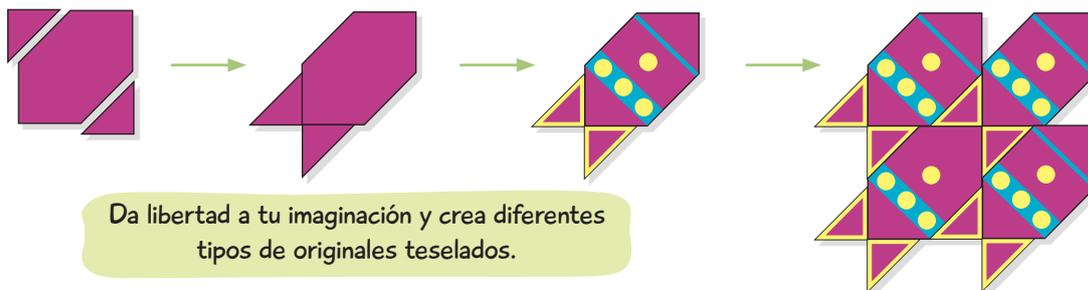
Midan los ángulos marcados en el recorrido de cada sendero. Luego, completen la tabla.

Sendero	Medida de cada ángulo					Semana en la que se recorrerá
	a	b	c	d	e	
1						
2						
3						

Crea tu diseño

2 Manuel y Esperanza deben decidir qué diseño utilizarán para el piso de su pieza. Para esto, siguen los siguientes pasos y crean un diseño con cartulina de diferentes colores.

- En un cuadrado marcan triángulos en dos esquinas y los cortan.
- Trasladan los triángulos y los ubican como se muestra.
- Crean su diseño preferido y realizan un teselado para cubrir el piso.



Da libertad a tu imaginación y crea diferentes tipos de originales teselados.

Mundo poliédrico

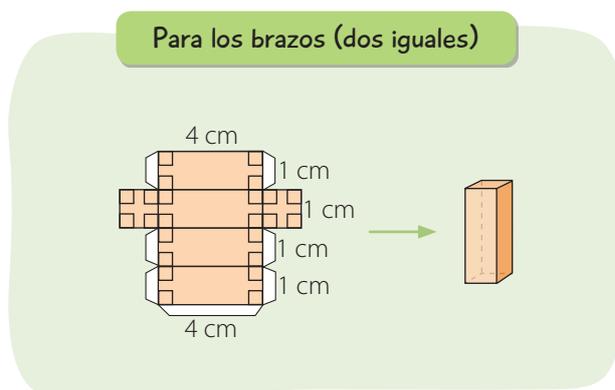
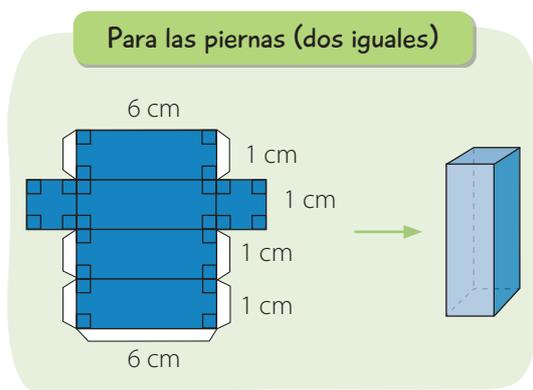
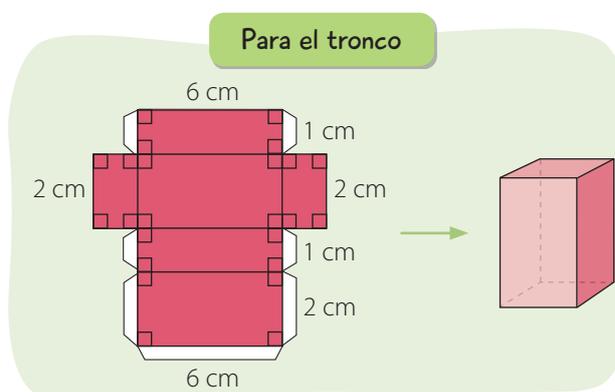
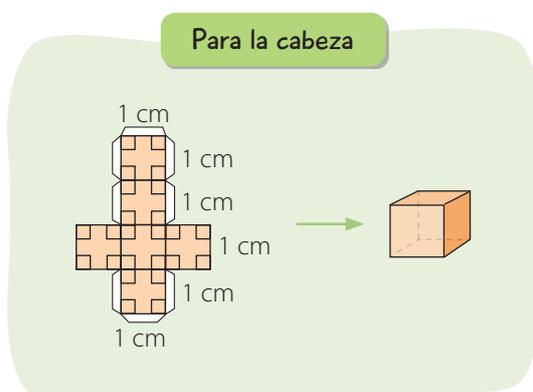
- 3 Formen grupos con 4 integrantes y realicen la siguiente actividad, que consiste en construir figuras con cubos y paralelepípedos.

Materiales

- Cartulinas de distintos colores, tijeras, regla, pegamento en barra.

Procedimiento

- Dibujen las siguientes redes y construyan los cubos y paralelepípedos asociados para formar un personaje del mundo poliédrico.



- Dibujen las facciones de la cara según más les guste y formen la figura. También pueden variar algunas medidas de las redes y construir distintos personajes.

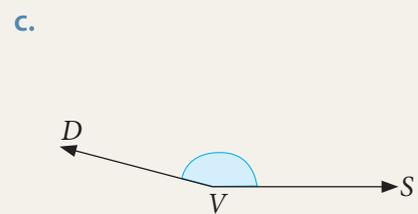
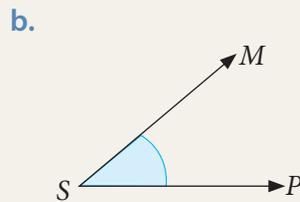
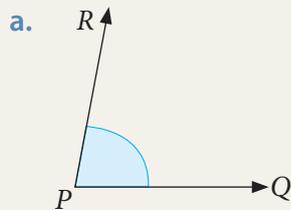
Luego, diseñen árboles, automóviles, edificios y los elementos que prefieran.
¡Activen su creatividad y construyan su mundo poliédrico!



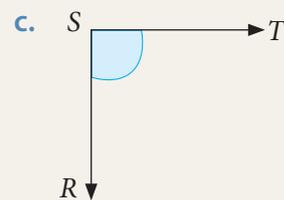
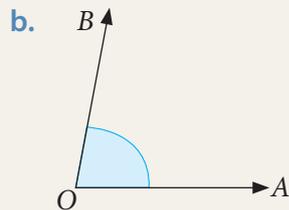
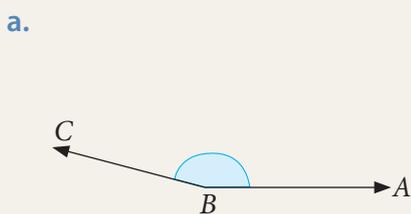
Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en esta unidad.

Ángulos

1. Describe el procedimiento utilizado para estimar la medida de cada ángulo. (1 punto cada uno)



2. Utilizando el transportador, determina la medida de los siguientes ángulos y luego clasifícalos. (1 punto cada uno)



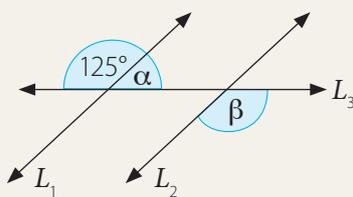
3. Utilizando regla, compás y transportador, construye cada ángulo y luego explica el procedimiento empleado. (1 punto cada uno)

a. Ángulo ABC tal que $m(\sphericalangle ABC) = 53^\circ$.

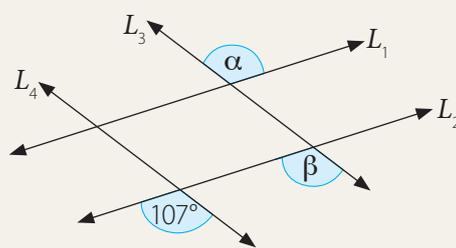
b. Ángulo DEF tal que $m(\sphericalangle DEF) = 140^\circ$.

4. Calcula la medida de cada ángulo según corresponda. (1 punto cada uno)

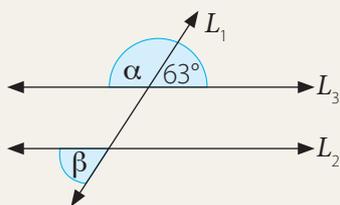
a. $L_1 \parallel L_2$, calcula α y β .



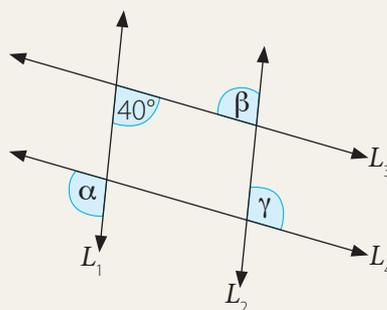
c. $L_1 \parallel L_2, L_3 \parallel L_4$, calcula α y β .



b. $L_2 \parallel L_3$, calcula α y β .



d. $L_1 \parallel L_2, L_3 \parallel L_4$, calcula α, β y γ .

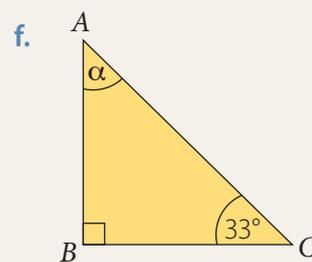
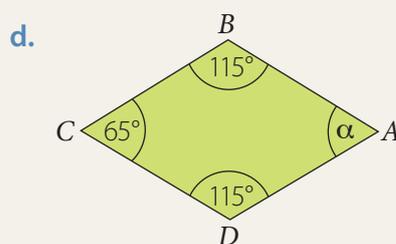
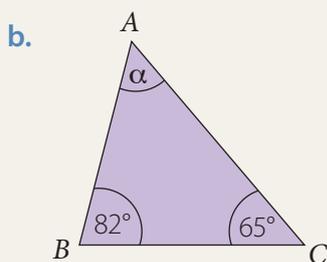
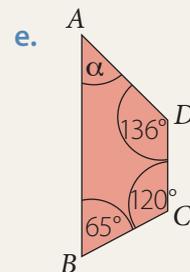
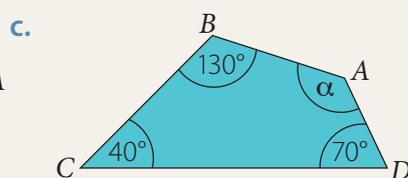
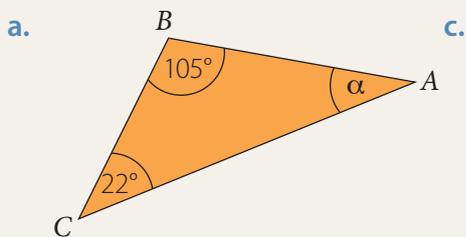


Construcción de triángulos

5. Construye los siguientes triángulos y luego responde. (3 puntos cada uno)
- Triángulo ABC tal que $m(\sphericalangle BAC) = 70^\circ$, $m(\sphericalangle CBA) = 60^\circ$ y $AB = 5$ cm. ¿Cuál es la clasificación?
 - Triángulo DEF tal que $DE = 3$ cm, $EF = 4$ cm, $FD = 5$ cm. ¿Cuál es la clasificación?

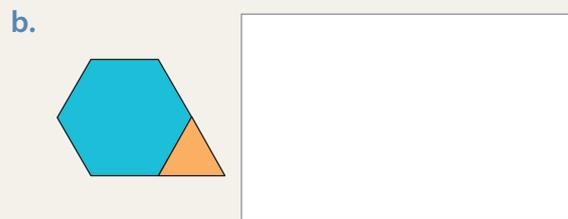
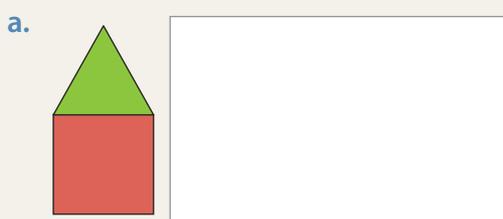
Triángulos y cuadriláteros

6. Calcula el valor del ángulo α según corresponda. (1 punto cada uno)

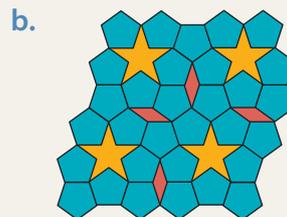
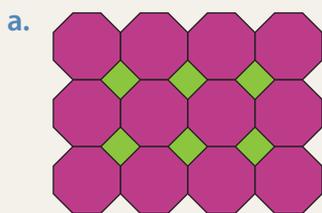


Teselaciones

7. Con las figuras dadas y aplicando transformaciones isométricas, tesela cada recuadro. Escribe las transformaciones isométricas que aplicaste. (2 puntos cada una)



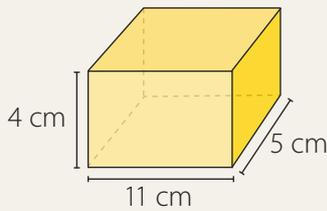
8. Explica si cada teselación que se muestra es regular, semirregular o no regular. (1 punto cada una)



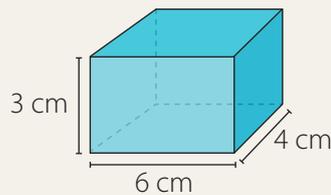
Área y volumen

9. Calcula el área de los siguientes paralelepípedos rectos. (1 punto cada uno)

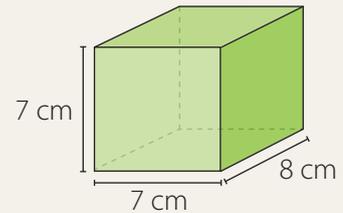
a.



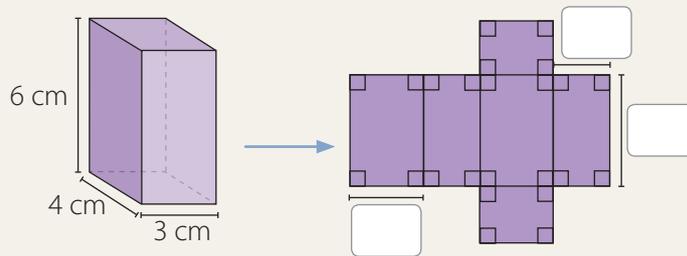
b.



c.



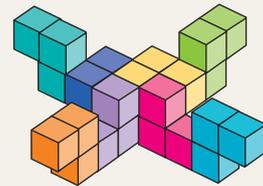
10. Completa las medidas en la red que representa el paralelepípedo y luego calcula el área. (2 puntos)



11. La siguiente figura está compuesta por cubos de 1 cm^3 de volumen.

(1 punto cada una)

- ¿Por cuántos cubos de 1 cm^3 está formada la figura? Considera solo los cubos visibles.
- ¿Cuál es el volumen de la figura?



Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1, 2, 3 y 4	<ul style="list-style-type: none"> Estimar y medir ángulos. Construir ángulos. Calcular ángulos en rectas paralelas. 		Logrado: 29 puntos o más. Medianamente logrado: 24 a 28 puntos. Por lograr: 23 puntos o menos.
5	<ul style="list-style-type: none"> Construir triángulos. 		
6	<ul style="list-style-type: none"> Resolver problemas relativos a cálculo de ángulos en paralelogramos. 		
7 y 8	<ul style="list-style-type: none"> Realizar teselados. 		
9, 10 y 11	<ul style="list-style-type: none"> Calcular áreas de cubos y paralelepípedos. Calcular el volumen de cubos y paralelepípedos. 		
Total →		<input type="text"/>	

Síntesis

A partir de tu trabajo y de los conocimientos adquiridos a lo largo de la unidad, elabora una síntesis de tus aprendizajes. Para ello, completa los recuadros. Guíate por el ejemplo.

	Lo que sabía	Lo que aprendí	Lo que más me gustó
Ángulos	Comparar la medida de los ángulos	Construir ángulos y calcular ángulos entre rectas paralelas	
Construcción de triángulos			
Triángulos y cuadriláteros			
Teselaciones			
Área y volumen			Lo que me produjo mayor dificultad

¡Excelente! Ya terminaste el trabajo de la Unidad 3, es hora de que analices tus logros.

Reflexiono

- ¿Crees que cumpliste la meta que te propusiste al inicio de la unidad? ¿Por qué?

- ¿Qué contenidos necesitas reforzar?

- Completa la siguiente tabla. Para ello, marca con un según tu trabajo en esta unidad.

Actitud	Siempre	A veces	Nunca	Lo que debo mejorar
Fui ordenado u ordenada en mi trabajo.				
Expresé y escuché las ideas de forma respetuosa.				

Datos y probabilidades

En los medios de comunicación puedes encontrar variada información relacionada con **datos y probabilidades**, ya sea en representaciones gráficas, diagramas o porcentajes. **Esfuézate** al resolver los distintos problemas y **expone tus ideas**. ¡Inténtalo!



Estudiarás...	Para que puedas...	En las páginas...
Diagramas de puntos y de tallo y hojas	Comparar grupos de datos, utilizando diagramas de puntos y de tallo y hojas.	220 a la 231
Gráficos de barras dobles y circulares	Interpretar gráficos de barras dobles y circulares.	232 a la 243
Tendencias de resultados	Sacar conclusiones en experimentos con dados, monedas y otros.	244 a la 259

Punto de partida

Te invitamos a observar la imagen para responder las siguientes preguntas que te ayudarán a desarrollar los aprendizajes en esta unidad.

- ¿Qué medios de comunicación identificas en la imagen? ¿Cuáles utilizas con más frecuencia?

- Respecto de lo que estudiarás en esta unidad, ¿qué te gustaría aprender? ¿Por qué?



Mi **meta** en esta unidad es aprender a organizar y representar datos y para lograrla practicaré en mi cuaderno de ejercicios. ¿Qué meta te propones tú?

Mi meta es

y la lograré



Activa tus conocimientos previos y desarrolla las siguientes actividades de evaluación.

Tablas de datos

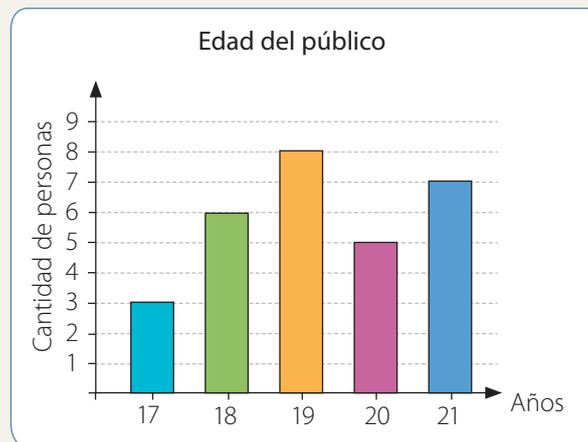
1. En la siguiente tabla se muestran los resultados de una encuesta realizada a los asistentes de un cumpleaños respecto de la torta que prefieren. (1 punto cada una)

Preferencias de torta	
Torta	Cantidad de personas
Mil hojas	4
Merengue	6
Tres leches	5
Selva negra	2

- ¿Qué torta es la que tiene más preferencias?
- ¿Cuántas personas más prefieren la torta de mil hojas que la de selva negra?
- ¿Cuántas personas asistieron al cumpleaños?

Gráficos de barras y de líneas

2. A continuación se presentan las edades del público de un programa de televisión. (1 punto cada una)



- ¿Cuántas personas tienen 21 años?
 - ¿Cuántas personas tienen más de 18 años y menos de 21 años?
3. En la siguiente tabla se muestra lo que ha ganado Sofía en la venta de alfajores en 5 días. Construye un gráfico de líneas y escribe una conclusión a partir de los datos. (2 puntos)

Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Ganancia	\$3000	\$2500	\$2800	\$3600	\$3800

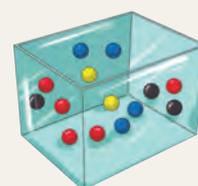
Diagrama de tallo y hojas

4. Los siguientes datos corresponden a los tiempos en minutos que demoran en llegar al colegio un grupo de estudiantes. Construye un diagrama de tallo y hojas que represente los datos y a partir de él escribe dos conclusiones. (3 puntos)

15 - 15 - 13 - 18 - 20 - 18 - 15 - 24 - 30 - 33 - 17 - 12 - 45 - 20 - 40 - 28 - 31 - 22 - 26 - 30

Posibilidad de ocurrencia

5. En una caja se ponen bolitas de colores para luego, sin mirar, sacar una de ellas. (1 punto cada una)
- ¿Qué color es más posible extraer?
 - Para que extraer una bolita de color rojo tenga la misma posibilidad que extraer una de color amarillo, ¿cuántas bolitas de color amarillo se debieran agregar a la caja?



Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1	<ul style="list-style-type: none"> • Leer e interpretar tablas de datos. 		Logrado: 8 puntos o más. Medianamente logrado: 6 a 7 puntos. Por lograr: 5 puntos o menos.
2 y 3	<ul style="list-style-type: none"> • Leer e interpretar gráficos de barras simples y de líneas. 		
4	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar el diagrama de tallo y hojas para representar datos. 		
5	<ul style="list-style-type: none"> • Describir la posibilidad de ocurrencia de un evento. 		
Total →		<input style="width: 100px; height: 20px; border: none;" type="text"/>	

Reflexiono

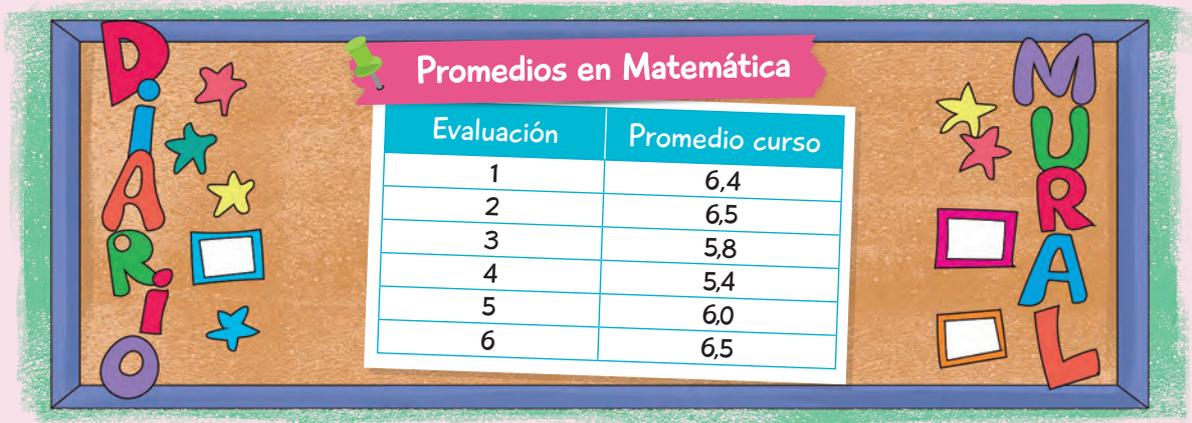
- ¿Registraste tus desarrollos de manera ordenada? Escribe algún aspecto que podrías mejorar al desarrollar esta unidad.

Diagramas de puntos y de tallo y hojas

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 1.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.



1. Completa con los siguientes términos.

diagrama

tallo

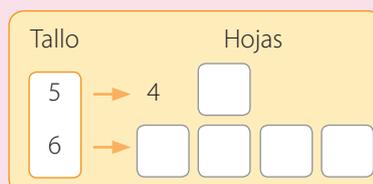
tabla

hojas

Una _____ permite representar información de tal manera que la lectura e interpretación de los datos sea más simple. También puedes usar distintos _____, como por ejemplo el de tallo y hojas. Estos se utilizan principalmente para ordenar datos y observar los valores que más se repiten, determinar el dato menor y el mayor, entre otras funciones. Se componen de dos partes, el _____ y las _____.

2. ¿Cuál es el promedio de los datos? ¿Cómo interpretas ese valor?

3. Completa el siguiente diagrama de tallo y hojas. En este caso, el tallo corresponde a la parte entera de las calificaciones y las hojas, a la parte decimal.





Diseño mi estrategia

Observa la imagen y desarrolla las actividades.

1. Completa el siguiente diagrama de puntos.



- a. ¿Qué representa cada ● en el diagrama?
- _____
- b. ¿Qué representan los valores numéricos del diagrama?
- _____
- c. Escribe 2 conclusiones respecto de los datos del diagrama.
- _____
- _____

¡El taller de publicidad ha sido todo un éxito!

Aquí se realizan actividades relacionadas con la televisión, radio y prensa escrita en las que se desarrolla la creatividad de los estudiantes. Las edades de los participantes del taller son:

10 - 10 - 13 - 8 - 11 - 12 - 8 - 12 - 13 - 14 - 9 - 10 - 14
14 - 14 - 13 - 11 - 12 - 11 - 10 - 9 - 10 - 9 - 9 - 8

2. ¿Cómo construirías un diagrama de tallo y hojas con los datos anteriores?
- _____

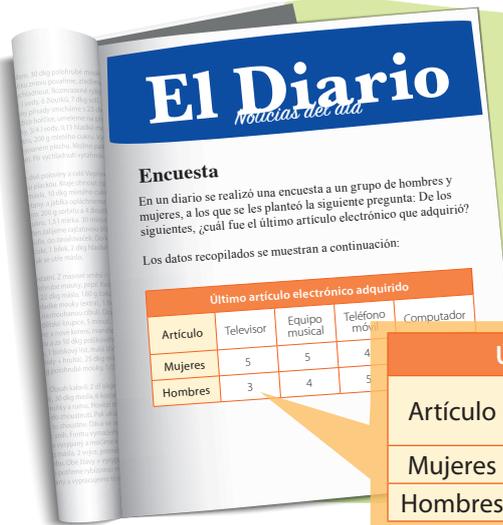
Reflexiono

- ¿Qué contenidos de años anteriores usaste para desarrollar las actividades?
- _____
- Escribe tu **estrategia** para construir diagramas de puntos y de tallo y hojas.
- _____
- _____

En este tema construirás diagramas de puntos y de tallo y hojas para que comprendas de mejor manera la información y puedas resolver distintos problemas en los que compararás distribuciones de dos grupos de datos.

Diagrama de puntos

Exploro



En un diario se realizó una encuesta a un grupo de hombres y mujeres, a los que se les planteó la siguiente pregunta: De los siguientes, **¿cuál fue el último artículo electrónico que adquirió?**

Los datos recopilados se muestran a continuación:

Artículo	Televisor	Equipo musical	Teléfono móvil	Computador
Mujeres	5	5	4	3
Hombres	3	4	5	2

- ¿Qué información se entrega en el diario?

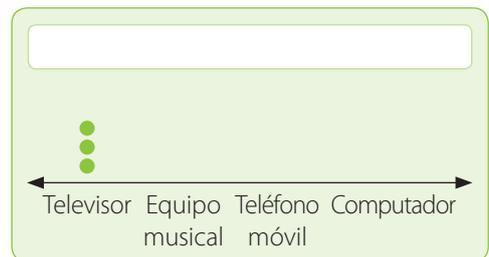
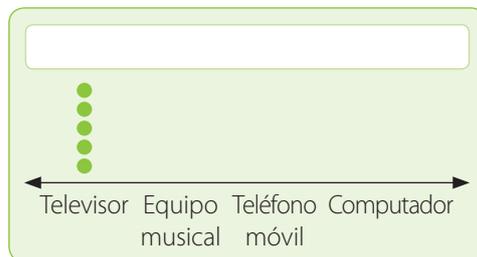
- ¿A cuántas personas se encuestó?

Mujeres → Hombres →

- ¿Hubo más mujeres o más hombres que adquirieron un computador recientemente?

- Completa los siguientes diagramas en los que cada ● representa la respuesta de una persona. Escribe un título para cada diagrama.

? ¿Cuál podrías decir que es el artículo preferido en el caso de hombres y en el de mujeres? Comenta con tus compañeros y compañeras.



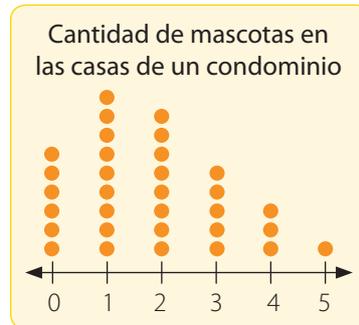
Para organizar la información de manera ordenada puedes usar diagramas como los que completaste, llamados diagramas de puntos. Ahora aprenderás a construirlos y a comparar distribuciones de distintos grupos de datos. Recuerda **argumentar** tus opiniones y escuchar la de tus compañeros y compañeras.

Aprendo

Los datos provenientes de diferentes muestras aleatorias los puedes registrar en un **diagrama de puntos** para ordenar y resumir la información.

Ejemplo 1

En el siguiente diagrama se muestran los datos correspondientes a la cantidad de mascotas que hay en algunas de las casas de un condominio. ¿Cuántas casas se consideraron? ¿En cuántas de las casas no hay mascotas?



¿Cómo lo hago?

- Suma los puntos que corresponden a cada dato.

$$6 + 9 + 8 + 5 + 3 + 1 = 32 \longrightarrow \text{Se consideraron 32 casas del condominio.}$$

- Cuenta los puntos que corresponden a 0 mascotas.

En el diagrama puedes observar que hay 6 puntos que corresponden a 0 mascotas, por lo que en 6 casas no hay mascotas.

Ejemplo 2

Los siguientes datos corresponden a la cantidad de personas que hay por mesa en un restaurante durante el almuerzo y la cena. Construye un diagrama de puntos que represente cada distribución de datos y compáralos.

Asistentes por mesa en el almuerzo	Asistentes por mesa en la cena
2 - 1 - 4 - 3 - 1 - 4 - 4 - 2 - 4 - 1 - 1 - 5	1 - 3 - 4 - 4 - 4 - 4 - 3 - 2 - 3 - 2 - 2 - 4
2 - 3 - 2 - 2 - 1 - 1 - 3 - 3 - 2 - 2 - 3 - 5	4 - 3 - 3 - 2 - 4 - 4 - 5 - 3 - 5 - 3 - 5 - 5

¿Cómo lo hago?

- Construye los diagramas considerando tantos ● como datos por categoría.



- A la hora de almuerzo la cantidad de personas por mesa es menor que en la cena y hay más personas que van solas.

Atención

En un **diagrama de puntos**, cada ● corresponde a la cantidad de veces que se repite cada dato.

Habilidad

Cuando extraes información y la representas en diagramas, estás desarrollando la habilidad de **representar**.

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Construye un diagrama de puntos que represente la información entregada en cada caso.

a. Edad de los invitados a un cumpleaños.

12 - 13 - 14 - 11 - 10 - 12 - 10 - 13 - 14 - 13 - 10 - 9 - 12 - 13 - 12 - 11 - 14 - 10 - 10

b. Ventas de electrodomésticos en una tienda.

2 lavadoras, 5 televisores, 4 refrigeradores, 2 juguetas y 3 planchas.

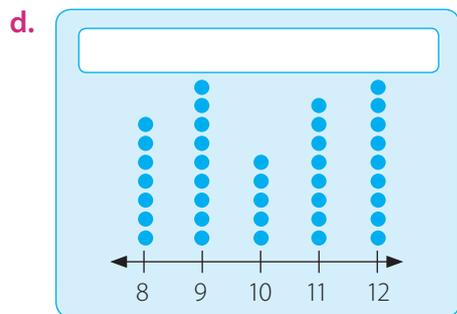
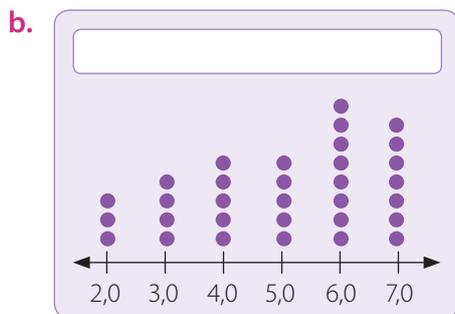
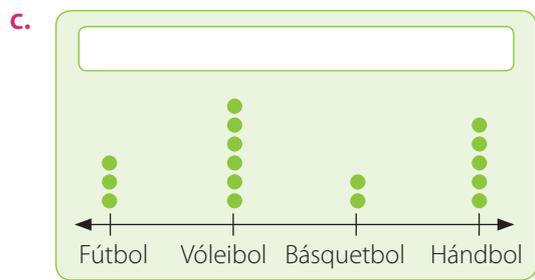
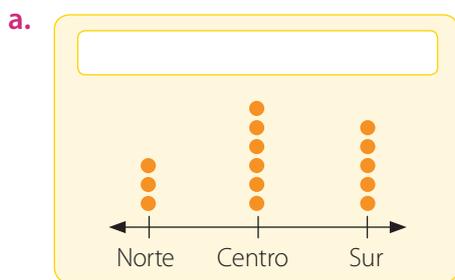
c. Monedas que tiene Gonzalo.



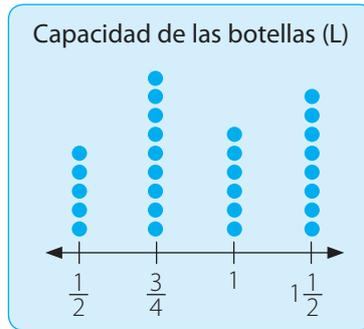
d. Días preferidos para ir al cine de un grupo de clientes.

Días preferidos para asistir al cine							
Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
Frecuencia	5	4	6	5	12	14	15

2. **Crea** una situación que se relacione con los siguientes diagramas y escribe un título en cada caso.

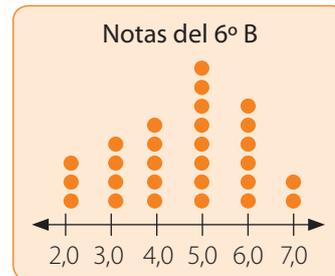
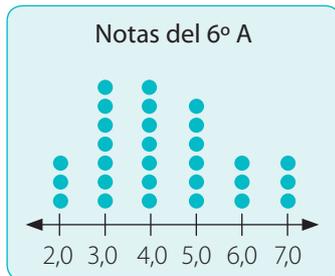


3. Analiza el diagrama que representa la capacidad de las botellas de jugo que quedan en un almacén. Luego, identifica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica en cada caso.



- Hay más cantidad de bebidas que tienen capacidad de $1\frac{1}{2}$ L.
 - Hay dos botellas más de 1 L que de $\frac{1}{2}$ L.
 - Si se venden cuatro botellas de $\frac{3}{4}$ L, la cantidad de botellas que quedan es igual que las de $\frac{1}{2}$ L.
 - En el almacén hay $29\frac{1}{4}$ L de jugo.
4. Analiza la siguiente situación y luego responde.

Los siguientes diagramas representan las calificaciones obtenidas por los estudiantes de dos sextos básicos.



- ¿Cuántos estudiantes tiene cada curso? ¿En cuál de ellos hay más estudiantes?
- ¿Qué curso tuvo mejores calificaciones? Argumenta tu respuesta y explica tus procedimientos.

Reflexiono

- Explica cómo construir un diagrama de puntos.

- ¿Cómo puedes utilizar diagramas de puntos para comparar los datos de dos grupos? Comenta con tus compañeros y compañeras.

- ¿Qué dificultades tuviste al argumentar tus respuestas?



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 96 a la 101.

Diagrama de tallo y hojas

Exploro

Actividad

La revista es un medio de comunicación escrito en el que se tratan variados temas y que va dirigido a distintos tipos de público.

Puedes usar medios como este para presentar distinta información.

Motívate a participar en diferentes actividades para fomentar tu creatividad.

Fuente: Educarchile. Disponible en <http://www.educarchile.cl>

En el colegio de Pamela escriben mensualmente y regalan a los estudiantes de 6° básico una revista con información académica y de las actividades a realizar.



Construye un diagrama de tallo y hojas para representar los datos de cada curso. Para ello, puedes realizar lo siguiente:

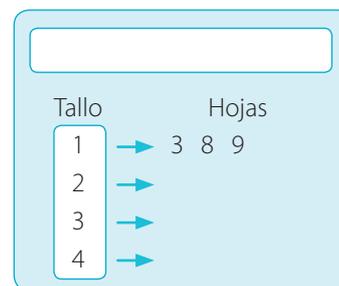
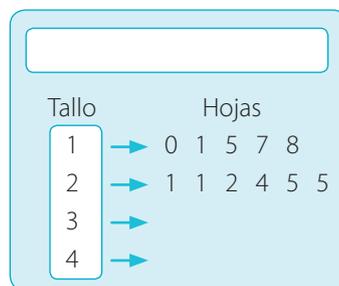
- Ordena los datos de cada curso de forma creciente.

6° A → _____

6° B → _____

- Determina las cifras que contendrá el tallo de los diagramas.

- Escribe el título y construye cada diagrama. Guíate por el ejemplo.



?

Si el puntaje máximo de la evaluación son 40 puntos, ¿cuántos estudiantes obtuvieron una nota deficiente? Explica cómo lo calculaste. Luego, compara tu procedimiento con el de tus compañeros y compañeras y evalúa las estrategias utilizadas.

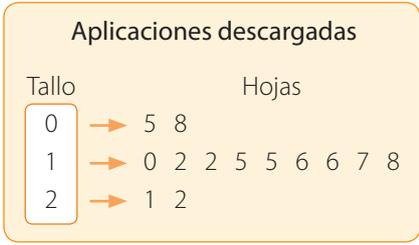
En cursos anteriores representaste datos en diagramas de tallo y hojas. Ahora verás que también los puedes utilizar para comparar grupos de datos. Cuando argumentes tus respuestas **expresa tus ideas de forma respetuosa.**

Aprendo

Un **diagrama de tallo y hojas** es una representación de datos numéricos en el que, por lo general, las hojas contienen las cifras de las unidades, mientras que el tallo, las restantes.

Ejemplo 1

En el diagrama se muestra la cantidad de aplicaciones descargadas en los teléfonos móviles de un grupo de personas. Determina el dato menor y el mayor e interpreta estos valores.



¿Cómo lo hago?

- 1 El dato menor corresponde a 5 y el mayor a 22.
- 2 La menor cantidad de aplicaciones descargadas es 5 y la mayor cantidad, 22 descargas.

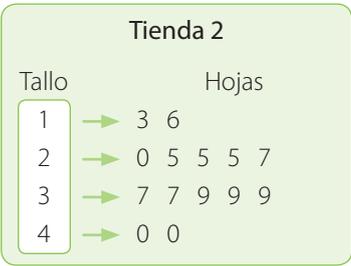
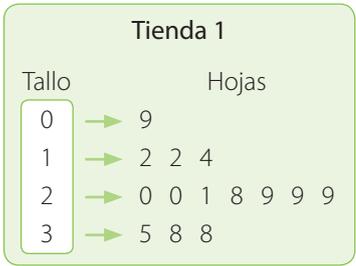
Ejemplo 2

Los siguientes datos corresponden a la cantidad de artículos vendidos durante 14 días en dos tiendas. Construye un diagrama de tallo y hojas para cada tienda y compáralos.

Tienda 1	21 - 12 - 28 - 9 - 38 - 20 - 12 - 20 - 38 - 14 - 29 - 29 - 35 - 29
Tienda 2	39 - 16 - 40 - 37 - 20 - 39 - 25 - 13 - 25 - 27 - 25 - 37 - 40 - 39

¿Cómo lo hago?

- 1 Ordena los datos y construye los diagramas.



- 2 Al comparar los diagramas, puedes observar que en la tienda 1 lo menos que se vendió fueron 9 artículos y en la tienda 2, 13 artículos.

También puedes calcular el total de artículos vendidos sumando las ventas de los 14 días, con lo que obtienes que en la tienda 1 se vendieron 334 artículos y en la tienda 2, 422.

? Calcula las ventas promedio de cada una de las tiendas y compáralas. ¿Cuál obtuvo el mejor promedio?

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Construye un diagrama de tallo y hojas para cada uno de los siguientes conjuntos de datos.

a. Cantidad de partidos ganados por los integrantes de un club de tenis de mesa.

12 - 23 - 28 - 31 - 40 - 18 - 17 - 43 - 32 - 15 - 44 - 22 - 34 - 32 - 12 - 33 - 14 - 12 - 30

b. Cantidad de teléfonos móviles vendidos en una sucursal durante una semana.

160 - 165 - 170 - 178 - 184 - 190 - 195 - 167 - 178 - 165 - 193 - 200 - 187 - 175 - 158

c. Kilogramos de papel recolectados por cada uno de los integrantes de un grupo ecologista.

34 - 45 - 33 - 56 - 34 - 27 - 45 - 24 - 76 - 45 - 58 - 67 - 54 - 39 - 40 - 33 - 48 - 62

2. Valeria y Gastón decidieron vender revistas a sus amigos y amigas. En la siguiente tabla se muestra la cantidad de revistas vendidas por cada uno durante 12 días.

Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Valeria	20	15	23	30	31	28	12	16	23	13	16	15
Gastón	12	10	30	21	28	24	14	16	17	33	12	19

a. Construye un diagrama de tallo y hojas que represente las revistas vendidas por cada uno.

b. Compara los diagramas y escribe tres conclusiones.

3. Lee y analiza la siguiente información. Luego, responde.

Pedro arrienda equipos de ski y para prestar un buen servicio contratará personal de acuerdo a la cantidad de clientes. En el diagrama se muestra la cantidad de arriendos diarios de la temporada pasada.

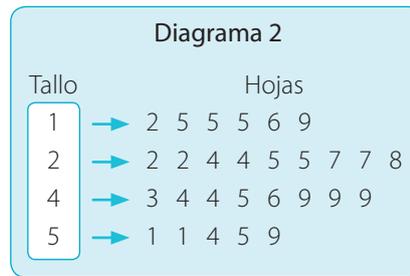
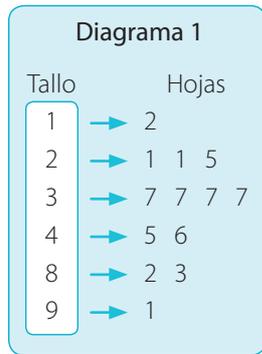
a. ¿Cuántos equipos de ski arrendó en total a los clientes?

b. Pedro calculó que por cada 30 arriendos diarios necesita 2 trabajadores. ¿Cuántas personas deberá contratar?

Comenta con tus compañeros y compañeras y escriban sus conclusiones.



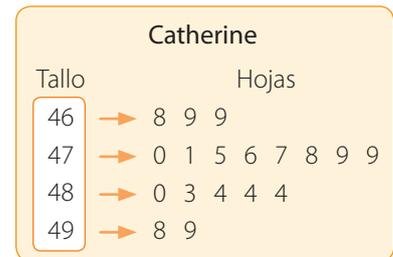
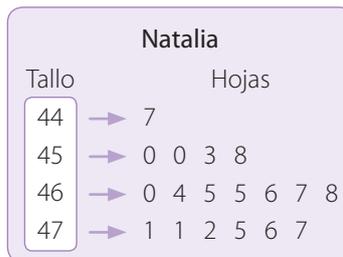
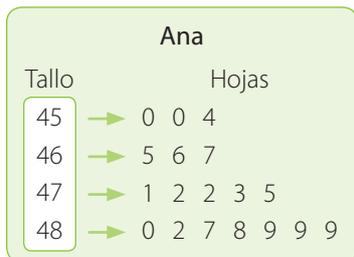
4. Observa los siguientes diagramas de tallo y hojas y luego responde.



- ¿Entre qué valores se encuentran los datos registrados en el diagrama 1? ¿Entre cuáles se encuentran los del diagrama 2?
- ¿En cuál diagrama se muestra una mayor variación de los datos? ¿En cuál se encuentran los valores más altos?
- ¿Cuál es el dato que más se repite en el diagrama 1? ¿Y en el diagrama 2?

5. Analiza la situación y luego responde.

Ana, Natalia y Catherine practican salto largo y para llevar un registro representan sus resultados en los siguientes diagramas, en los que anotan los centímetros alcanzados en cada salto.



- ¿Cuál de ellas ha logrado saltos más largos?
- Si el entrenador debe elegir a la niña con mejores resultados, ¿a quién le recomendarías? Justifica.

Reflexiono

- Explica qué representa el tallo y las hojas en un diagrama de tallo y hojas.

- ¿En qué te fijaste para comparar las distribuciones de dos grupos de datos?

- Da un ejemplo de cómo puedes expresar tus ideas de forma respetuosa.



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 102 a la 107.

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.

Mantener una dieta balanceada y realizar actividad física es muy importante para tu salud. Puedes realizar ejercicios como caminar, correr o andar en bicicleta, ajustando el nivel de actividad de acuerdo a tus características.

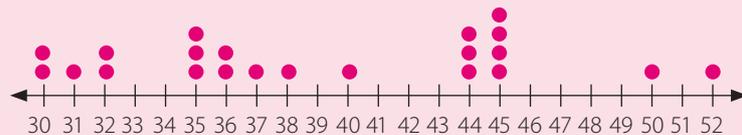
Camila y Patricio están desarrollando un estudio relacionado con la vida sana en los jóvenes. Para ello, representaron en los siguientes diagramas la masa corporal de los estudiantes de dos sextos básicos.

Masa corporal (kg) estudiantes 6°A

Tallo	Hojas
3	0 1 4 6 6 6 8 9 9
4	0 0 3 3 4 7 7 8
5	0 1 1 2 2



Masa corporal (kg) estudiantes 6° B



- ¿Cuál de los dos diagramas es más apropiado para representar la información? Justifica. (2 puntos)
- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera? Marca **X** o **✓** según corresponda. (1 punto cada una)
 - La mayor cantidad de estudiantes del 6° B tiene una masa corporal superior a 41 kg.
 - Las masas de los estudiantes del 6° A tienden a concentrarse en los valores más bajos.
 - Seis estudiantes del 6° A tienen una masa corporal mayor a 40 kg.
- Representa los datos del 6° B en un diagrama de tallo y hojas. (2 puntos)
- Construye un diagrama de puntos para representar los datos correspondientes al 6° A. (2 puntos)
- ¿Cuál es el dato menor y el dato mayor en cada curso? Interpreta esos valores. (2 puntos)
- ¿Cuántos estudiantes hay en cada curso? (2 puntos)

7. **Crea** un problema que se relacione con la situación inicial y que se pueda responder usando los diagramas. Luego, resuélvelo. (2 puntos)

Problema:

Respuesta:

 Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1, 2	<ul style="list-style-type: none"> Interpretar información en diagramas de puntos y de tallo y hojas. 		Logrado: 9 puntos o más.
3, 4	<ul style="list-style-type: none"> Representar información en diagramas de puntos y de tallo y hojas. 		Medianamente logrado: 7 a 8 puntos.
5, 6 y 7	<ul style="list-style-type: none"> Construir diagramas de puntos y de tallo y hojas para comparar distribuciones de datos. 		Por lograr: 6 puntos o menos.
Total →		<input type="text"/>	

¡Muy bien! Ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 1.
Ahora, analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad.

Reflexiono

- Lo que planteaste para lograr tu meta en la página 217, ¿te ha dado resultado?

- ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste al inicio del tema (página 221)? ¿Cuáles otras usaste?

- ¿Qué te propones mejorar para cumplir tu meta?

- ¿Qué podrías mejorar en las siguientes clases? Remarca el o los recuadros.

Ser ordenado u ordenada.

Esforzarme en aprender.

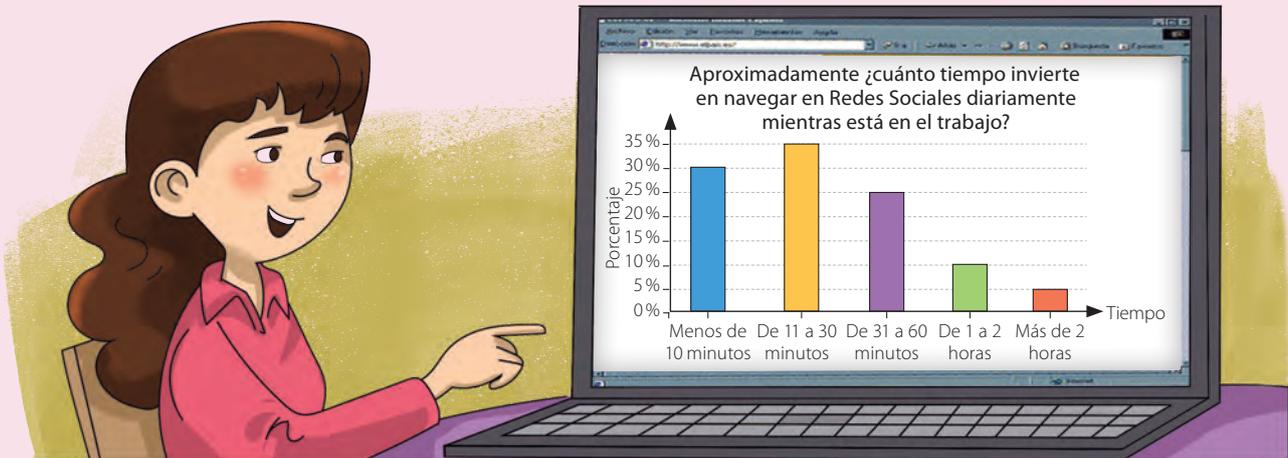
Ser perseverante.

Gráficos de barras dobles y circulares

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 2.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.



1. Completa con los siguientes términos.

barras simples

gráficos

frecuencia

cualitativas

Los _____ te permiten organizar la información para que luego puedas interpretarla. Un gráfico de _____ representa una categoría de datos, tanto de variables _____ como cuantitativas. En el gráfico de la imagen, para conocer el total de personas encuestadas, observas la altura de cada barra que se relaciona con la _____, y luego sumas esos valores.

2. ¿Cuáles son las variables representadas en el gráfico?

3. ¿Cuánto tiempo invierte la mayoría de las personas encuestadas en navegar en redes sociales?

4. ¿Qué porcentaje de personas navegan 1 hora o más? ¿Cómo lo calculaste?

Diseño mi estrategia

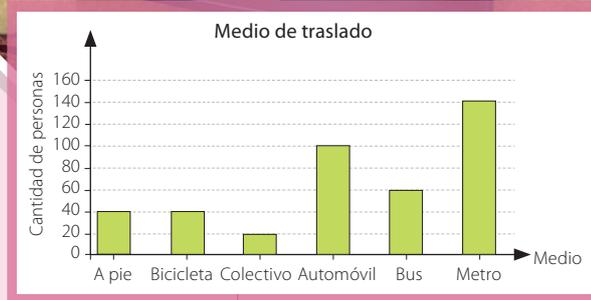
Observa la imagen y desarrolla las actividades.

1. ¿Cuántas personas no utilizan automóvil?

2. ¿Qué porcentaje del total representa la cantidad de personas que se trasladan en metro?

3. Los siguientes datos corresponden a los resultados de la encuesta clasificados entre hombres y mujeres. Explica el procedimiento que seguirías para representar los datos en un gráfico.

Medio	A pie	Bicicleta	Colectivo	Automóvil	Bus	Metro
Hombres	18	20	9	55	27	80
Mujeres	22	20	11	45	33	60



El gráfico representa la información recopilada después de encuestar a un grupo de personas respecto del medio que utilizan para trasladarse a su trabajo. Cada encuestado pudo seleccionar solo una alternativa.

Reflexiono

- ¿Qué recordabas acerca de los gráficos de barras simples?

- ¿Cuál fue tu mayor dificultad al desarrollar las actividades?

- Escribe tu **estrategia** para leer e interpretar la información presentada en un gráfico.

En este tema leerás e interpretarás información en gráficos de barras dobles y gráficos circulares para que puedas responder preguntas y resolver distintos problemas.

Gráfico de barras dobles

Exploro

Actitud

Las tecnologías de información y comunicación (TIC) te proveen de herramientas que permiten desarrollarte en el mundo digital.

Utiliza de manera responsable estas tecnologías y evalúa la calidad de la información de las fuentes virtuales que utilices.

Bárbara está recopilando datos de distintos estudios en Internet para un trabajo del colegio. En una página de estadísticas encuentra la siguiente información acerca del uso de los medios de comunicación de un grupo de personas según su edad.



- ¿Por qué crees que aparecen dos barras para cada categoría?

- ¿Cuál es la cantidad de personas que utiliza con mayor frecuencia la radio?

Menos de 35 años. → 35 años o más. → Total de personas. →

- ¿Cuántas personas se consideraron en el estudio? ¿Cómo lo calculaste?

- ¿En qué categoría la diferencia entre la cantidad de personas menores que 35 años y las que tienen 35 años o más es mayor?

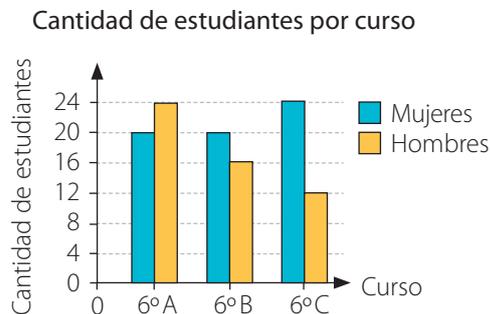
¿Recordabas los gráficos de barras simples? Ahora aprenderás a leer gráficos que muestran dos tipos de información, llamados gráficos de barras dobles. Podrás interpretar los datos, resolver problemas registrando la información de **forma ordenada** y comunicar tus conclusiones.

Aprendo

Los **gráficos de barras dobles** representan dos grupos de frecuencias para cada valor o categoría de la variable. Para interpretarlos, observas las barras asociadas a cada categoría cuya altura es proporcional a la frecuencia que representan y luego las comparas según corresponda.

Ejemplo 1

En el gráfico se muestra la cantidad de estudiantes, entre hombres y mujeres, que conforman los sextos básicos de un colegio.



- ¿Qué variables representan el eje horizontal y el vertical del gráfico?
- ¿En qué curso la diferencia entre la cantidad de hombres y mujeres es mayor?
- Entre los tres cursos, ¿hay más hombres o mujeres?

¿Cómo lo hago?

- 1 Lee el título y observa los ejes.

La variable representada en el eje horizontal corresponde al curso, y la del eje vertical a la cantidad de estudiantes.

- 2 Observa las barras correspondientes a cada curso e identifica aquellas que tengan la mayor diferencia de altura.

En el 6º C hay la mayor diferencia entre hombres y mujeres. Para comprobar, puedes determinar la cantidad de hombres y mujeres por curso y luego calcular la diferencia, respectivamente.

$$\begin{array}{ll}
 6^\circ \text{ A} \rightarrow 20 \text{ mujeres y } 24 \text{ hombres.} & 24 - 20 = 4 \\
 6^\circ \text{ B} \rightarrow 20 \text{ mujeres y } 16 \text{ hombres.} & 20 - 16 = 4 \\
 6^\circ \text{ C} \rightarrow 24 \text{ mujeres y } 12 \text{ hombres.} & 24 - 12 = 12
 \end{array}$$

- 3 Suma la cantidad de hombres y mujeres de cada curso.

$$\begin{array}{l}
 \text{Mujeres} \rightarrow 20 + 20 + 24 = 64 \\
 \text{Hombres} \rightarrow 24 + 16 + 12 = 52
 \end{array}$$

Luego, hay más mujeres que hombres en los sextos básicos.



Busca un gráfico de barras dobles en un diario o una revista y crea 2 preguntas relacionadas con la información.



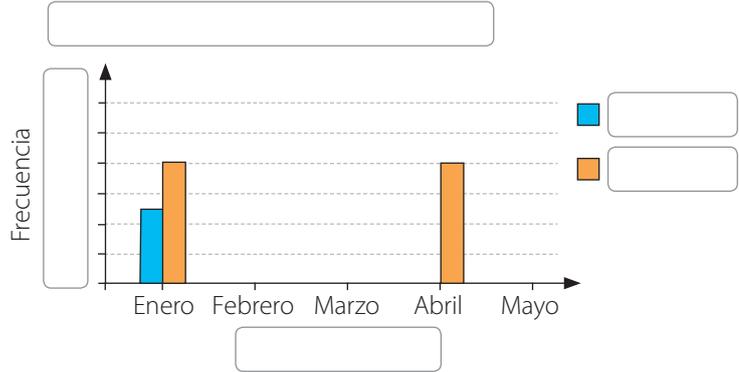
En un gráfico de barras, ¿se pueden comparar más de dos grupos de frecuencias para cada categoría? Da un ejemplo.

Practico

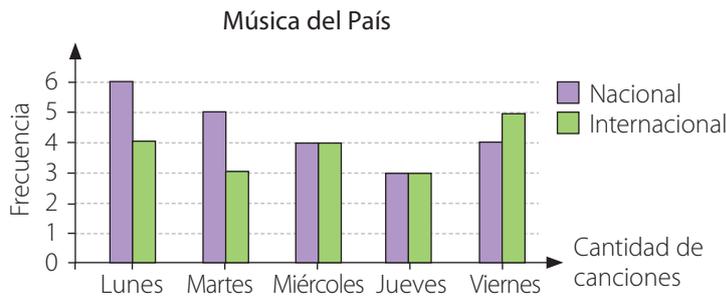
Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Completa el gráfico según los datos presentados en la siguiente tabla.

Ventas en una inmobiliaria		
Mes	Casas	Departamentos
Enero	5	8
Febrero	11	9
Marzo	4	3
Abril	6	8
Mayo	5	10



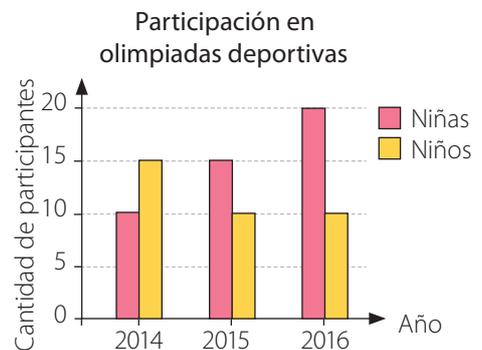
2. A continuación se presenta la cantidad de canciones nacionales e internacionales que se emitió en un programa de una estación de radio de lunes a viernes.



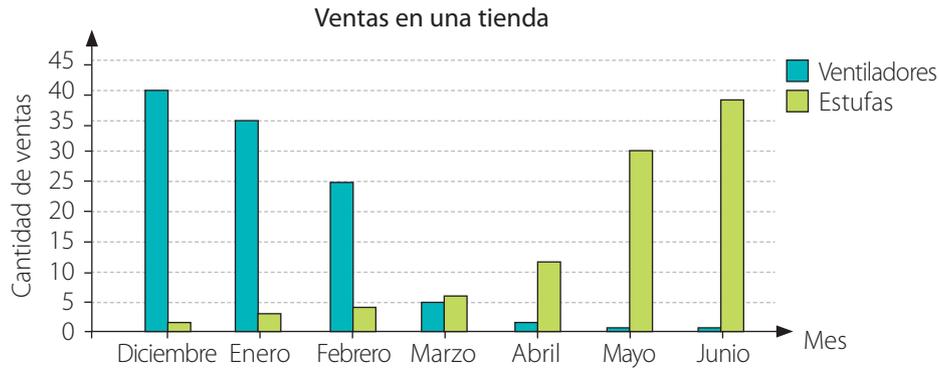
- Identifica el o los errores del gráfico. Luego, enciérralos y corrígelos.
- ¿Cuántas canciones se emiten cada día?
- ¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de canciones nacionales e internacionales emitidas durante los 5 días?

3. Observa el siguiente gráfico en el que se muestra la cantidad de estudiantes que asistieron a las olimpiadas deportivas según cada año. Luego, analiza si cada afirmación es verdadera o falsa. Justifica en cada caso.

- La cantidad de niños que participaron aumentó desde el año 2014 al 2016.
- La cantidad de niñas que participaron se incrementó en 5 cada año.
- La cantidad de niñas que participaron el 2014 fue menor que la cantidad de niños en el 2015.

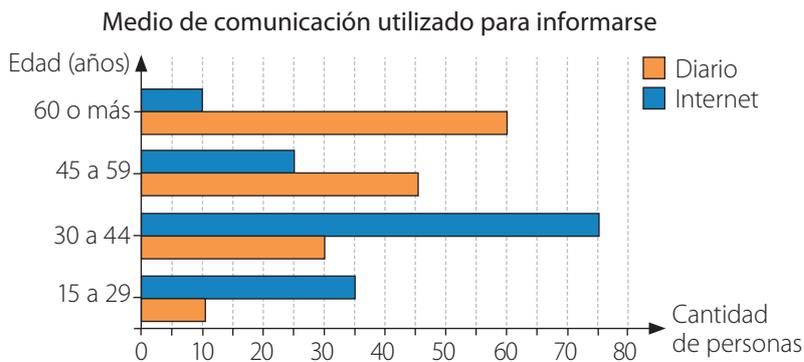


4. En el siguiente gráfico se muestra la cantidad de ventiladores y estufas que se vendieron en una tienda de diciembre a junio.



- ¿Qué observas en relación al comportamiento de ventas de las estufas?
- ¿Tiene sentido que la venta de estufas vaya en aumento? Justifica.
- ¿Qué ocurre con la venta de ventiladores a medida que pasan los meses?

5. Analiza la información representada en el siguiente gráfico. Luego, reúnete con un compañero o una compañera y realicen las actividades.

**Atención**

En un gráfico, las barras pueden disponerse de forma horizontal o vertical.

- Crea** un contexto que se relacione con la información representada en el gráfico y escríbelo. Luego, compáralo con el de tu compañero o compañera y elijan uno.
- Escribe una pregunta relacionada con la información. Intercámbiala y respóndela.
- Escribe 2 conclusiones a partir de los datos representados en el gráfico. Luego, evalúa las conclusiones que escribió tu compañero o compañera.

Reflexiono

- Explica qué indican las variables en el eje horizontal y en el vertical de un gráfico.
-
- ¿Crees que fuiste ordenado al desarrollar las actividades? ¿Por qué?
-



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 108 a la 111.

Gráfico circular

Exploro

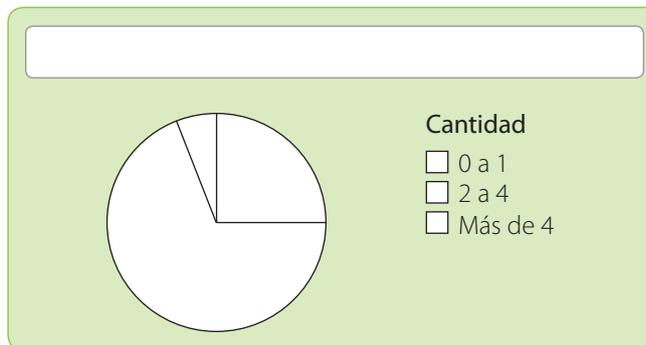
Visita la Web

Para realizar más actividades utilizando gráficos, visita el siguiente sitio web: <http://recursostic.educacion.es/multidisciplinar/itfor/web/content/ylaestad%C3%ADstica%C2%BFqu%C3%A9es>



- ¿Qué porcentaje de las personas ha tenido más de 4 teléfonos móviles?

- Pinta el círculo considerando la parte que representa cada categoría y escribe el título según la información de la encuesta.



¿Qué porcentaje representa el círculo completo?

- ¿Cómo puedes calcular la cantidad de personas que han tenido de 2 a 4 teléfonos móviles? Explica.

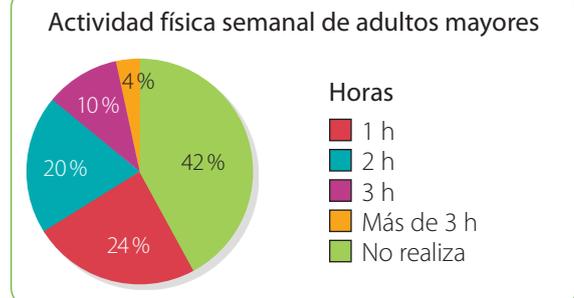
Anteriormente desarrollaste actividades relacionadas con porcentajes. Ahora aprenderás a interpretar gráficos circulares que se utilizan para mostrar el porcentaje que representan distintas partes de un total. **Esfuérzate** al desarrollar las actividades.

Aprendo

En un **gráfico circular**, cada sector circular representa la frecuencia, generalmente expresada como porcentaje, de una variable respecto de un todo. El sector circular con mayor área representa el dato con más preferencias.

Ejemplo 1

En el siguiente gráfico se representó la cantidad de horas semanales que un grupo de 100 adultos mayores realiza actividad física. ¿Qué porcentaje de ellos realiza actividad 2 h o 3 h semanalmente? ¿A cuántas personas equivale ese porcentaje?



- 1 Identifica los porcentajes que corresponden a las categorías indicadas y súmalos.

$$2 \text{ h} \rightarrow 20\% \quad 3 \text{ h} \rightarrow 10\% \quad 20 + 10 = 30 \rightarrow 30\%$$

El 30% de los adultos mayores realizan actividad física 2 h o 3 h semanalmente.

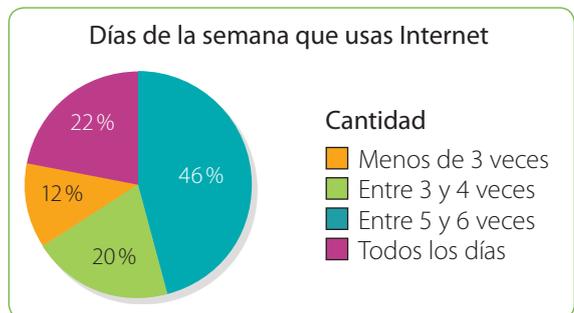
- 2 Representa el 30% como una fracción o como un número decimal y multiplícalo por 100, que es el total de adultos mayores.

$$30\% \rightarrow \frac{30}{100} \cdot 100 = 0,3 \cdot 100 = 30$$

Luego, el 30% de 100 es igual a 30, por lo que 30 adultos mayores realizan actividad física 2 h o 3 h semanalmente.

Ejemplo 2

Se realizó una encuesta a 50 estudiantes respecto de la cantidad de veces a la semana que utilizan Internet. Los datos obtenidos se muestran en el siguiente gráfico. ¿Cuántos estudiantes corresponden a cada categoría?



- 1 Identifica el porcentaje del total que corresponde a cada categoría.

El 12% del total de estudiantes usa Internet menos de 3 veces a la semana, el 20%, entre 3 y 4 veces, el 46%, entre 5 y 6 veces y el 22% usa Internet todos los días.

- 2 Calcula el valor que corresponde a cada porcentaje.

$$12\% \rightarrow \frac{12}{100} \cdot 50 = 0,12 \cdot 50 = 6 \quad 46\% \rightarrow \frac{46}{100} \cdot 50 = 0,46 \cdot 50 = 23$$

$$20\% \rightarrow \frac{20}{100} \cdot 50 = 0,2 \cdot 50 = 10 \quad 22\% \rightarrow \frac{22}{100} \cdot 50 = 0,22 \cdot 50 = 11$$

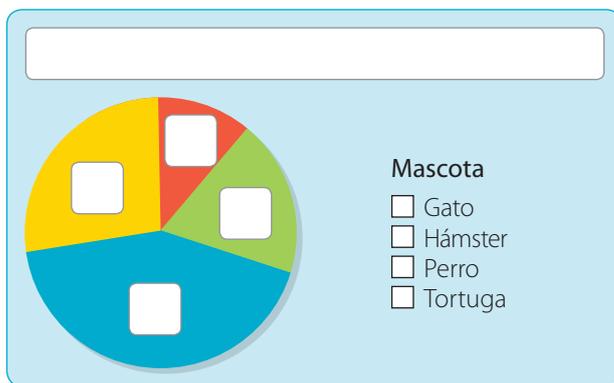
Luego, 6 estudiantes usan Internet menos de 3 veces a la semana, 10, entre 3 y 4 veces, 23, entre 5 y 6 veces y 11 estudiantes usan Internet todos los días.

Practico

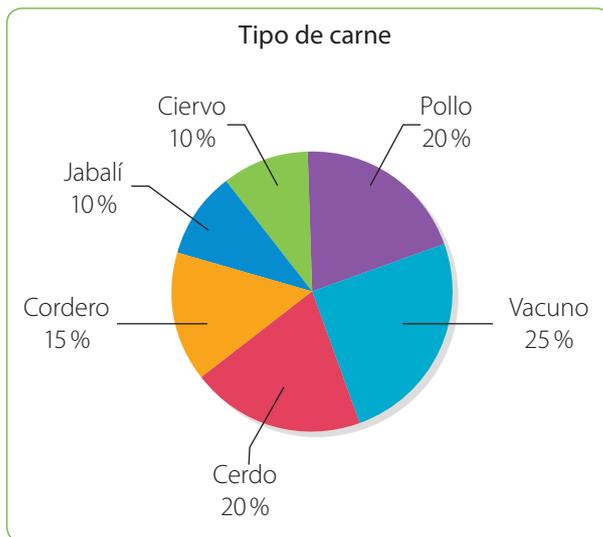
Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Analiza la siguiente información y luego completa el gráfico circular.

Se les preguntó a un grupo de personas por su mascota preferida entre cuatro opciones. La opción con menor preferencias fue la tortuga con 12% y la más preferida, el perro, con un 40%. Además, hubo más personas que eligieron al gato que al hámster y la diferencia es de un 10%.



2. En el siguiente gráfico se representa la cantidad de carne utilizada para los distintos menús en un restaurante.

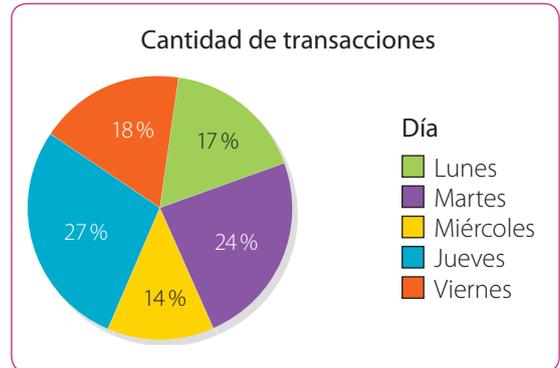


- ¿Cuál es el tipo de carne más utilizada?
- ¿Hay carnes que se utilicen en la misma cantidad? De ser así, ¿cuáles son?
- ¿Es correcto decir que entre los platos del menú que se preparan con ciervo o jabalí igualan la cantidad de platos que se preparan con cerdo? Justifica tu respuesta.

3. Identifica y marca el o los errores que presenta el gráfico. Luego, corrégelos y responde las preguntas.

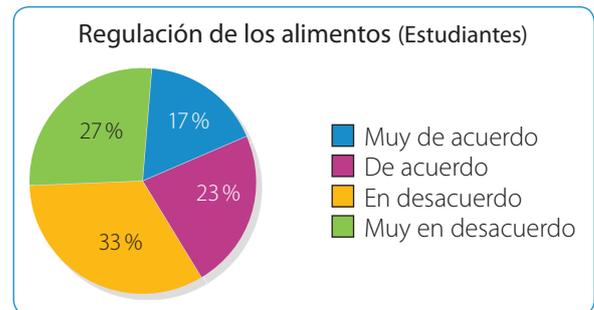
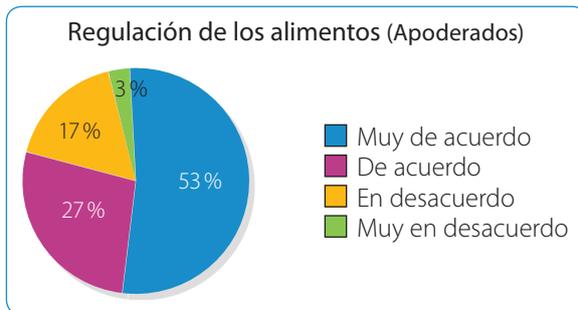
Para distribuir los turnos en un banco se realiza un estudio sobre el flujo de clientes por día.

Clientes diarios en un banco	
Día	Cantidad de clientes
Lunes	240
Martes	170
Miércoles	140
Jueves	180
Viernes	270



- ¿Qué día de la semana necesitan más personal para atender al público? Justifica.
- ¿Cuántas personas se consideraron en el estudio?

4. Se realiza una encuesta para conocer la opinión sobre la regulación de los alimentos que se venden en los kioscos de un colegio.



- ¿Qué puedes concluir respecto de las respuestas de los apoderados?
- ¿Qué diferencias observas entre la opinión de los apoderados y la de los estudiantes?

Reflexiono

- Explica cómo determinar la cantidad que representa un porcentaje de un total.

- Crea** una situación que se pueda relacionar con un gráfico circular.

- ¿Reconociste tus errores? Recuerda que es importante que desarrolles tu capacidad de autocrítica y superación.



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 112 a la 119.

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.

En el país, el uso de los automóviles, los procesos productivos de las industrias, la utilización de leña como medio de calefacción y la mala ventilación, provocan en invierno una gran contaminación del aire, lo que genera un incremento importante de casos de personas con enfermedades respiratorias.

En un diario se incluye una noticia en la que se presenta el siguiente gráfico.

Fuente: Sociedad Chilena de Enfermedades Respiratorias.
Disponible en <http://www.scielo.cl/>



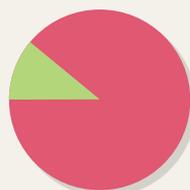
1. ¿Cuál es la información que se presenta en el gráfico? (1 punto)
2. ¿En qué categoría la opinión de las personas respecto de la aprobación o rechazo es más similar? ¿Cómo los supiste? (2 puntos)
3. ¿En qué categoría la diferencia de opinión es mayor? Explica tu procedimiento. (2 puntos)
4. Si cada persona respondió solo una opción, ¿a cuántas se encuestó? (1 punto)
5. Encierra el gráfico circular que mejor representa los datos correspondientes a la opinión de las personas respecto de la restricción vehicular. (2 puntos)



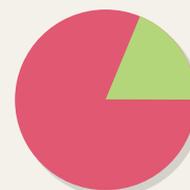
Aprueba
Rechaza



Aprueba
Rechaza



Aprueba
Rechaza



Aprueba
Rechaza

6. A partir del gráfico de la pregunta 5, ¿qué porcentaje corresponde a cada sector, aproximadamente? (2 puntos)
7. ¿Cómo puedes representar en uno o más gráficos circulares la información del gráfico? (3 puntos)
8. ¿Qué porcentaje de personas respecto del total aprueba la restricción vehicular, aproximadamente? (2 puntos)
9. **Crea** dos preguntas que se puedan responder con la información presentada en el gráfico. Luego, respóndelas. (2 puntos)

 **Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.**

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1, 2, 3, 4 y 9	<ul style="list-style-type: none"> Analizar e interpretar gráficos de barras dobles y comunicar conclusiones. 		Logrado: 10 puntos o más. Medianamente logrado: 8 a 9 puntos. Por lograr: 7 puntos o menos.
5, 6, 7 y 8	<ul style="list-style-type: none"> Analizar e interpretar gráficos circulares y comunicar conclusiones. 		
Total →		<input type="text"/>	

¡Excelente! Ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 2. Ahora, analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad.

Reflexiono

- ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste al inicio del tema (página 233)? ¿Cuáles otras usaste?

- Lo que te planteaste mejorar en la página 231 del Tema 1 para cumplir tu meta, ¿lo hiciste? ¿Te funcionó?

- Observa la siguiente situación y luego responde.

Yo me esforcé al realizar las actividades de la unidad.



Y yo reconocí mis errores y los corregí.



¿Qué aspectos desarrollaste tú?

Tendencia de resultados

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 3.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.



1. Completa con los siguientes términos.

sector 1

imposible

experimento aleatorio

seguro

Se quiere elegir una persona para representar a los voluntarios, la que se seleccionará al azar. Como no se puede predecir el resultado, la elección corresponde a un _____. Además, si observas el sector al que pertenece la persona, es _____ que será de los sectores 1, 2, 3 o 4, _____ que sea del sector 5 y es posible que sea del sector 2, pero hay una mayor posibilidad de que sea del _____.

2. Respecto de los datos del gráfico clasifica los siguientes eventos en seguro, posible o imposible. Considera que las elecciones son al azar.

- Elegir un voluntario del sector 2. → _____
- Elegir 20 voluntarios y que todos sean del sector 4. → _____
- Elegir dos voluntarios, uno que sea del sector 1 y el otro del sector 3. → _____
- Elegir un voluntario de alguno de los sectores. → _____

3. Si se elige al azar un voluntario, ¿es menos posible que sea del sector 3 o del sector 4? Justifica.

Diseño mi estrategia

Observa la imagen y desarrolla las actividades.

- Si  elige una emisora radial al azar, ¿puede saber cuál sonará?

- Si  quiere programar 3 canciones para escuchar una seguida de la otra, ¿de cuántas maneras podría programarlas?

- ¿Es seguro que el negocio del que habla  se realice esta semana?

- En el trabajo de  realizaron una encuesta para saber cuántas personas disponen de Internet en su teléfono móvil y obtuvieron que de un total de 300 trabajadores, 228 cuentan con ese servicio. ¿Cuál es el cociente entre la cantidad de personas que tiene Internet en su teléfono móvil y el total de trabajadores? ¿Cómo interpretas ese valor?

Reflexiono

- ¿Qué contenidos usaste de años anteriores para desarrollar las actividades?

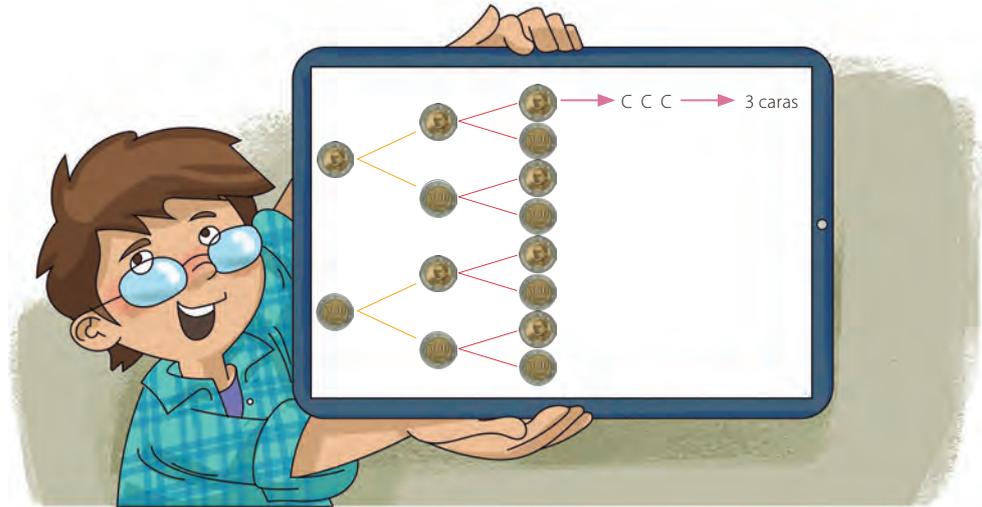
- Escribe tu **estrategia** para resolver problemas como el de la actividad 4.

En este tema realizarás distintos experimentos aleatorios y a partir de ellos podrás sacar conclusiones acerca de los resultados.

Experimentos aleatorios

Exploro

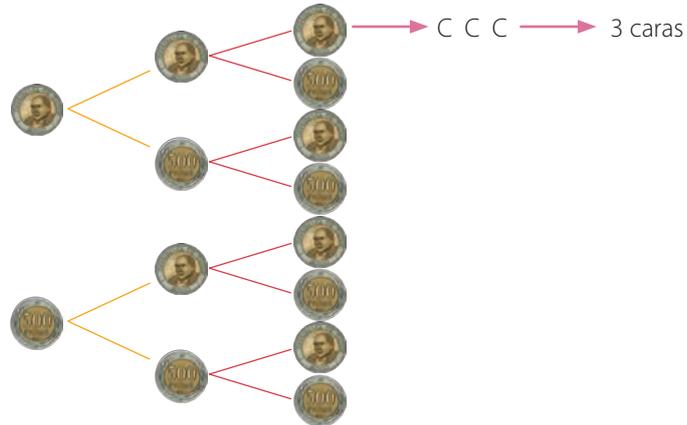
Mauricio juega en una red social y está en la tercera etapa. El juego consiste en completar con los resultados al lanzar una moneda cierta cantidad de veces, la que aumenta en cada etapa.



Atención

Un **diagrama de árbol** es una representación que muestra todos los resultados posibles para una serie de sucesos.

- Completa el diagrama del juego de Mauricio.



?

- ¿Hay más resultados con 2 sellos y 1 cara o con 1 sello y 2 caras?
- ¿Cuántos resultados posibles se obtendrán en la cuarta etapa del juego?

- ¿Cuántos resultados diferentes se pueden obtener?

Puedes usar un diagrama de árbol para visualizar los posibles resultados al lanzar una moneda. Este tipo de experimentos se denominan aleatorios, ya que no sabes el resultado que obtendrás. **Comunica** tus ideas y **escucha** la de tus compañeros y compañeras de manera respetuosa.

Aprendo

Un experimento es **aleatorio** si al realizarlo bajo las mismas condiciones no se tiene certeza de lo que ocurrirá. Por lo tanto, no se puede predecir su resultado.

Un experimento **no es aleatorio** si al ejecutarlo varias veces bajo las mismas condiciones se tiene certeza de lo que ocurrirá. Se denominan **determinísticos**.

Ejemplo 1

Se quiere observar el número que se obtiene al hacer girar una ruleta como la de la imagen, en la que cada sector tiene igual área. ¿Qué tipo de experimento es?

¿Cómo lo hago?

- 1 Reconoce el experimento que se realizará.

El experimento consiste en hacer girar la ruleta y observar el número del sector que marcará la flecha.

- 2 Identifica si los resultados del experimento los puedes predecir.

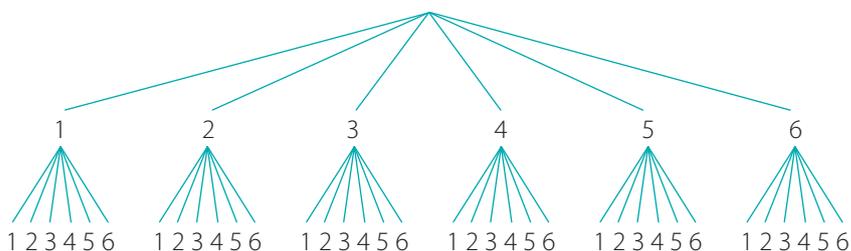
Los posibles resultados son: 5, 10, 15, 20, 25. Como no se tiene certeza del número que se obtendrá, el experimento es aleatorio.

Ejemplo 2

Se lanzan dos dados de seis caras y se observan los puntos obtenidos en las caras superiores. Escribe los resultados posibles.

¿Cómo lo hago?

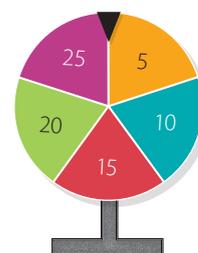
- 1 Puedes usar un diagrama de árbol para visualizar los resultados.



- 2 Escribe los casos posibles en el lanzamiento de los dos dados que se observan en el diagrama.

En total son 36 casos, los que corresponden a los siguientes:

(1, 1); (1, 2); (1, 3); (1, 4); (1, 5); (1, 6); (2, 1); (2, 2); (2, 3); (2, 4); (2, 5); (2, 6);
 (3, 1); (3, 2); (3, 3); (3, 4); (3, 5); (3, 6); (4, 1); (4, 2); (4, 3); (4, 4); (4, 5); (4, 6);
 (5, 1); (5, 2); (5, 3); (5, 4); (5, 5); (5, 6); (6, 1); (6, 2); (6, 3); (6, 4); (6, 5); (6, 6).



¿Cómo tendría que ser la ruleta para que el experimento no fuera aleatorio? Explica.

Habilidad

Cuando usas representaciones para comprender problemas e información matemática, estás desarrollando la habilidad de **representar**.

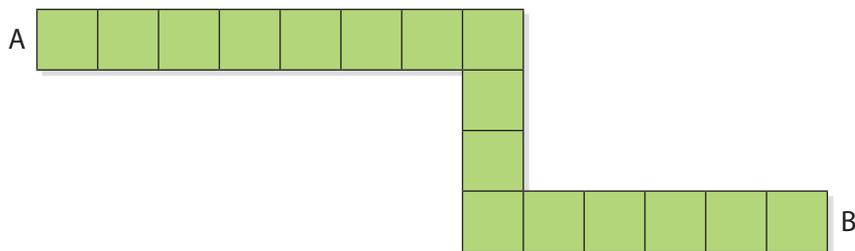
Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Identifica si los siguientes experimentos son aleatorios.
 - a. Lanzar dos monedas.
 - b. Extraer una bolita de una tómbola con bolitas de color rojo.
 - c. Lanzar un dardo a un blanco.
 - d. Poner a calentar agua y ver qué ocurre.
2. Representa en un diagrama de árbol los siguientes experimentos aleatorios.
 - a. Lanzar dos monedas.
 - b. Lanzar un dado y una moneda.
3. Calcula la cantidad de resultados posibles que tiene cada uno de los siguientes experimentos aleatorios.
 - a. Lanzamiento de cuatro monedas.
 - b. Elección al azar de una polera y un pantalón entre cuatro poleras y tres pantalones distintos.
 - c. Lanzamiento de dos monedas y un dado.

4.  Reúnete con un compañero o una compañera y analicen la siguiente situación. Luego, realicen las actividades.

Marcos y Erika juegan a lanzar dos monedas. Según los resultados avanzarán desde un punto a otro pasando por cada uno de los cuadrados. Marcos avanzará un cuadrado si obtiene un sello y una cara y Erika avanzará un cuadrado si obtiene 2 caras.



- a. Realicen el juego 5 veces. Sigán las reglas para Marcos y para Erika y registren los resultados.
 - b. ¿Quién de ustedes ganó más veces? ¿El ganador o ganadora siguió la regla para Marcos o para Erika?
 - c. ¿Es correcto decir que Marcos tiene más posibilidades de ganar el juego que Erika? Justifiquen.
5. Analiza el experimento aleatorio de lanzar dos dados y determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica en cada caso.
 - a. Que resulte como suma 3 puntos es menos posible a que resulte 6 puntos.
 - b. Son cinco los casos favorables de que la suma de sus puntajes sea cinco.
 - c. No hay casos favorables a obtener 1 como suma de los puntajes.
 - d. Hay doce casos posibles a que los puntajes de las caras superiores sean iguales.

6. Observa la siguiente situación. Luego, analiza si se cumple cada afirmación y de no hacerlo, corrígela.



- a. Es seguro que saca, como mínimo, \$ 20.
- b. Es posible que saque \$ 160.
- c. Puede sacar entre \$ 20 y \$ 200.
- d. Es posible que el monto de las 2 monedas sume exactamente \$ 150.
- e. Siempre la cantidad será menor que \$ 100.
- f. Si  debe pagar \$ 120, es seguro que con las 2 monedas que saque podrá pagar la deuda.
- g. Si  debe \$ 60, es seguro que con las 2 monedas que saque podrá pagar la deuda.
- h. Es posible que saque \$ 110.

Reflexiono

- Explica cómo construir un diagrama de árbol. ¿Para qué lo puedes usar?

- Da 2 ejemplos de experimentos aleatorios.

- Cuando trabajaste con tus compañeros y compañeras, ¿les comunicaste tus ideas de manera respetuosa? ¿Ellos actuaron de la misma forma contigo?



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 120 a la 124.

Frecuencia relativa asociada a un suceso

Exploro

Para promover un producto, una empresa dedicada a la publicidad lanza un concurso para los clientes.



Los productores construyeron una tabla con los resultados que han obtenido los participantes hasta ahora.

Resultado	Gracias por participar	Inténtalo nuevamente	Regalo sorpresa	1 producto gratis	¡GANASTE!
Frecuencia absoluta	8	21	44	20	7

- Marca con un si la afirmación es correcta.

Han participado 100 personas.

Se ha girado 7 veces la ruleta.

- Completa con las cantidades que correspondan.

$$\frac{\text{Frecuencia absoluta}}{\text{Total de giros de la ruleta}} \rightarrow \frac{\text{Cantidad de veces que alguien ganó}}{\text{Total de giros de la ruleta}} \rightarrow \boxed{}$$



Escribe las fracciones que corresponden al resto de resultados de la ruleta.

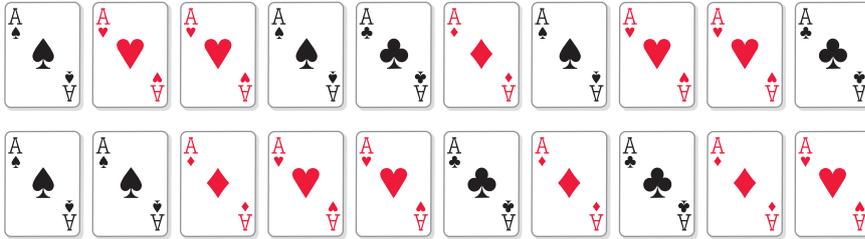
Como pudiste observar, la cantidad de veces que se obtuvo cada resultado y el total de veces que se giró la ruleta se puede escribir como una fracción, la que se relaciona con la frecuencia relativa. **Motívate** a buscar soluciones a los distintos problemas y a expresar tus opiniones.

Aprendo

La **frecuencia relativa** asociada a un suceso corresponde al cociente entre su frecuencia absoluta y la cantidad total de veces que se realiza el experimento aleatorio.

Ejemplo 1

Las siguientes son las cartas obtenidas al extraer 20 veces una entre cuatro As, uno de cada pinta. Determina la frecuencia relativa asociada a cada resultado.



¿Cómo lo hago?

Cuenta los resultados por pinta y determina la fracción y el cociente entre esa cantidad y el total de extracciones.

$$\begin{array}{cccc}
 \begin{array}{c} \text{A} \\ \heartsuit \end{array} \rightarrow \frac{7}{20} = 0,35 &
 \begin{array}{c} \text{A} \\ \spadesuit \end{array} \rightarrow \frac{5}{20} = 0,25 &
 \begin{array}{c} \text{A} \\ \diamondsuit \end{array} \rightarrow \frac{4}{20} = 0,2 &
 \begin{array}{c} \text{A} \\ \clubsuit \end{array} \rightarrow \frac{4}{20} = 0,2
 \end{array}$$

Ejemplo 2

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos al lanzar un dado 20 veces. ¿Cuál es la frecuencia relativa del resultado que se obtuvo menor cantidad de veces? ¿Qué porcentaje representa?

Lanzamiento de un dado						
Resultado	1	2	3	4	5	6
Cantidad de veces	4	3	2	4	3	4

¿Cómo lo hago?

- 1 Observa la tabla e identifica el resultado que se obtuvo menor cantidad de veces, el que corresponde al número 3.
- 2 Determina la frecuencia relativa asociada a la obtención de 3 puntos y el porcentaje que representa.

Frecuencia relativa $\rightarrow \frac{2}{20} = 0,1$ Porcentaje $\rightarrow 10\%$.



Cristian dice que si dos resultados tienen la misma frecuencia absoluta, entonces también tienen la misma frecuencia relativa. ¿Estás de acuerdo con él? Justifica tu respuesta.

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Roberto lanzó varias veces una moneda y obtuvo los resultados que se muestran en la tabla.

Lanzamiento de una moneda	
	
58	67

- En total, ¿cuántas veces lanzó la moneda Roberto?
 - ¿Cuál es la frecuencia relativa del resultado “sello”?
 - ¿Cuál es la frecuencia relativa del resultado “cara”?
 - ¿Qué porcentajes representan? Interpreta estos valores.
2. Completa la tabla de frecuencias según los siguientes datos, que corresponden a los resultados de lanzar una moneda.



Lanzamiento de una moneda		
Resultado	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
		
		

3. Observa la siguiente tabla y luego realiza las actividades.

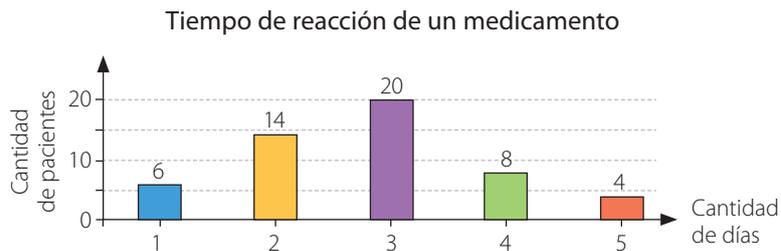
Color obtenido		
Resultado	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Rojo	30	$\frac{30}{100}$
Verde	50	$\frac{50}{100}$
Amarillo	20	$\frac{20}{100}$
Total	100	1

- ¿Cuál es la frecuencia relativa del evento correspondiente al color verde? ¿Y al amarillo?
- ¿Qué color tiene mayor frecuencia relativa?
- Crea** una situación que se relacione con el contexto. Compara con tus compañeros y compañeras.

4. Reúnete con 3 compañeros o compañeras y lancen cada uno una moneda 25 veces. Luego, registren sus resultados en la tabla y respondan.

Lanzamiento de una moneda		
Participante	Cantidad de caras	Cantidad de sellos
Tú		
Compañero 1		
Compañero 2		
Compañero 3		

- ¿Cuál es la frecuencia relativa asociada a obtener sello en cada caso?
 - ¿Cuál de los dos sucesos, obtener cara u obtener sello, tiene mayor posibilidad de salir al lanzar la moneda? Explica.
5. **Ciencias Naturales** Un grupo de investigadores elaboran un estudio para determinar cuántos días tardó en hacer efecto un medicamento a un grupo de pacientes. Los resultados se muestran en el siguiente gráfico de barras.



- ¿Cuál es la frecuencia relativa de que el medicamento le haya hecho efecto en 3 días a uno de esos pacientes?
- ¿Cuál es el porcentaje que representa cada categoría respecto del total?
- La frecuencia relativa asociada a que el medicamento le haya hecho efecto a un paciente en x días es de $\frac{4}{26}$. ¿Cuál es el valor de x ?

Reflexiono

- ¿Cómo calculas la frecuencia relativa asociada a un suceso?

- ¿Cómo interpretas el porcentaje de ocurrencia de eventos relativos a experimentos aleatorios? Comenta con tus compañeros y compañeras.



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 125 a la 127.

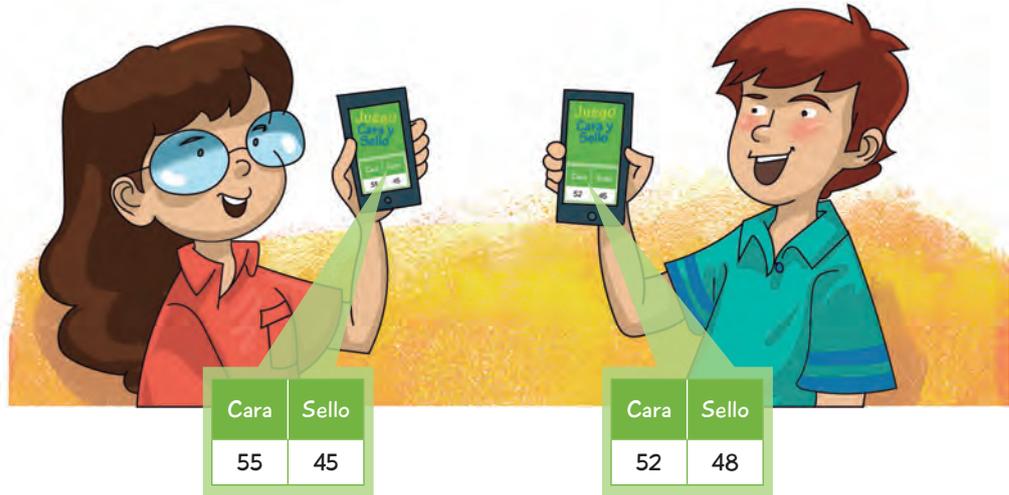
Repetición de experimentos aleatorios

Exploro

Actitud

En Internet puedes encontrar diversas aplicaciones relacionadas con tu entorno educativo y social. Es importante que seas consciente y responsable al utilizar TICs y ser cuidadoso en el uso de la comunicación virtual.

Daniela y Antonio están jugando con una aplicación que simula el lanzamiento de una moneda la cantidad de veces que se elija.



- Según los resultados que se muestran en las tablas, completa según corresponda.

y han simulado veces el lanzamiento de la moneda. En el caso de obtuvo veces cara y veces sello y veces cara y veces sello.

?

¿Cuántas veces crees que saldrá cara al lanzar la moneda 1 000 veces? ¿Qué porcentaje representaría ese valor?

- Completa con la frecuencia relativa expresada como fracción, número decimal y porcentaje.

		Fracción		Número decimal		Porcentaje	
		→	<input style="width: 40px; height: 40px;" type="text"/>	→	<input style="width: 40px; height: 40px;" type="text"/>	→	<input style="width: 40px; height: 40px;" type="text"/>
		→	<input style="width: 40px; height: 40px;" type="text"/>	→	<input style="width: 40px; height: 40px;" type="text"/>	→	<input style="width: 40px; height: 40px;" type="text"/>

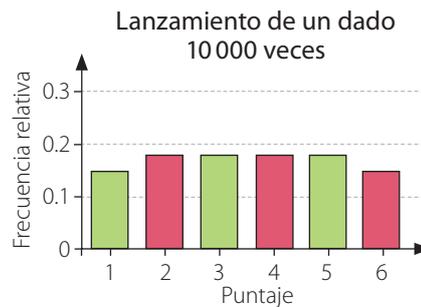
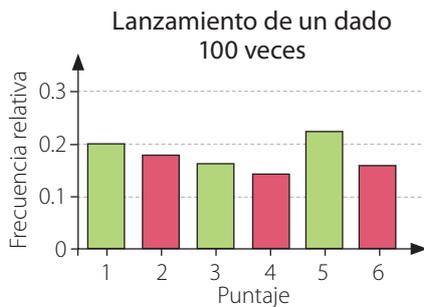
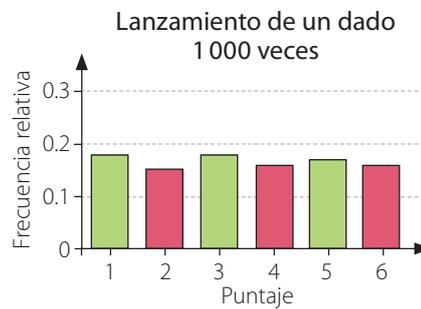
Quando repites muchas veces un experimento aleatorio, puedes sacar algunas conclusiones acerca de los resultados que obtendrás. Recuerda ser ordenado y metódico en tu trabajo pero no dejes de desarrollar tu creatividad, ¡inténtalo!

Aprendo

Si repites muchas veces un experimento aleatorio, puedes relacionar la frecuencia relativa de un resultado con su **posibilidad de ocurrencia**.

Ejemplo

En los siguientes gráficos se representa la frecuencia relativa de los puntos obtenidos al lanzar un dado distinta cantidad de veces. ¿A qué valor se acerca la frecuencia relativa de los puntajes a medida que aumenta la cantidad de repeticiones del experimento?



¿Cómo lo hago?

- 1 Establece una relación entre la cantidad de lanzamientos y la altura de las barras de los gráficos.

La altura de las barras tiende a igualarse al aumentar la cantidad de lanzamientos.

- 2 Determina el valor aproximado de la frecuencia relativa de los puntajes a medida que aumenta la cantidad de lanzamientos del dado.

El valor de la frecuencia relativa asociada a cada puntaje tiende a acercarse a 0,17 que corresponde a 17%.

Uso de software

Ingresa a <http://ntic.educacion.es/w3/eos/MaterialesEducativos/mem2010/labazar/index.html> y podrás realizar actividades relacionadas con experimentos aleatorios utilizando un software educativo.

Habilidad

Cuando comunicas de manera escrita y verbal razonamientos matemáticos, estás desarrollando la habilidad de **argumentar** y **comunicar**.

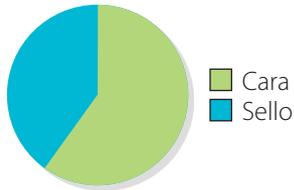
Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

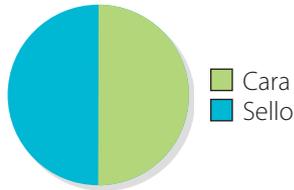
1. Encierra el gráfico que represente de mejor manera los resultados esperados para cada experimento aleatorio.

a. Lanzamiento de una moneda 10 000 veces.

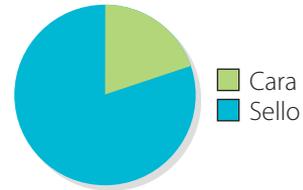
Lanzamiento de una moneda



Lanzamiento de una moneda

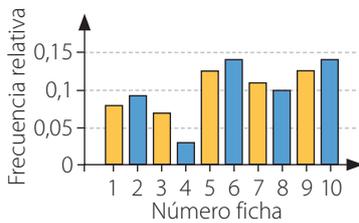


Lanzamiento de una moneda

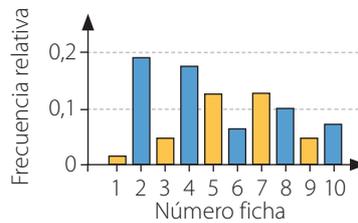


b. Extracción de una ficha 1 000 veces entre 10 fichas marcadas del 1 al 10.

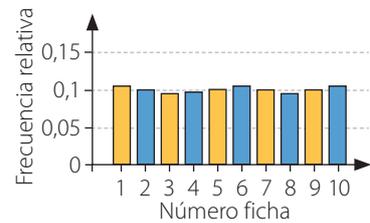
Extracción de una ficha



Extracción de una ficha



Extracción de una ficha



2. Determina el valor al que tiende la frecuencia relativa asociada a los siguientes sucesos luego de repetir muchas veces cada experimento aleatorio.

a. Extraer un As de pica al elegir al azar una de las siguientes cartas.



b. Obtener el número 8 al hacer girar una ruleta dividida en 8 partes iguales, como la que se muestra.



3. Un concurso televisivo consiste en extraer al azar una bolita de una tómbola como la que se muestra. Luego de cada extracción se devuelve la bolita a la tómbola.



- ¿Cuáles son los posibles resultados de este experimento?
- Si se repite muchas veces el concurso, ¿a qué valor tiende el porcentaje de ocurrencia asociado a extraer una bolita de color azul?
- Un concursante dice que la posibilidad de que la bolita extraída sea de color verde es igual que la de la bolita de color amarillo. ¿Estás de acuerdo con su afirmación? Justifica.

4. Reúnete con dos compañeros o compañeras. Luego, lancen dos monedas simultáneamente la cantidad de veces que se indica y completen las tablas con lo obtenido.

10 lanzamientos		
Resultado	Frecuencia	Frecuencia relativa

100 lanzamientos		
Resultado	Frecuencia	Frecuencia relativa

- ¿Cuántas veces creen que se obtendrá al lanzar las monedas 500 veces?
- ¿A qué valor tiende el porcentaje de ocurrencia de cada resultado?

Reflexiono

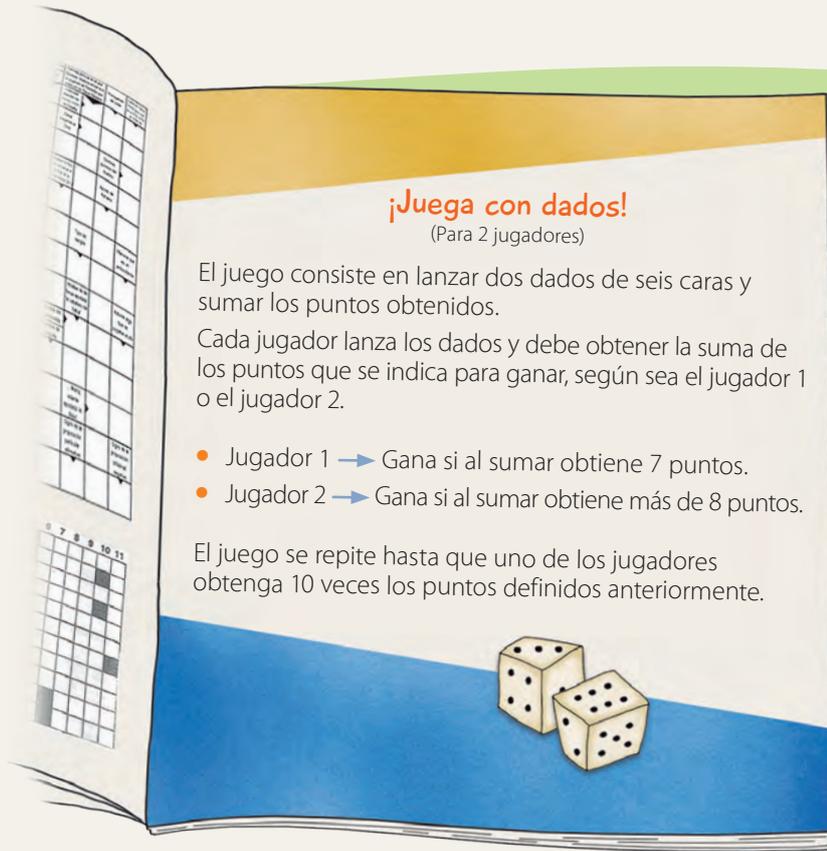
- ¿Cómo fue el trabajo con tus compañeros y compañeras al realizar los distintos experimentos aleatorios?

- ¿Fuiste ordenado al desarrollar las actividades? ¿Qué crees que puedes mejorar?



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 128 a la 129.

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.



La prensa escrita, como diarios, periódicos y revistas, son una fuente de información que aún prefiere gran parte de la población.

Estos se estructuran por secciones, por ejemplo, deportivas, sociales, de espectáculos, entre otras.

Para la revista del colegio, Fernanda y Julián son los encargados de la sección de ocio durante este mes. Para eso, proponen un juego con dados.

Fuente: Consejo Nacional de la Cultura y las Artes. Disponible en <http://www.cultura.gob.cl/>

1. El juego, ¿lo puedes relacionar con un experimento aleatorio? ¿Por qué? (1 punto)
2. ¿Cuántos resultados posibles se pueden obtener al lanzar los dos dados? Usa un diagrama de árbol para representarlos. (2 puntos)
3. ¿Cuántos resultados corresponden a obtener 7 puntos en la suma? (1 punto)
4. ¿Cuántos casos serán favorables al evento "obtener un número mayor que 8 en la suma de los puntos"? (1 punto)
5. Fernanda y Julián están realizando el juego para comprobar que funcione. Registraron los resultados que llevan hasta el momento en las siguientes tablas. Fernanda gana si obtiene 7 puntos en la suma y Julián gana con más de 8 puntos. (1 punto cada una)

Resultados Fernanda	
Suma	Frecuencia
Igual a 7	2
Otra suma	10

Resultados Julián	
Suma	Frecuencia
Mayor que 8	3
Otra suma	9

- a. ¿Cuántas veces lanzó el dado cada uno? (1 punto)
 - b. ¿Cuál es la frecuencia relativa asociada a que la suma sea igual a 7 en los lanzamientos de Fernanda? (1 punto)
 - c. ¿Cuál es la frecuencia relativa asociada a las veces que Julián ha obtenido una suma mayor que 8? (1 punto)
 - d. ¿Cuál es el porcentaje de veces que Julián ha obtenido una suma mayor que 8? (2 puntos)
6. Si el juego se repite muchas veces antes que alguien gane, ¿a qué valor tiende la frecuencia relativa asociada a obtener 7 puntos en la suma? ¿Y a obtener más de 8 puntos? (2 puntos)
7. ¿Hay alguno de los jugadores que tenga más posibilidades de ganar según lo que debe obtener en los dados? ¿Por qué? (2 puntos)
8. ¿Cuántas veces crees que deba lanzar los dados Julián para ganar? ¿Y Fernanda? Justifica. (2 puntos)



Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1, 2, 3 y 4	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar experimentos aleatorios y sus posibles resultados usando un diagrama de árbol. 		Logrado: 9 puntos o más. Medianamente logrado: 7 a 8 puntos. Por lograr: 6 puntos o menos.
5	<ul style="list-style-type: none"> • Determinar la frecuencia relativa y el porcentaje asociados a un suceso. 		
6, 7 y 8	<ul style="list-style-type: none"> • Conjeturar acerca de las tendencias de los resultados en experimentos aleatorios. 		
Total →		<input type="text"/>	

Ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 3.
Ahora, analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad y **¡sigue esforzándote!**

Reflexiono

- ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste al inicio del tema (página 245)? ¿Cuáles otras usaste?

- ¿Desarrollaste las actividades de manera ordenada?

- Aprender a reconocer tus errores desarrolla tu capacidad de autocrítica y de superación. ¿Qué hiciste cuándo cometiste algún error en clases?

Complementa tu aprendizaje

Carrera de caballos

Materiales

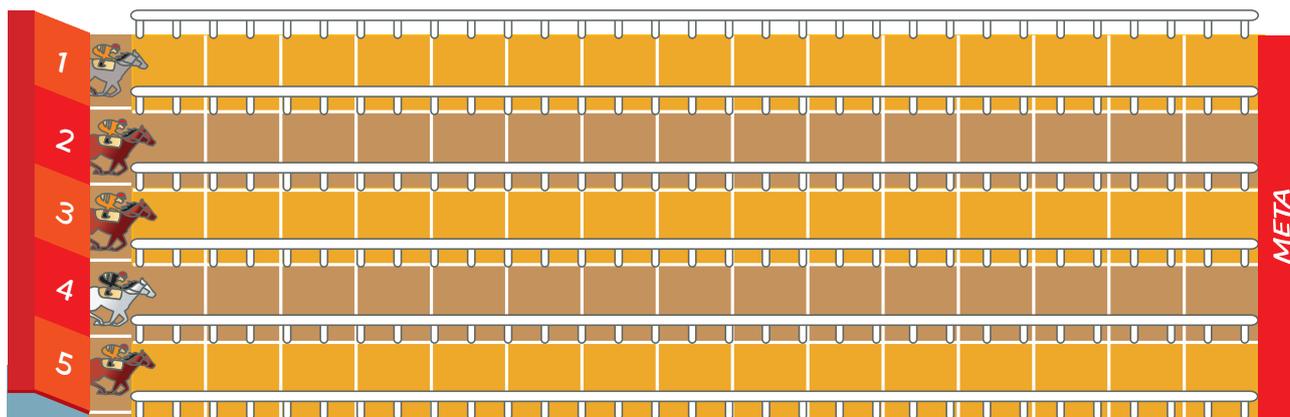
- 5 monedas.
- Una ficha por jugador.
- Hoja de registro.

Cómo se juega

- Formen grupos con 5 jugadores.
- Cada jugador elige un caballo y pone su ficha en el lugar correspondiente.
- Por turno, cada jugador lanza las monedas, cuenta la cantidad de caras obtenidas y anota lo obtenido en la hoja de registro.
- El caballo cuyo número de carril coincide con esa cantidad avanza una casilla.
- Si salen solo sellos, se lanzan nuevamente las monedas.
- Gana la partida el jugador cuyo caballo llega primero a la meta.

Hoja de registro

Cantidad de caras	Conteo	Frecuencia absoluta
0		
1		
2		
3		
4		
5		



Comenten y realicen las siguientes actividades.

- 1 Completen la tabla de la hoja de registro con la frecuencia relativa y el porcentaje asociado a cada resultado.
- 2 Construyan un gráfico circular con los porcentajes obtenidos para cada resultado.
- 3 ¿Todos los jugadores tenían la misma posibilidad de ganar? ¿Por qué?

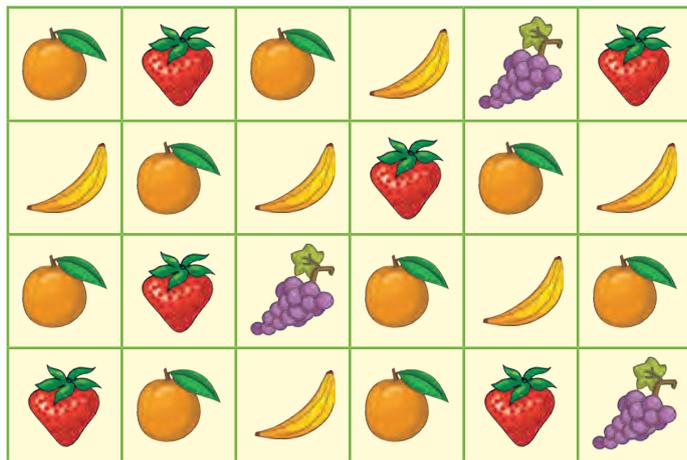
Frutas y más frutas

Materiales

- Ficha o moneda de tamaño pequeño.
- Hoja de registro.

Cómo se juega

- Formen parejas de jugadores.
- Por turno, cada jugador deja caer al azar la ficha en el tablero de frutas y anota en la hoja de registro lo obtenido. Se debe considerar la fruta que abarque mayor parte de la ficha.
- Se repite el procedimiento 20 veces.
- Gana el jugador que obtenga frutilla mayor cantidad de veces.



Comenten y realicen las siguientes actividades.

- 1 Completen el gráfico de barras dobles con los resultados obtenidos.



- 2 Escriban 2 conclusiones a partir del gráfico.

- 3 ¿Todas las frutas tienen la misma posibilidad de ser obtenidas? ¿Por qué?

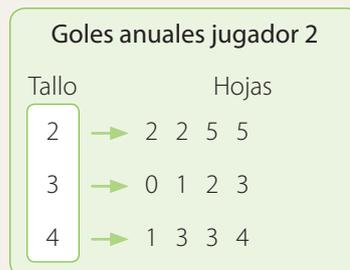
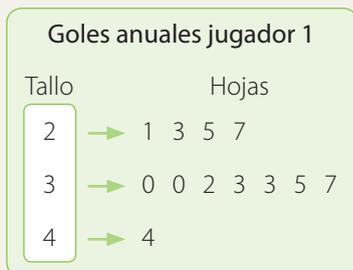
Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en esta unidad.

Diagramas de puntos y de tallo y hojas

1. Los siguientes diagramas representan la cantidad de vueltas que alcanzan a dar a una cancha los estudiantes de dos sextos básicos en clases de Educación Física. (1 punto cada una)



- ¿Cuántos estudiantes tiene cada curso?
 - ¿Cuántas vueltas alcanza a dar la mayoría de los estudiantes en cada curso?
 - ¿Qué curso mostró un mejor rendimiento? Argumenta tu respuesta y explica tus procedimientos.
2. En los siguientes diagramas de tallo y hojas están representados los goles que anualmente marcaron dos jugadores de fútbol, durante cada uno de los años que jugaron. (1 punto cada una)



- ¿Cuántos años jugó fútbol cada uno?
 - ¿Qué jugador convirtió más goles durante su carrera?
 - Compara los diagramas y escribe dos conclusiones.
3. Los siguientes datos corresponden a las temperaturas mínimas, en °C, registradas en Concepción durante los primeros 14 días de un mes en otoño.

11 - 10 - 12 - 11 - 12 - 14 - 14 - 8 - 11 - 8 - 13 - 11 - 13 - 12

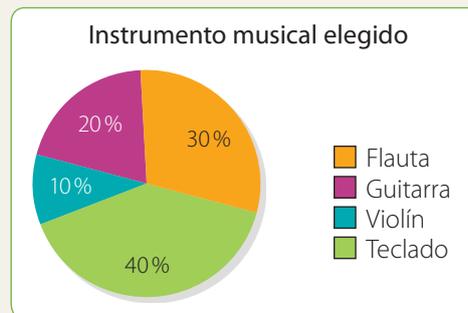
- Construye un diagrama de puntos y un diagrama de tallo y hojas que represente las temperaturas. (2 puntos)
- ¿Cuál fue la temperatura más baja? (1 punto)
- ¿Cuántos días se registró una temperatura mayor que 11 °C? (1 punto)

Gráficos de barras dobles y circulares

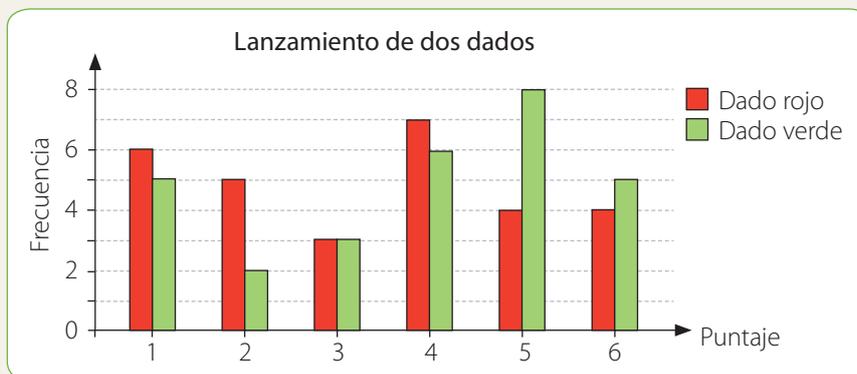
4. En el siguiente gráfico se presenta el instrumento musical elegido por los estudiantes para la clase de Música.

(1 punto cada una)

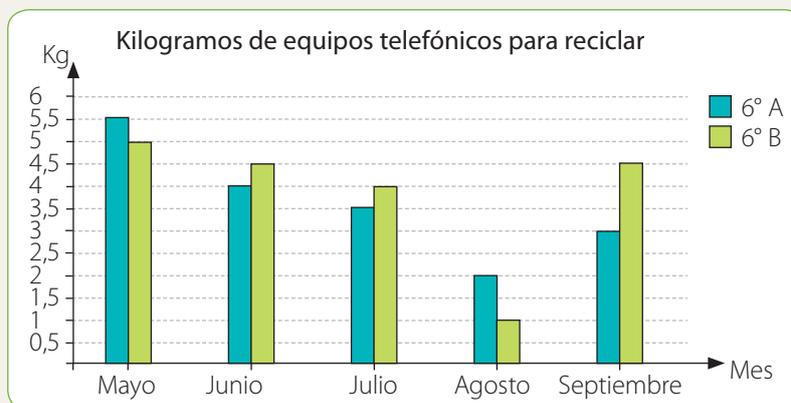
- ¿Cuál es el instrumento elegido por la mayoría de estudiantes?
- Si el total de estudiantes es 20, ¿cuántos de ellos prefieren el teclado?



5. Observa el siguiente gráfico que muestra los puntos obtenidos al lanzar dos dados. Luego, analiza si las afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica en cada caso. (1 punto cada una)



- En el dado rojo se obtuvo más veces 2 puntos que en el verde.
 - Se lanzó 6 veces el dado rojo.
6. **Ciencias Naturales** Según cifras de las Naciones Unidas, cada chileno produce al año 9,9 kg de basura electrónica, casi el doble del promedio mundial. Por esto, los estudiantes de sexto básico reúnen mensualmente equipos telefónicos para reciclar. En el siguiente gráfico se muestra la cantidad reunida por los cursos durante cinco meses. (1 punto cada una)

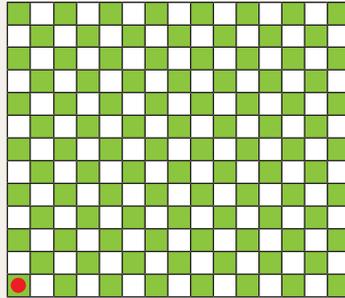


- ¿Cuál de los cursos ha reunido más kilogramos de equipos telefónicos?
- ¿En qué mes la diferencia entre los kilogramos reunidos por cada curso es mayor? ¿Cómo lo supiste?

Tendencia de resultados

7. Un juego consiste en lanzar una moneda y, dependiendo del resultado, mover una ficha en un tablero como el que se muestra desde la posición . Si se obtiene cara, la ficha se mueve hacia la derecha y si se obtiene sello, hacia arriba. (1 punto cada una)

Tatiana está jugando y ha obtenido en total 7 veces cara y 11 veces sello.



- Marca la posición a la que llegó la ficha.
 - Dibuja 3 posibles caminos para llegar a la posición de la ficha. Utiliza distintos colores.
 - Si Tatiana comienza de nuevo y lanza 4 veces la moneda, ¿cuáles son todos los posibles resultados que puede obtener? Representa los resultados en un diagrama de árbol.
8. Responde las siguientes preguntas a partir del experimento aleatorio de lanzar tres monedas. (1 punto cada una)
- ¿Cuáles son los posibles resultados?
 - ¿Cuántas posibilidades hay de obtener 1 sello y 2 caras?
 - Si se repite muchas veces el experimento, ¿a qué valor tiende la frecuencia relativa asociada a obtener solo caras?

 Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1, 2 y 3	<ul style="list-style-type: none"> Construir diagramas de puntos y de tallo y hojas. Comparar distribuciones utilizando diagramas de puntos y de tallo y hojas. 		Logrado: 29 puntos o más. Medianamente logrado: 24 a 28 puntos. Por lograr: 23 puntos o menos.
4, 5 y 6	<ul style="list-style-type: none"> Interpretar información presentada en gráficos de barras dobles y circulares. 		
7 y 8	<ul style="list-style-type: none"> Determinar los resultados posibles en un experimento aleatorio y la frecuencia relativa asociada a un suceso. Conjeturar acerca de las tendencias de los resultados en un experimento aleatorio. 		
Total →		<input type="text"/>	

Síntesis

A partir de tu trabajo y de los conocimientos adquiridos a lo largo de la unidad, elabora una síntesis de tus aprendizajes. Para ello, completa los recuadros. Guíate por el ejemplo.

	Lo que sabía	Lo que aprendí	
Diagramas de puntos y de tallo y hojas	Diagrama de tallo y hojas.	Comparación de datos usando diagramas de puntos y de tallo y hojas.	Lo que más me gustó
Gráficos de barras dobles y circulares			Lo que me produjo mayor dificultad
Tendencia de resultados			

¡Muy bien! Ahora que ya terminaste la Unidad 4, analiza tus logros.

Reflexiono

- ¿Crees que cumpliste con la meta que te propusiste al inicio de la unidad? ¿Por qué?

- Las estrategias que planteaste utilizar en el desarrollo de la unidad, ¿fueron útiles para el cumplimiento de tu meta?

- Observa la siguiente situación y luego responde.



¿Con qué aspecto de la situación te identificas?

¿Qué opinas de la actitud de ?

Unidad 1 Números y operaciones

Páginas 12 y 13

¿Cuánto sé? Evaluación inicial

Operaciones combinadas

- $8 + 3 \cdot 8 + (3 \cdot 8) : 2$
- a. 880 b. 540 c. 102

Fraciones y números mixtos

- a. $2\frac{2}{4} = \frac{10}{4}$ b. $2\frac{4}{12} = \frac{28}{12}$
- $\frac{24}{32}, \frac{12}{16}, \frac{6}{8}, \frac{18}{24}$
- Nicolás no cumplió su promesa, pues gastó $\frac{7}{12}$ de sus ahorros y no la mitad.

Números decimales

- a. < b. < c. >
- a. Entre manzanas y naranjas hay 15 kg.
b. Hay 8 kg más de naranjas que de manzanas.

Tema 1: Operaciones, múltiplos y factores

Página 14

Recuerdo lo que sé

- multiplicación; división; operación combinada.
- Daniela debe pagar aproximadamente \$23 000.
- $1\,290 \cdot 3 = (1\,000 + 200 + 90) \cdot 3 = 3\,000 + 600 + 270 = 3\,870$
- $23 \cdot 990 + 5 \cdot (4\,680 : 12) + 1\,990 + 2 \cdot 1\,850 + 3 \cdot 1\,290 = 34\,280$

Página 15

Diseño mi estrategia

- Se pueden sumar los valores de ambos productos y luego multiplicar por la cantidad de voluntarios.

Cantidad de voluntarios	1	2	3	4	5	6	7	8
Cantidad total de colaciones que se deben comprar	2	4	6	8	10	12	14	16

- Como cada voluntario recibe dos colaciones, se puede multiplicar la cantidad de voluntarios por dos.
- La afirmación es correcta.

Página 16

Operatoria con números naturales

Exploro

- 68 km
- La segunda persona está en lo correcto, ya que si saben la distancia total y la que han recorrido hasta el teatro, basta con restar y obtener la distancia recorrida desde el teatro al colegio.

Páginas 18 y 19

Practico

- $2 \cdot (63\,000 : 18) + 3 \cdot 4\,500$
- a. El valor por cada entrada.
b. La cantidad de cuotas por pagar.
c. El valor de 8 adornos.
d. La cantidad de poleras solicitadas en el pedido.
- La estrategia adecuada es la que expone el niño.
- a. Se deben sumar los \$150 000 con los \$30 000 y el valor obtenido restárselo a los \$550 000. Luego, a Macarena le quedan \$370 000.
b. Se debe multiplicar la cantidad de camisas por \$8 000, multiplicar la cantidad de pantalones por \$9 000 y la cantidad de corbatas por \$2 960. Luego, sumar los tres valores obtenidos y dividirlo en seis.
Cada cuota será de \$10 820.
- a. 49 431 863
b. 64 778 472
c. 549
- Al estimar a la decena de mil, se obtiene que cada una de las cuatro familias aportó \$205 000. El monto exacto corresponde a \$203 605.

Página 20

Múltiplos y factores

Exploro

- Todas son opciones para organizar la corrida.
- En 20 días más se realizará la próxima vacunación. El día 13 de abril se realizará nuevamente.
- Habrán pasado 120 días. Se puede calcular sumando 6 veces los 20 días o multiplicar 6 por 20.

Páginas 22 y 23

Practico

- -
 -
- $M(8) = \{8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, \dots\}$
 - $M(20) = \{20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200, \dots\}$
 - $M(9) = \{9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, \dots\}$
 - $M(14) = \{14, 28, 42, 56, 70, 84, 98, 112, 126, 140, \dots\}$
- $45 = 1$ y 45; 3 y 15; 5 y 9
 - $80 = 1$ y 80; 2 y 40; 4 y 20; 5 y 16; 8 y 10
 - $12 = 1$ y 12; 2 y 6; 3 y 4
 - $18 = 1$ y 18; 2 y 9; 3 y 6
 - $42 = 1$ y 42; 2 y 21; 3 y 14; 6 y 7

4. a. 9
b. 86
c. 12
d. 16 y 96
e. 28
5. a. Verdadera. Todos los números naturales tienen como divisor al número 1.
b. Falsa. Existen números pares que tienen factores impares, como el 6, 10, 12, 14, entre otros.
c. Verdadera. Por ejemplo los factores de 15 son 1 y 15; 3 y 5.
6. a. 6
b. 8
7. El niño que indica que los múltiplos de 4 son también múltiplos de 2 está en lo correcto, ya que los múltiplos de 4 son 4, 8, 12, 16, 20, 24, ..., que también son múltiplos de 2.
8. a. Respuesta variada. A continuación se muestran 3 ejemplos.
Ejemplo 1: El álbum puede tener 18 páginas con 4 fotos en cada una.
Ejemplo 2: El álbum puede tener 12 páginas con 6 fotos en cada una.
Ejemplo 3: El álbum puede tener 9 páginas con 8 fotos en cada una.
b. Francisca tiene 75 postales.
9. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos.
Ejemplo 1: Si al doble del tercer múltiplo de 18 se le resta el quinto múltiplo de 4, ¿cuánto se obtiene?
Ejemplo 2: ¿Qué par de números pares son factores de 24 y a su vez uno es múltiplo del otro?

Página 24

Números primos y compuestos

Exploro

- La diferencia es que los números tachados tienen más de dos divisores, en cambio los números encerrados solo tienen al 1 y a sí mismo como divisores.
- Porque el 1 tiene solo un divisor que corresponde a sí mismo.
- Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos.
Números encerrados:
 - Divisores de 2: 1 y 2
 - Divisores de 13: 1 y 13
 - Divisores de 23: 1 y 23
 Números tachados
 - Divisores de 6: 1, 2, 3 y 6
 - Divisores de 22: 1, 2, 11 y 22
 - Divisores de 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 y 30

Se puede observar que los números encerrados tienen solo dos divisores y los tachados tienen más de dos divisores.

Páginas 26 y 27

Practico

1. a. 1, 3 y 9. Compuesto
b. 1, 3, 7 y 21. Compuesto
c. 1, 3, 19 y 57. Compuesto
d. 1 y 59. Primo
e. 1 y 83. Primo
f. 1 y 109. Primo

2. a. $15 = 3 \cdot 5$
b. $32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
c. $60 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3$
d. $135 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
e. $230 = 2 \cdot 5 \cdot 23$
f. $315 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
3. a. $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$
b. De 4 maneras, las cuales corresponden a:
 $2 \cdot 3 \cdot 7$; $6 \cdot 7$; $2 \cdot 21$; $3 \cdot 14$.
c. Se puede descomponer el número en factores primos y luego asociar los factores.
d. $2 \cdot 45$; $3 \cdot 30$; $5 \cdot 18$
e. Sí, ya que los números naturales tienen por lo menos 2 divisores, salvo el número 1.
4. a. Falsa. El número 19 es primo, ya que tiene solo dos divisores.
b. Falsa. Existen números impares que son compuestos como el 9 o el 15.
c. Verdadera. Corresponden a múltiplos de 10.
d. Verdadera. Es el único número natural que cumple con esa condición.
e. Falsa. Existen números que son compuestos como el 21 o el 51.
5. a. Solo uno, el número 2.
b. El número 18.
c. Es compuesto.
d. No, ya que son divisores de 5.
e. No, ya que sería múltiplo de 9.
f. No, por ejemplo el número 2.
6. a. Solo de una manera, porque el 97 es un número primo.
b. Sí, porque el 63 es un número compuesto.
c. No, el 9 no es primo, lo correcto es $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$.
d. Una opción es formar 4 grupos con 4 niños y 5 niñas cada uno.
7. 2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - 17 - 19 - 23 - 29 - 31 - 37 - 41 - 43 - 47
53 - 59 - 61 - 67 - 71 - 73 - 79 - 83 - 89 - 97

Página 28

Mínimo común múltiplo

Exploro

- Después de 12 días.
- Matías → 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16
Carola → 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24
Benjamín → 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32

Páginas 30 y 31

Practico

1. a. 40
b. 36
c. 187
d. 224
e. 49
f. 300
g. 72
h. 42
i. 1 140
2. a. El repartidor dejará sus productos los días 3, 12, 21 y 30 de abril.
b. El repartidor de agua mineral pasará por el centro cultural los días 3, 9, 15, 21 y 27 de abril.
c. El día 3 y 21 de abril.
d. El día 9 de abril.

3. a.

20	8	6	: 2
10	4	3	: 2
5	2	1	: 2
3	1		: 3
1			

→

20	8	6	: 2
10	4	3	: 2
5	2	3	: 2
5	1	3	: 3
5		1	: 5
1			

mcm(20, 8, 6) = 24

mcm(20, 8, 6) = 120

- b. El resultado es incorrecto. Debe ser $mcm(15, 12, 18) = 180$.
- c. El desarrollo es correcto.
4. a. Falsa. El mcm entre dos o más números puede ser igual a uno de ellos, por ejemplo, $mcm(4, 8) = 8$.
- b. Verdadera. Al ser ambos pares, sus múltiplos serán pares, por lo que el mcm también lo será.
- c. Verdadera. Al no tener divisores en común se multiplican ambos valores.
- d. Falsa. No siempre corresponde al producto, por ejemplo, $mcm(9, 15) = 45$.
5. a. Julio y Sofía se encontrarán en 42 días más.
- b. Las cintas coincidirán en los 90 cm.
- c. Paola está en lo correcto. Se puede verificar con lo siguiente:

12	8	: 2
6	4	: 2
3	2	: 2
3	1	: 3
1		

d. A las 11 de la noche del día martes.

6. Después de 6 minutos Bárbara rebasaría a Juan Pablo.

Páginas 32 y 33

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 1

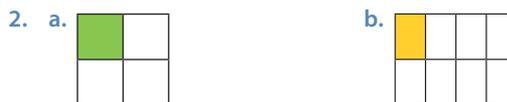
- Sumar la cantidad de lesionados menos graves y leves del año 2013 y luego, restar ese valor al total de lesionados de ese año, es decir, $59\,592 - (4\,416 + 47\,746)$.
Luego, los lesionados graves del año 2013 son 7430 personas.
- El total de lesionados es 171 000, aproximadamente. La cantidad exacta corresponde a 170 699.
- a. Habrán 36 distanciadores.
b. Los factores son 1 y 36, 2 y 18, 3 y 12, 4 y 9, 6 y 6.
- Darán verde ambos semáforos cada 440 s.
- Después de 900 m se volverán a encontrar las tres señalizaciones. Este valor se puede determinar calculando el mínimo común múltiplo entre 300, 450 y 150.
- Respuesta variada. A continuación se muestra un ejemplo. Problema: Los estudiantes de un sexto básico se ofrecieron a realizar un plan informativo sobre seguridad vial. El grupo está formado por 23 estudiantes y se ubican en distintos lugares cercanos al colegio, acompañados por profesores, para informar a las personas. Si debe haber más de un grupo y cada uno debe estar conformado por más de un estudiante, ¿cuántos grupos con igual cantidad de integrantes se pueden formar? Respuesta: No se pueden formar grupos con igual cantidad de integrantes, ya que 23 es un número primo.

Tema 2: Fracciones y números mixtos

Página 34

Recuerdo lo que sé

1. un medio; propia; menor; equivalentes.



3. a. Daniel necesitará $\frac{3}{4}$ kg de manteca.

b. Debería usar $\frac{5}{24}$ kg de manteca.

Página 35

Diseño mi estrategia



2. Las empanadas corresponden a $\frac{7}{2}$ y los vasos de jugo corresponden a $\frac{5}{2}$.

Para determinar las fracciones se utiliza la representación y se cuenta la cantidad de mitades en cada una.

3. Se pueden sumar los numeradores de las fracciones y conservar el denominador. También se puede utilizar una representación.

Página 36

Fracciones impropias y números mixtos

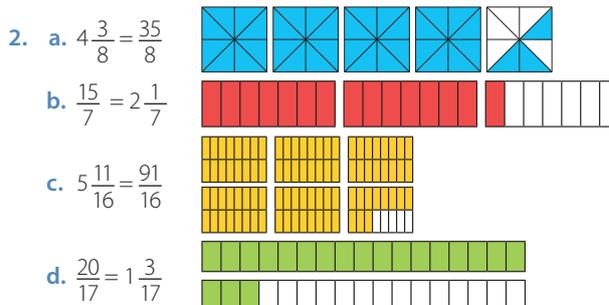
Exploro

- 
- 
- 
- Se cuenta la cantidad de enteros, es decir de paletas utilizadas completamente, y la cantidad de depósitos por paleta.

Páginas 38 y 39

Practico

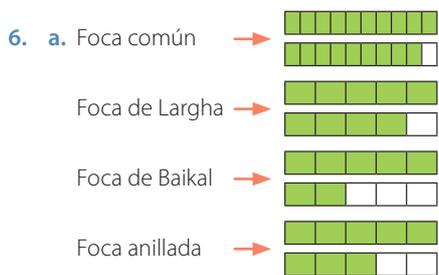
1. a. $2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$ b. $3\frac{5}{6} = \frac{23}{6}$ c. $2\frac{12}{16} = \frac{44}{16}$ d. $5\frac{4}{8} = \frac{44}{8}$



3. a. $12 \frac{7}{15} = \frac{15 \cdot 12 + 7}{15} = \frac{116}{12}$ b. $4 \frac{12}{17} = \frac{4 \cdot 17 + 12}{17} = \frac{116}{17}$
 Lo correcto es $\frac{187}{15}$. Lo correcto es $\frac{80}{17}$.

4. a. $\frac{3}{2} \rightarrow \frac{12}{8} \rightarrow \frac{36}{24} \rightarrow \frac{180}{120}$
 b. $\frac{1}{11} \rightarrow \frac{7}{77} \rightarrow \frac{14}{154} \rightarrow \frac{28}{308}$
 c. $\frac{2}{45} \rightarrow \frac{4}{90} \rightarrow \frac{6}{135} \rightarrow \frac{24}{540}$
 d. $\frac{5}{3} \rightarrow \frac{20}{12} \rightarrow \frac{80}{48} \rightarrow \frac{160}{96}$

5. a. Es imposible, pues las fracciones impropias son aquellas en las que el numerador es mayor que el denominador, por lo tanto siempre serán mayores que 1.
 b. La harina se encuentra en mayor cantidad.



b. La Foca de Baikal es la de menor tamaño.

Página 40

Fracciones y números mixtos en la recta numérica

Exploro

-  $\rightarrow 1 \frac{1}{6}$  $\rightarrow 1 \frac{5}{6}$  $\rightarrow 2 \frac{1}{2}$  $\rightarrow 3 \frac{1}{3}$
-  \rightarrow   \rightarrow   \rightarrow   \rightarrow 
- Se encuentra a $\frac{1}{3}$ km. Para calcular la distancia, se pueden representar los números mixtos como fracciones impropias y luego restarlas.

Páginas 42 y 43

Practico

1. a. 
 b. 
 c. 
 d. 
 e. 
 f. 
2. a. $3 \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$ b. $5 \frac{3}{6} = \frac{33}{6}$ c. $5 \frac{10}{13} = \frac{75}{13}$
3. a. La estimación de Mariela es correcta, ya que $\frac{51}{20} = 2 \frac{11}{20}$.

- b. El automóvil ha recorrido $\frac{4}{6}$ del trayecto y le falta $\frac{2}{6}$ para llegar a B.
- c. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos.
 Las fracciones pueden ser $4 \frac{11}{12}$ o $4 \frac{17}{18}$. Se pueden determinar utilizando la recta numérica.
- d. La fracción es $\frac{32}{13}$.
- e. La vara de Vicente podría medir $2 \frac{9}{16}$ m. Para determinar la longitud se puede calcular, por ejemplo, el promedio entre las varas de Julián y de Martina o utilizar la recta numérica.
4. a. Silvana: $1 \frac{1}{12}$ Mario: $1 \frac{2}{12}$ Hernán: $1 \frac{1}{6}$ Laura: $1 \frac{2}{6}$
 b. Laura en primer lugar, Mario y Hernán en el segundo puesto y luego Silvana.
 c. Ambas fracciones representan la misma ubicación en la recta numérica, ya que son fracciones equivalentes.
5. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos.
- Algunas fracciones pueden ser $\frac{17}{20}$, $\frac{9}{10}$.
 - Las fracciones equivalentes pueden ser $\frac{34}{40}$ y $\frac{18}{20}$ respectivamente.
 - La fracción es $\frac{9}{5}$.
 - Algunas fracciones y números mixtos equivalentes son $\frac{18}{10}$, $1 \frac{4}{5}$, $1 \frac{8}{10}$.

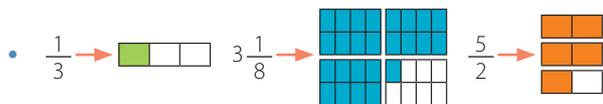
Página 44

Adición y sustracción de fracciones y números mixtos

Exploro

$$\bullet \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$$

- Aportarán aproximadamente 8 L.



- Para representar la suma, se pueden igualar los denominadores determinando fracciones equivalentes para luego dividir los enteros en ese valor y representar la suma.

Páginas de la 47 a la 49

Practico

1. a. $\frac{1}{5}$

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$$



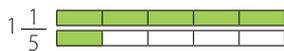
b. $\frac{5}{2}$

$$\frac{5}{2} - \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$



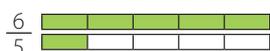
c. $2\frac{3}{10}$

$$2\frac{3}{10} + 1\frac{1}{5} = 3\frac{1}{2}$$



d. $\frac{13}{10}$

$$\frac{13}{10} - \frac{6}{5} = \frac{1}{10}$$



2. a. $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$ c. $\frac{43}{28} = 1\frac{15}{28}$ e. $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$
 b. $\frac{4}{5}$ d. $\frac{103}{10} = 10\frac{3}{10}$ f. $\frac{155}{16} = 9\frac{11}{16}$

3. No, ya que entre los tres estudiantes necesitan $2\frac{1}{4}$ L.
 4. No lo será siempre, por ejemplo $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$.
 5. Aproximadamente se obtiene 4 L, ya que la cantidad exacta corresponde a $3\frac{2}{3}$ L.

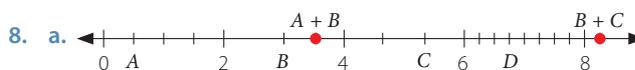
6. a.
$$\frac{3}{4} + \frac{3}{5} - \frac{1}{10} = \frac{15}{20} + \frac{12}{20} - \frac{2}{20} = \frac{25}{20} - \frac{2}{20} = \frac{23}{20}$$

Lo correcto es: $\frac{15}{20} + \frac{12}{20} - \frac{2}{20} = \frac{25}{20} - \frac{2}{20} = \frac{23}{20}$

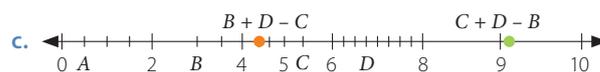
b.
$$3\frac{1}{6} + 1\frac{1}{4} - \frac{1}{10} = 3\frac{10}{60} + 1\frac{15}{60} - \frac{6}{60} = 4\frac{35}{60} = \frac{275}{60}$$

Lo correcto es: $3\frac{10}{60} + 1\frac{15}{60} - \frac{6}{60} = 4\frac{19}{60} = \frac{259}{60}$

7. a. Verdadera.
 b. Falsa. La igualdad correcta es $\frac{11}{5} - 1\frac{1}{15} = 2\frac{1}{5} - \frac{15}{15}$.
 c. Falsa. La igualdad correcta es $\frac{15}{8} + \frac{13}{2} - \frac{2}{5} = \frac{75}{40} + \frac{260}{40} - \frac{16}{40} = \frac{75 + 260 - 16}{40}$.
 d. Verdadera.



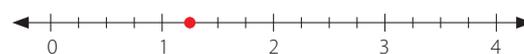
b. $A = \frac{1}{2}, B = 3, C = 5\frac{1}{3}, D = 6\frac{3}{4}, A+B = 3\frac{1}{2}, B+C = 8\frac{1}{3}$



d. $B+D-C = 4\frac{5}{12}, C+D-B = 9\frac{1}{12}$

9. a. $\frac{116}{5}$ cm b. 21 cm c. $3\frac{4}{5}$ m

10. a. Preparación de la pared.



Pintura.



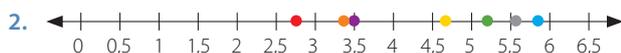
- El artista demorará $3\frac{3}{4}$ h en realizar el trabajo.
- Sergio trotó $2\frac{39}{50}$ h en los tres días.
- Benito recorrió $1\frac{23}{60}$ km.
- Angélica tiene $2\frac{27}{100}$ kg de mezcla.
- Carlos demora $25\frac{2}{15}$ min.
- Faltan $1\frac{1}{8}$ L para llenarla.
- Los números que satisfacen las condiciones del problema son 6 y 7.
- a. Miden $\frac{17}{5}$ m.
- b. El tercer cartel mide $\frac{6}{5}$ m más que el primero.

Páginas 50 y 51

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2

1. Rojo $\rightarrow 2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$ Amarillo $\rightarrow 4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$

Verde $\rightarrow 5 \frac{1}{6} = \frac{31}{6}$ Gris $\rightarrow 5 \frac{19}{36} = \frac{199}{36}$
 Anaranjado $\rightarrow 3 \frac{17}{36} = \frac{125}{36}$ Morado $\rightarrow 3 \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$
 Celeste $\rightarrow 5 \frac{11}{12} = \frac{71}{12}$



3. a. $\frac{59}{6}$
 b. 9
 c. $\frac{127}{12}$

4. Abarcan $8 \frac{1}{3}$ m² más.
 5. Se puede igualar los denominadores y luego realizar la operación. Por ejemplo, $\frac{5}{4} + \frac{7}{6} = \frac{15}{12} + \frac{14}{12} = \frac{29}{12}$
 6. Lograron realizar $\frac{5}{8}$ de la obra al finalizar el segundo día.
 7. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos.

Ejemplo 1: ¿Cuántos metros cuadrados abarcan los colores morado y rojo juntos?

Respuesta: Abarcan $6 \frac{1}{4}$ m².

Ejemplo 2: ¿Cuál es el color que se utilizó en mayor cantidad?
 Respuesta: El color celeste.

Tema 3: Números decimales

Página 52

Recuerdo lo que sé

1. sumar; verticalmente; enteros; décimos.
 2. a. 4,3 b. 1,7 c. 18,75 d. 300
 3. a.
 b.
 c.

4. $0,75 < 1,3 < 2,25$

Página 53

Diseño mi estrategia

1. Comprará 2,5 kg de frutos secos.
2. Cada envase tendrá 0,4 kg de mermelada.

3. Se relacionan con la multiplicación y con la división, respectivamente.

Página 54

Multiplicación de números decimales

Exploro

- Artesanía: 4
 Gastronomía: 8,5
 Idiomas: 2,25
- Se deben sumar las cantidades de ambos sectores. La operación es $8,5 + 2,25$ y resulta 10,75.
- Al estand de bailes le corresponde 4,4 kg y al estand de artesanía le corresponde 6,4 kg de fruta. Se debe multiplicar el valor correspondiente al sector por los kilogramos de fruta.

Páginas de la 57 a la 59

Practico

1. a. $0,7 \cdot 4 = 2,8$ b. $1,36 \cdot 2 = 2,72$
 2. a. 0,42 d. 2,884 g. 0,12 j. 13,476
 b. 1,5 e. 6 h. 4,2 k. 165,225
 c. 4,24 f. 13,083 i. 2,142 l. 12,154

3.

Multiplicación	$1 \cdot 0,1$	$10 \cdot 0,1$	$100 \cdot 0,1$	$1 \cdot 0,01$	$10 \cdot 0,01$	$100 \cdot 0,01$
Producto	0,1	1	10	0,01	0,1	1

- a. Al multiplicar por 1, 10 o 100, la coma decimal se desplaza hacia la derecha.
 b. Se mantiene la misma regularidad.
4. a. 0,57 d. 4 g. 124,1
 b. 7 e. 4,56 h. 8,005
 c. 5 f. 11,6 i. 280
5. a.
$$\begin{array}{r} 12,75 \cdot 3,2 \\ 2550 \\ + 3825 \\ \hline 40700 \end{array}$$

 Lo correcto es 40,8.
 b.
$$\begin{array}{r} 6,7 \cdot 4,89 \\ 603 \\ + 268 \\ \hline 32763 \end{array}$$

 Lo correcto es 32,763.
6. a. $90,9 \text{ cm}^2$ c. $6001,2 \text{ cm}^2$
 b. $3150,05 \text{ mm}^2$ d. $0,15 \text{ m}^2$

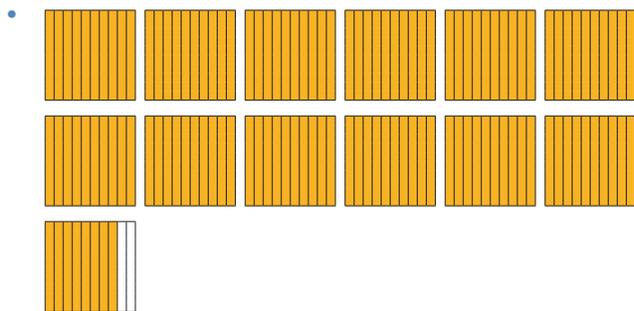
7. a. Demora 100,56 s.
 b. La temperatura será de $143,1 \text{ }^\circ\text{C}$.
 c. Tiene 62,75 kg.
 d. Obtendrán 558,775 kg de papas. Recibirán \$ 223 510 si las venden todas.
 e. Contienen 0,375 kg.
 f. Quedaron 15,25 L de bebida.
 g. Se necesitan 6,125 L de pintura.
 h. Tardará 4,725 h.
 i. Se fabricarán 9,75 m de guirnaldas.

8. a. $\rightarrow 161,8 \text{ s}$ b. demorará menos.
 $\rightarrow 154,52 \text{ s}$
 $\rightarrow 160,12 \text{ s}$

Página 60

División de números decimales

Exploro

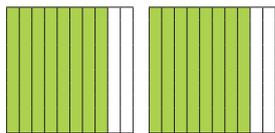


- Sí, ya que se pueden formar 8 grupos iguales en la representación.
- Se puede dividir el número que corresponde a la duración del cortometraje por 8. Luego, la duración de cada una de las 8 grabaciones del cortometraje es de 1,6 s.

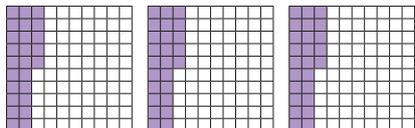
Páginas de la 63 a la 65

Practico

1. a. $1,6 : 2 = 0,8$



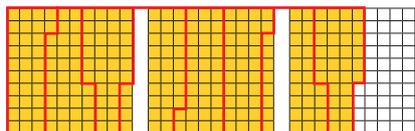
b. $0,75 : 3 = 0,25$



c. $2,8 : 0,4 = 7$



d. $2,56 : 0,32 = 8$



2. a. 0,5 c. 1,1 e. 0,9
 b. 0,4 d. 0,6 f. 1,3
3. a. 0,1 c. 1 e. 1,26 g. 80
 b. 0,03 d. 1,06 f. 2,08 h. 0,4
4. a. Nicolás está en lo correcto, ya que para determinar el dividendo se debe multiplicar el divisor por el cociente.

- b. Para determinar el divisor, es necesario dividir el dividendo con el cociente. Ejemplo:
 $4,1 : x = 2$ $x = 4,1 : 2$ $x = 2,05$

5. a. Falsa. Siempre será menor que 1.
 b. Falsa. El cociente es 1.
 c. Falsa. Por ejemplo, $1 : 0,5 = 2$.
 d. Verdadera. Por ejemplo, $0,5 : 0,25 = 2$ y $0,5 : 0,2 = 2,5$.

6. a. $7,31 : 2,15 = \quad \cdot 100$
 $731 : 215 = 3,04$
 $\begin{array}{r} - 645 \\ \hline 860 \\ - 860 \\ \hline 0 \end{array}$

El resultado correcto es 3,4.

b. $38,75 : 3,1 = \quad \cdot 100$
 $3875 : 31 = 125$
 $\begin{array}{r} - 31 \\ \hline 77 \\ - 62 \\ \hline 155 \\ - 155 \\ \hline 0 \end{array}$

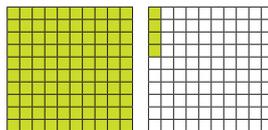
El resultado correcto es 12,5.

7. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos.
- a. ¿Cuántas bolsas se necesitan?
 Respuesta: Se necesitan 18 bolsas.
- b. ¿Cuál es el precio de un litro de bencina?
 Respuesta: El precio es \$ 730.
- c. ¿Cuánto recorre Lucía diariamente?
 Respuesta: Recorre 17,5 km diarios.
8. a. 1,4 b. 0,14 c. 0,08 d. 0,055
 Una regularidad es que en el resultado se desplazará la coma decimal tantos espacios a la izquierda como ceros tenga el divisor.
9. a. Cada bolsa tiene 0,35 kg.
 b. Cada caja tiene una altura de 0,52 m.
 c. Cada trabajador recolecta 0,145 tonelada de fruta.
 d. Sí, ya que se necesitan 2,25 kg para llenar todos los saleros.
 e. La medida del largo es 4,3 m. Se puede calcular dividiendo el área por la medida del ancho.
10. a. Equivalen a 200 pennies.
 b. 5 dólares equivalen a 500 centavos.
 c. Se requieren 6 quarters para reunir 1,5 dólares.

Páginas 66 y 67

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 3

1. a. $26 \cdot 0,04 = 1,04$



- b. Se representa 0,04 en la recta numérica 26 veces.



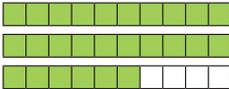
c.

$$\begin{array}{r} 0,04 \cdot 26 \\ 024 \\ + 008 \\ \hline 1,04 \end{array}$$

Se obtienen los mismos resultados.

2. a. Será de mayor tamaño, porque el valor de la escala es mayor.

b. $26 \cdot 0,1 = 2,6$



- c. Sí, se puede usar el mismo procedimiento, pero en este caso se debe representar 0,1 en la recta numérica 26 veces.

d.

$$\begin{array}{r} 0,1 \cdot 26 \\ 06 \\ + 02 \\ \hline 2,6 \end{array}$$

3. Se debe resolver la división entre la medida de la lámpara del modelo y 0,04. La medida real corresponde a 2,4 m.
4. La diferencia entre las medidas es de 0,144 m.
5. La medida real del ancho de una pieza del telón será de 9 m y en total mediría 18 m.
6. Respuesta variada. A continuación se muestra un ejemplo. En el Teatro Municipal de Santiago se quiere agregar cordeles decorativos en las orillas del telón. Si se dispone de 40 m de cordel y cada uno debe ser de la misma medida que la altura del telón, ¿alcanza para ubicar 4 cordeles?

Tema 4: Razones y porcentajes

Página 68

Recuerdo lo que sé

1. doble; guitarra; flauta; 0,25; 0,5.

2. a. Se diferencian en que en una se representa la cantidad de personas y en la otra, la fracción respecto del total.

- b. Los jóvenes que cantan representan $\frac{2}{8}$ del total.

- c. Flautistas: 0,5
Guitarristas: 0,25
Cantantes: 0,25

Página 69

Diseño mi estrategia

1. Niños \rightarrow 4 Niñas \rightarrow 2
2. La cantidad de niños es el doble que la de niñas.
3. Se deberían unir 8 niños.
4. Niños \rightarrow Niñas \rightarrow

Página 70

Razones

Exploro

- Por cada 1 gato hay 3 perros.



- Hay 3 perros negros, 2 cafés y 1 perro blanco.
- Como hay 3 perros negros por cada 2 cafés, se puede representar la relación pintando 3 recuadros para los perros negros y 2 para los cafés.

Páginas 72 y 73

Practico

1. a. 8 : 14 c. 8 : 6 e. 3 : 3
b. 6 : 14 d. 2 : 4 f. 2 : 6

2. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos de situaciones en cada caso.

- a.

Situación 1: En una tienda la razón entre la cantidad de zapatos y zapatillas es 10 es a 20.

Situación 2: En un curso de 30 estudiantes 10 son hombres y 20 son mujeres.

- b.

Situación 1: En una tienda hay 8 personas que trabajan en las cajas y 10 vendedores.

Situación 2: La razón entre las personas que prefiere tomar agua mineral con gas y sin gas es 8 es a 10.

- c.

Situación 1: La razón entre la cantidad de canarios y loros que hay en una habitación para su rehabilitación es 3 : 5.

Situación 2: Por cada 3 personas que están a favor de aprobar una ley, 5 no lo están.

- d.

Situación 1: En un grupo de scout la razón entre la cantidad de niños y niñas es de 5 es a 8.

Situación 2: La razón entre la cantidad de personas que prefiere el campo y la playa es de 5 es a 8.

3. a. $\frac{4}{12}$ y $\frac{8}{24}$ b. $\frac{2}{3}$ y $\frac{50}{75}$

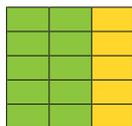
4. 24 asistentes no usaban gorros.

5. La razón entre los kilómetros recorridos y los minutos es 1 : 3.

Distancia (km)	5	10	15	20	22
Tiempo (min)	15	30	45	60	66

6. a. Magdalena está en lo correcto, ya que de un total de 15 recuadros pintó 10, que son los que representan los penales convertidos.

- b. La razón entre la cantidad de penales anotados y los fallados es 10 : 5, es decir, por cada 10 penales anotados 5 se fallan.



7. a. La razón entre los huevos de color y los blancos es 18 : 32.
 b. 8 personas apoyan al equipo A y 12 al equipo B.
 c. Una interpretación es que por cada 7 pernos aprobados, 3 son de mala calidad. 350 pernos pasan la prueba de calidad.
 d. 10 200 personas aprueban la gestión del alcalde. Además, se puede concluir que por cada 2 personas que la aprueban, 3 personas no aprueban la gestión del alcalde.

Página 74

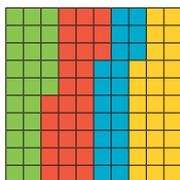
Porcentajes

Exploro

- Suspense $\rightarrow \frac{25}{100} = 0,25$ Drama $\rightarrow \frac{20}{100} = 0,2$
- Ciencia ficción $\rightarrow \frac{28}{100} = 0,28$ Infantil $\rightarrow \frac{27}{100} = 0,27$

- 25 : 100

- Suspense
- Ciencia ficción
- Drama
- Infantil

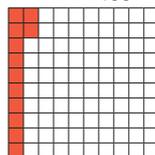


Páginas 76 y 77

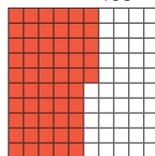
Practico

1. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos.
- 40%
Ejemplo: El 40% de los pacientes de un centro médico padece enfermedades cardiovasculares.
 - 50%
Ejemplo: En una encuesta realizada a los habitantes de una comuna, el 50% dijo estar disconforme con la propaganda de cuidado ambiental.
 - 85%
Ejemplo: El 85% de los estudiantes encuestados en un colegio dijeron realizar actividad física más de 2 veces por semana.
 - 25%
Ejemplo: En una empresa el 25% de los trabajadores no tiene hijos.
2. a. 45% $\rightarrow 0,45$
 b. 40% $\rightarrow 0,4$
 c. 25% $\rightarrow 0,25$
 d. 70% $\rightarrow 0,7$

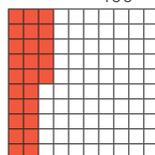
3. a. 12% $\rightarrow \frac{12}{100} = 0,12$



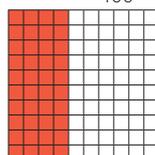
- b. 55% $\rightarrow \frac{55}{100} = 0,55$



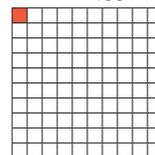
- c. 25% $\rightarrow \frac{25}{100} = 0,25$



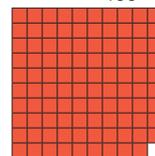
- d. 40% $\rightarrow \frac{40}{100} = 0,4$



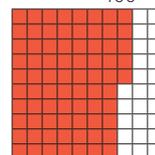
- e. 1% $\rightarrow \frac{1}{100} = 0,01$



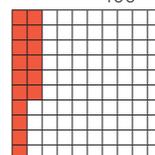
- f. 99% $\rightarrow \frac{99}{100} = 0,99$



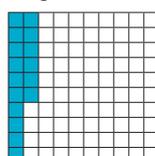
- g. 75% $\rightarrow \frac{75}{100} = 0,75$



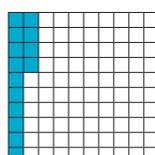
- h. 16% $\rightarrow \frac{16}{100} = 0,16$



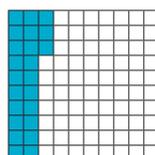
4. a. Biografía



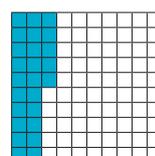
Romance



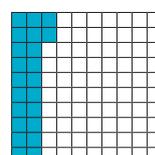
Policial



Drama



Fantasia



- El 77% no prefiere las novelas policiales.
- El 30% prefiere las novelas románticas o biográficas. Se calcula sumando los porcentajes de cada género.
- Su análisis es correcto, ya que el 25% corresponde a la cuarta parte del total de personas.
- Respuesta variada. Dependerá de la información recopilada.



6. a. Para calcular el 50% de un número se divide dicho número por 2 y para calcular el 10%, se divide por 10.
Ejemplos:
- El 50% de 20 es 10, ya que $20 : 2 = 10$.
 - El 10% de 30 es 3, ya que $30 : 10 = 3$.
- b. El 8% de 1 500 es 120. Se puede calcular multiplicando 0,08 por 1 500.
- c. El número es 100.
- d. No es correcto lo que dice Felipe, ya que el 10% de 10 es 1.
7. El 60% de los estudiantes del curso son mujeres.
8. 35% de 20
1ª forma $35\% \rightarrow 0,35$ $0,35 \cdot 20 = 7$
2ª forma $35\% \rightarrow \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$ $\frac{7}{20} \cdot 20 = (20 : 20) \cdot 7 = 7$
- 20% de 35
1ª forma $20\% \rightarrow 0,2$ $0,2 \cdot 35 = 7$
2ª forma $20\% \rightarrow \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ $\frac{1}{5} \cdot 35 = 35 : 5 = 7$
- a. Sí, ya que se obtiene el mismo resultado.
b. Sucede lo mismo, ya que el 20% de 80 es igual a 16 y el 80% de 20 también.

Páginas 78 y 79

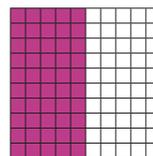
¿Cómo voy? Evaluación de proceso 4

1. a. 2 es a 1
- b. 3 es a 6
- c. 9 es a 3
- d. 6 es a 12
- e. 1 es a 12
2. a. 10 es a 5 c. 18 es a 6 e. 3 es a 36
b. 12 es a 24 d. 12 es a 24
3. La cantidad de tomates con la de naranjas están en la razón 2 : 3. No es lo mismo que 3 : 2, ya representaría que por cada 3 tomates hay 2 naranjas, cuya relación no es correcta.
4. La razón entre la cantidad de cajas de huevos que pagará Gonzalo y las que lleva es 6 : 9.

5. $10\% \rightarrow \frac{10}{100} = 0,1$

6. Se deberá pagar el 50% del precio total de la bolsa.

$$\frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0,5$$



7. Gonzalo pagará \$ 395. Para calcularlo se divide el precio normal por 2, ya que se debe pagar la mitad de ese valor.
8. Gonzalo deberá pagar \$ 2 250 por las frutas y verduras.
9. El porcentaje de naranjas con respecto del total de frutas y verduras se puede escribir como $\frac{3}{12}$. Luego, al amplificar se obtiene $\frac{25}{100}$, lo que equivale al 25%.

Páginas 80 y 81

Complementa tu aprendizaje

¡Sácate un 10!

Respuesta variada. El resultado dependerá de cada equipo.

Cálculo mental: Velocidad y precisión

A continuación se muestran los resultados de las preguntas.

1. 4 3. $\frac{14}{10}$ 5. 12,5 7. 150
2. 37 4. 30 6. 0,025 g 8. 0,75

Páginas de la 82 a la 84

¿Qué aprendí? Evaluación Final

Operaciones, múltiplos y factores

1. Se necesitarían 3 240 cubos.
2. a. Los números corresponden a los múltiplos de 2.
b. No corresponden. Lo correcto es $M(5) = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, \dots\}$
c. No corresponden. Los números son los divisores de 12.
3. a. Ambos están en lo correcto, pues en cualquiera de los dos casos se puede realizar una repartición equitativa de los packs de útiles escolares.
b. La mayor cantidad de packs de útiles escolares que se podrían repartir son 45, siendo dos cursos los beneficiados.
4. En el curso de 30 estudiantes se pueden organizar de diversas maneras, por ejemplo, 2 grupos de 15 estudiantes, 3 grupos de 10 o 5 grupos de 6 estudiantes. Sin embargo, en el curso de 37 estudiantes, no se pueden organizar grupos de igual cantidad de estudiantes, ya que 37 es un número primo.
5. Pasarán 12 horas para que vuelva a tomar los dos remedios juntos.

Fracciones y números mixtos

6. $A = 2\frac{1}{5}$

7. a. 0

b. $\frac{154}{15} = 10\frac{4}{15}$

c. $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

d. $\frac{6}{35}$

e. $\frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$

f. $\frac{35}{12} = 2\frac{11}{12}$

g. $\frac{217}{36} = 6\frac{1}{36}$

h. $\frac{29}{5} = 5\frac{4}{5}$

8. Vicente tendrá que ir a comprar $1\frac{3}{20}$ kg de verduras.

Números decimales

9. Puede recorrer 142,1 km.

10. El error está en ubicar la coma en el producto.

$$\begin{array}{r} 6,1 \cdot 1,2 \\ 122 \\ + 61 \\ \hline 73,2 \end{array}$$

El resultado correcto es 7,32.

11. Al multiplicar un decimal por 10, 100 o 1 000, se desplaza la coma decimal tantos lugares a la derecha como ceros tenga el número. Por ejemplo:

$$5,23 \cdot 10 = 52,3$$

$$10,863 \cdot 1\,000 = 10\,863$$

$$4,256 \cdot 100 = 425,6$$

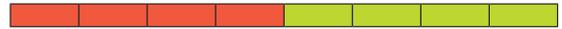
12. La medida del largo del rectángulo es 12,3 cm.

13. El área de la pared es 15,3 m².

14. Silvana debe obtener como mínimo un 6,1.

Razones y porcentajes

15. a. 4 : 4



b. 5 : 29



c. 5 : 5



d. 4 : 3



16. • Verdes → 25 %

• Rosadas → 27 %

• Moradas → 15 %

• Anaranjadas → 18 %

• Azules → 15 %

17. a. El 36 % del total de las personas tiene más de 20 años.

b. 5 viajes demoraron menos de una hora.

Unidad 2 Patrones y álgebra

Páginas 88 y 89

¿Cuánto sé? Evaluación inicial

Patrones



2. a. 1, 6, 11, 16, 21, 26, 31, 36, ...
b. 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, ...

3. a.

Figura	1	2	3	4	5	6
Cantidad de ●	1	3	6	10	15	21

- b. Se puede sumar el número de la figura con la cantidad anterior de ●. Es decir, a cantidad de ● de la primera figura se le suman dos, a la segunda figura se le suman tres, a la tercera figura se le suma cuatro, a la cuarta figura se le suman cinco, y así sucesivamente.
4. a. Multiplicar por 2
3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, ...
b. Sumar 19
25, 44, 63, 82, 101, 120, 139, ...
c. Restar 8
103, 95, 87, 79, 71, 63, 55, ...

Ecuaciones

5. a. $x = 38$ c. $z = 25$ e. $c = 55$
b. $y = 15$ d. $a = 105$ f. $b = 150$
6. a. $23 + x + 16 = 48$
b. Sí, ya que al remplazar el valor obtenido se cumple la igualdad.
7. Respuesta variada.
A continuación se muestran 2 ejemplos en cada caso.
- a. **Ejemplo 1:** Si he gastado 150 megabytes de una bolsa de 1 250 megabytes, ¿cuánto megabytes me quedan por consumir?
R: Me quedan por consumir 1 100 megabytes.
Ejemplo 2: Olga compró una bolsa de orégano en \$ 150 y algunos duraznos. Si en ambos productos gastó \$ 1 250, ¿cuánto pagó por los duraznos?
R: Pagó \$ 1 100 por los duraznos.
- b. **Ejemplo 1:** El recorrido de una cicletada tiene 3 500 m. Si Bárbara ha recorrido 1 980 m, ¿cuánto le falta para llegar a la meta?
R: Le faltan 1 520 m.
Ejemplo 2: Una saga de libros tiene en total 3 500 páginas y Fabián ha leído 1 980. ¿Cuántas le faltan para terminar la saga completa?
R: Le faltan 1 520 páginas.

- c. **Ejemplo 1:** Un producto está en promoción. Si al comprar tres de ellos se paga \$ 9 000, ¿cuál es el precio del producto?
R: El precio es de \$ 3 000.

Ejemplo 2: Carmen compra el mismo regalo a sus tres nietos. Si en total pagó \$ 9 000, ¿cuál es el precio de uno de ellos?
R: El precio es de \$ 3 000.

Tema 1: Relaciones numéricas en tablas

Página 90

Recuerdo lo que sé

- patrón; regularidad; secuencia; sumar 5.
- 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, ...
Un patrón es sumar 5 a cada término de la secuencia.
- El número que le corresponde es 75.

Página 91

Diseño mi estrategia

- Registra la estatura cada 3 meses.
- Creció 1,5 cm entre cada medición.

3.

Posición del término	Valor del término
1	140
2	141,5
3	143
4	144,5
8	150,5
20	168,5

Página 92

Patrones en tablas

Exploro

•

Primera ronda de saltos					
Participante					
Cantidad de saltos	4	$4 + 2 = 6$	$6 + 2 = 8$	$8 + 2 = 10$	$10 + 2 = 12$

- Sumar 2
- Debo dar 24 saltos.

Páginas 94 y 95

Practico

- 12, 18, 24, 30, 36, 42
 - 100, 82, 64, 46, 28, 10
 - 5, 50, 500, 5 000, 50 000, 500 000
- 69, 78, 87
 - 628, 738, 848
 - 250, 238, 226

b.

Posición (n)	Valor del término
1	9
2	19
3	29
4	39
5	49

c.

Posición (n)	Valor del término
1	15
2	29
3	43
4	57
5	71

4. a. $2n + 1$
 b. Otra regla puede ser: $3 + 2(n - 1)$.
 c. Se puede reemplazar un valor de n y verificar el valor del término. Por ejemplo, si $n = 25$, se tiene que $2 \cdot 25 + 1 = 51$.
5. La base del triángulo 41 mide 124 cm.
6. No, ya que si se considera el cuarto término y se reemplaza en $5 \cdot n$, se obtiene 20 y no 45 como corresponde. Una expresión general es $5 \cdot (n + 5)$.

7. a.

Figura (n)	1	2	3	4
Cantidad de 	1	3	5	7

Una expresión general es $2n - 1$. La figura 16 tendrá 31 .

- b. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos.

Ejemplo 1

Secuencia: 8, 13, 18, 23, ...

Posición (n)	1	2	3	4
Valor del término	8	13	18	23

Una expresión general es $5n + 3$.

Ejemplo 2

Secuencia:

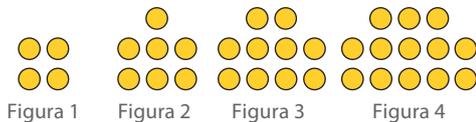


Figura (n)	1	2	3	4
Cantidad de 	4	7	10	13

Una expresión general es $3n + 1$.

8. a. Julio pagará la bicicleta en 6 cuotas.
 b. En la sexta cuota.

- c. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos.

Ejemplo 1: Después de la primera cuota, ¿cuánto queda por pagar?

R: Queda por pagar \$ 150 000.

Ejemplo 2: Si otra bicicleta cuesta \$ 260 000 y se paga en cuotas que siguen el mismo patrón, ¿en cuántas cuotas se pagará?

R: Se pagará en 8 cuotas.

9.

Cuadrado	1	2	3	4	5
Perímetro (cm)	4	8	16	32	64

La medida del lado del quinto cuadrado será 16 cm.

Páginas 100 y 101

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 1

1. a.



Mes	Dinero reunido
1	\$ 4 500
2	\$ 9 000
3	\$ 13 500
4	\$ 18 000

Patrón de formación:
+4 500

- b.



Mes	Dinero reunido
1	\$ 22 500
2	\$ 25 000
3	\$ 27 500
4	\$ 30 000

Patrón de formación:
+2 500

- c.



Mes	Dinero reunido
1	\$ 67 000
2	\$ 65 500
3	\$ 64 000
4	\$ 62 500

Patrón de formación:
-1 500

2. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos.

Ejemplo 1: Completar las tablas hasta el mes 12.

Ejemplo 2: Escribir una regla en lenguaje matemático y determinar el valor del término 12.

3. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos con 2 preguntas cada uno.

Ejemplo 1:

- ¿Cuánto más reúne  en el segundo mes con respecto a ?

R: Reúne \$ 16 000 más.

- ¿Cuánto tendrá ahorrado  en total?

R: Tendrá ahorrado \$ 50 000.

Páginas 110 y 111

Practico

- Algebraica
 - Algebraica
 - Algebraica
 - Numérica
 - Algebraica
 - Numérica
 - Algebraica
 - Numérica
 - Una expresión algebraica está formada por letras, números y operaciones, mientras que la numérica solo por números y operaciones.
- $n - 1$
 - $n + 1$
 - $2a - 1 = b$
 - Sí, gastaron la misma cantidad.
 - $2n$
 - $2n + 1$
 - $2a + 2 = b$
 - No se puede generalizar, ya que el costo por artículo es distinto.
- $P = 3a$
 - $A = a \cdot a$
- $A = a \cdot b$

Página 112

Valorización de expresiones algebraicas

Exploro

- $c + 11$
- Las 55 colaciones se remplazan en "c", es decir, $55 + 11 = 66$.
- No es correcto, ya que se debe utilizar la expresión $450 \cdot x$, siendo "x" la cantidad de colaciones vendidas.

Páginas 114 y 115

Practico

	a	b	c	a + b	a · b - c	2 · c + b
1.	3	2	1	5	5	4
	5	5	5	10	20	15
	10	4	12	14	28	28
	2	8	15	10	1	38

	Expresión	n = 1	n = 2	n = 3	n = 4
2.	$2 \cdot n$	2	4	6	8
	$2 \cdot n - 1$	1	3	5	7

- En cada expresión se va sumando 2.
 - Representa a los números pares.
 - Representa a los números impares. No es posible obtener un número par, pues al remplazar en $2 \cdot n$ se obtiene un número par y luego se le debe restar 1, un par menos 1 siempre es impar.
- 19 cm
 - 51 m
 - 442 mm^2
 - 192 cm^2
 - Sí, ya que al multiplicar cualquier número natural se obtendrá un múltiplo de 3.

b. Múltiplos de 4: $4x$

x	$4x$
1	4
2	8
3	12
4	16

Múltiplos de 5: $5x$

x	$5x$
1	5
2	10
3	15
4	20

- $g = 3n + 3$
 - Gabriela tiene 48 años, ya que $g = 3 \cdot 15 + 3 = 45 + 3 = 48$.
- 9000000000
 - Respuesta variada.

Páginas 116 y 117

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2

Cantidad de rectángulos	Medida del largo (cm)	Medida del ancho (cm)	Perímetro (cm)	Área (cm^2)
1	8	6	28	48
2	16	6	44	96
3	24	6	60	144
4	32	6	76	192

- El perímetro sería 156 cm y el área 432 cm^2 .
- Con el ancho no, ya que siempre es el mismo. Con el largo existe relación, pues son múltiplos de ocho (en este caso).
- El perímetro está relacionado con el perímetro del primer rectángulo multiplicado por la cantidad de rectángulos utilizados, pero a este valor se le debe descontar los lados que se encuentran unidos. El área también está relacionada, pues son múltiplos del área de uno de los rectángulos.

Cantidad de rectángulos	Largo (l)	Ancho (a)	Perímetro (P)	Área (A)
1	l	a	$2 \cdot l + 2 \cdot a$	$l \cdot a$
2	$2 \cdot l$	a	$2 \cdot 2 \cdot l + 2 \cdot a$	$2 \cdot l \cdot a$
3	$3 \cdot l$	a	$2 \cdot 3 \cdot l + 2 \cdot a$	$3 \cdot l \cdot a$
4	$4 \cdot l$	a	$2 \cdot 4 \cdot l + 2 \cdot a$	$4 \cdot l \cdot a$

- Sí, se puede, ya que en la multiplicación y en la adición se cumple la conmutatividad.
Respuesta variada. A continuación se muestran 3 ejemplos.
Ejemplo 1: largo 8 cm y ancho 6 cm.
Perímetro: $16 + 12 = 12 + 16 = 28$ cm.
Área $8 \cdot 6 = 6 \cdot 8 = 48 \text{ cm}^2$.
Ejemplo 2: largo 16 cm y ancho 6 cm.
Perímetro: $32 + 12 = 12 + 32 = 44$ cm.
Área $16 \cdot 6 = 6 \cdot 16 = 96 \text{ cm}^2$.
Ejemplo 3: largo 24 cm y ancho 6 cm.
Perímetro: $48 + 12 = 12 + 48 = 60$ cm.
Área $24 \cdot 6 = 6 \cdot 24 = 144 \text{ cm}^2$.
- Se considera un rectángulo de largo a y ancho b.
Área: $a \cdot b = b \cdot a$.

6. a. $27 = 3x$
 $3 \cdot 9 = 3x$
 Luego, $x = 9$.
- b. $2y - 6 = 18$
 $2y - 6 = 2 \cdot 12 - 6$
 Luego, $y = 12$.
- c. $8a = 56$
 $8a = 8 \cdot 7$
 Luego, $a = 7$.
- d. $13 = 2x - 1$
 $13 = 2 \cdot 7 - 1$
 Luego, $x = 7$.
- e. $2 = x : 900$
 $1\ 800 : 900 = x : 900$
 Luego, $x = 1\ 800$.
- f. $7a + 7 = 56$
 $7a + 7 = 7 \cdot 7 + 7$
 Luego, $a = 7$.
- g. $17 - 2n = 9$
 $17 - 2n = 17 - 2 \cdot 4$
 Luego, $n = 4$.
- h. $5x - 5 = 15 - 5$
 $5x - 5 = 5 \cdot 3 - 5$
 Luego, $x = 3$.

7. El valor de x siempre será 1.
Ejemplos:

$$x \cdot 5 = 5 \quad x \cdot 20 = 20$$

$$1 \cdot 5 = 5 \quad 1 \cdot 20 = 20$$

8. ① $x + 2 = 13; x = 11$
 ② $3x = 3; x = 1$
 ③ $2x - 500 = 1\ 500;$
 $x = 1\ 000$
 ④ $2x = 6; x = 3$
 ⑤ $x - 20 = 20; x = 40$
 ⑥ $x : 2 = 4; x = 8$



9. a. $47 + x = 119$
 $47 - 47 + x = 119 + 47$
 $x = 166$

Corrección: $47 + x = 119$
 $47 - 47 + x = 119 - 47$
 $x = 72$

- b. $17 + x = 25$
 $17 - 17 + x = 25 - 17$
 $x = 9$

Corrección: $17 + x = 25$
 $17 - 17 + x = 25 - 17$
 $x = 8$

- c. $82 + x = 173$
 $82 - 82 + x = 173$
 $x = 173$

Corrección: $82 + x = 173$
 $82 - 82 + x = 173 - 82$
 $x = 91$

10. a. El primer día recorre 12 km, el segundo 15 km, el tercer día 18 km, el cuarto día 21 km y el quinto día 24 km.
 b. El primer día recorre 8 km, el segundo 13 km, el tercer día 18 km, el cuarto día 23 km y el quinto día 28 km.

Páginas 130 y 131

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 3

Longitud del fémur (cm)	Estatura de una mujer	Estatura de un hombre
35	$2 \cdot 35 + 73 = 143$	$2 \cdot 35 + 82 = 152$
37	$2 \cdot 37 + 73 = 147$	$2 \cdot 37 + 82 = 156$
40	$2 \cdot 40 + 73 = 153$	$2 \cdot 40 + 82 = 162$

2. $145 = 2 \cdot f + 73$
 3. $E = 2 \cdot 39 + 82 + 4$
 4. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos.

Ejemplo 1: Si una mujer mide 171 cm, ¿cuánto mide su fémur?

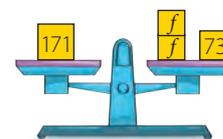
$$171 = 2 \cdot f + 73$$

$$171 - 73 = 2 \cdot f + 73 - 73$$

$$98 = 2 \cdot f$$

$$98 = 2 \cdot 49$$

$$f = 49$$



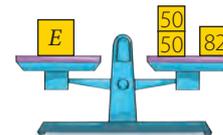
El fémur de la mujer mide 49 cm.

Ejemplo 2: El fémur de un joven mide 50 cm. ¿Cuál es su estatura?

$$E = 2 \cdot 50 + 82$$

$$E = 100 + 82$$

$$E = 182$$



La estatura del joven es 182 cm.

5. No, porque la expresión que relaciona la estatura y la longitud del fémur para hombres y mujeres es distinta. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos.

Ejemplo 1: Si un hombre y una mujer miden 150 cm, la longitud de su fémur será:

Mujer: $150 = 2f + 73$ Hombre: $150 = 2f + 82$
 $f = 38,5$ $f = 34$

Luego, la medida del fémur del hombre y de la mujer es distinta.

Ejemplo 2: Si un hombre y una mujer miden 175 cm, la longitud de su fémur será:

Mujer: $175 = 2f + 73$ Hombre: $175 = 2f + 82$
 $f = 51$ $f = 46,5$

Luego, la medida del fémur del hombre y de la mujer es distinta.

Nombre	Estatura (E)	Ecuación	Descomposición	Fémur (f)	Comprobación
Carolina	153 cm	$2f + 73 = 153$	$2f + 73 = 2 \cdot 40 + 73$	40	$2 \cdot 40 + 73 = 153$ $153 = 153$
Felipe	171 cm	$2f + 82 = 171$	$2f + 82 = 2 \cdot 44,5 + 82$	44,5	$2 \cdot 44,5 + 82 = 171$ $171 = 171$
Catalina	157 cm	$2f + 73 = 157$	$2f + 73 = 2 \cdot 42 + 73$	42	$2 \cdot 42 + 73 = 157$ $157 = 157$

7. La estatura real no coincidirá exactamente porque se trabaja con aproximaciones de las longitudes.

8. Su fémur mide 29,5 cm.
Es más conveniente usar las propiedades de la igualdad, ya que en este caso el resultado es un número decimal.

Páginas 132 y 133

Complementa tu aprendizaje

1. Respuesta variada. Dependerá de lo obtenido por cada grupo.

2.

	Andrés	Viviana	Alejandra	Pablo
Deporte preferido	Fútbol	Natación	Atletismo	Básquetbol
Estatura (cm)	168	160	165	170

3. $e = 2$; $c = 3$; $i = 6$; $t = 1$; $a = 5$; $v = 20$; $o = 8$; $w = 10$; $n = 7$; $u = 4$.
La palabra secreta es: ecuación.

4.

Suma → 60		
20	24	
20		28
	24	16

 = 16

 = 20

 = 12

Suma → 99		
33	17	
35		27
	45	23

 = 49

 = 37

 = 31

Páginas de la 134 a la 136

¿Qué aprendí? Evaluación final

Relación numérica en tablas

1. a. Patrón: sumar 6. Expresión general: $6n$. Sexto término: 36.
b. Patrón: multiplicar cada término por sí mismo. Expresión general: $n \cdot n$. Sexto término: 36.

2. a.

Cantidad de puntos	Cantidad máxima de líneas que se pueden trazar
3	3
4	6
5	10
6	15

- b. Se podrán hacer 21 líneas.
c. Se puede determinar considerando los datos de la sección de puntos anterior y sumar la cantidad de puntos con la cantidad máxima de líneas que se pueden trazar.

Expresiones algebraicas

3. a. $4 \cdot 2x$
b. $n \cdot n$
c. $4 \cdot (a - 2)$. Donde a debe ser mayor que 2.
4. a. La expresión algebraica es $n + 3$.
b. El tiempo era $2 \cdot (n + 3)$
c. Al comienzo de su entrenamiento, Fabián tardaba 20 min.
5. a. Ancho: x cm. Largo: $(11 + x)$ cm

b.

Largo (cm)	Ancho (cm)	Perímetro (cm)	Área (cm ²)
12	1	$12 + 1 + 12 + 1 = 26$	$12 \cdot 1 = 12$
13	2	$13 + 2 + 13 + 2 = 30$	$13 \cdot 2 = 26$
14	3	$14 + 3 + 14 + 3 = 34$	$14 \cdot 3 = 42$
15	4	$15 + 4 + 15 + 4 = 38$	$15 \cdot 4 = 60$

- c. El perímetro es 78 cm.
d. Perímetro: $[2 \cdot x + 2 \cdot (11 + x)]$ cm. Área: $[x \cdot (11 + x)]$ cm².
6. a. Verdadera. La suma de dos números naturales resulta un número natural.
b. Falsa. No lo será cuando a sea mayor que b .
c. Falsa. Será cero si a y b tienen el mismo valor.

Ecuaciones

7. $c = 2500x$, donde x es la cantidad de adultos y c el valor por pagar.
8. Entraron 8 adultos.
9. Ingresaron 17 adultos.
10. Entraron 7 personas, 4 adultos y 3 niños.
11. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos.
Ejemplo 1: Dos adultos y una niña ingresaron a Laguna San Rafael y pagaron \$ 18 000 entre entradas y colaciones. ¿Cuánto costaron las colaciones?
R: Las colaciones costaron \$ 10 000 en total.
Ejemplo 2: Los integrantes de una familia conformada por adultos y niños cancelaron \$ 16 000 por concepto de entrada para ingresar a Laguna San Rafael. Si en total gastaron \$ 28 880, ¿cuánto gastaron en colación?
R: Gastaron \$ 12 880.

Unidad 3 Geometría y medición

Páginas 140 y 141

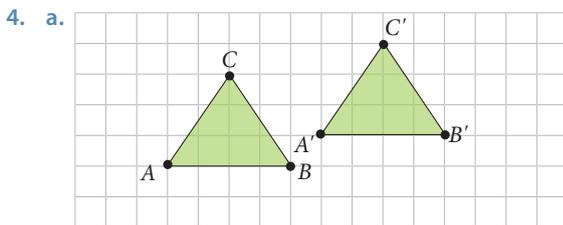
¿Cuánto sé? Evaluación inicial

Ángulos

- $\sphericalangle ABC$
 - $\sphericalangle CDE$
 - $\sphericalangle HJI$
- El ángulo de mayor medida es $\sphericalangle CDE$ y el de menor medida es $\sphericalangle HJI$.

Traslaciones

- (5, 1)
 - (3, 9)



- b. Las medidas de los lados y de los ángulos son iguales a las del triángulo original.

Área

- 100 mm²
 - 270 cm²
 - 300 m²
- La medida del ancho es 7 cm. Pueden existir otros rectángulos de igual área, por ejemplo un rectángulo de largo 28 cm y ancho 2 cm o un rectángulo de largo 14 cm y ancho 4 cm.

Volumen

- 60 unidades cúbicas.
- Fueron necesarios 39 cubos.
 - El volumen es 39 unidades cúbicas.

Tema 1: Ángulos

Página 142

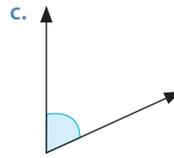
Recuerdo lo que sé

- igual; paralelos; menor.
- Se podría relacionar con triángulos, rectángulos, entre otros.
- Los ángulos α y β se relacionan con el ángulo que mide 50° y el ángulo γ con el ángulo que mide 90°.

Página 143

Diseño mi estrategia

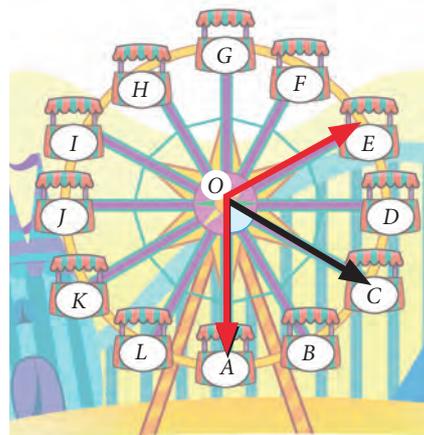
- Son menores que 90°.
- La altura de la montaña rusa aumentaría en ese sector.
- Los ángulos α y γ y los ángulos β y δ .
 - La suma de las medidas de los ángulos es igual a 180°.



Página 144

Estimación y medición de ángulos

Exploro



Es mayor el ángulo AOE.

- ✓ X Mide 90° ✓ ✓

Páginas 146 y 147

Practico

- 70°
 - 110°
 - 50°
 - 160°
- Entre 45° y 90°.
 - Entre 90° y 180°.
 - Entre 0° y 45°.
- La montaña rusa, ya que el área del sector circular es mayor.
 - A continuación se muestra la estimación de la medida del ángulo correspondiente a los siguientes sectores circulares:
 - Montaña rusa → entre 90° y 180°.
 - Casa del terror → entre 0° y 90°.
 - Autitos chocadores → entre 45° y 90°.
 - Rueda de la fortuna → entre 90° y 135°.
 - A continuación se muestra la medida del ángulo correspondiente a los siguientes sectores circulares:
 - Montaña rusa → 120°
 - Casa del terror → 60°
 - Autitos chocadores → 80°
 - Rueda de la fortuna → 100°
 - A continuación se muestra la clasificación del ángulo correspondiente a los siguientes sectores circulares:
 - Montaña rusa → Obtuso
 - Casa del terror → Agudo
 - Autitos chocadores → Agudo
 - Rueda de la fortuna → Obtuso

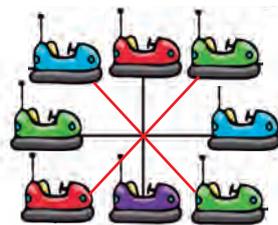
4. a. El ángulo mide entre 90° y 135° , el cual corresponde a un ángulo obtuso.
 b. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos. A las 9:00 horas se forma un ángulo recto. No es la única, ya que también se forma un ángulo recto a las 3:00 horas, 6:15 horas, 3:30 horas, entre otras.
 c. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos. A las 6:00 horas se forma un ángulo extendido. No es la única, ya que también se forma un ángulo extendido a las 12:30 horas, 9:15 horas, 3:45 horas, entre otras.

Página 148

Construcción de ángulos

Exploro

- La medida de los ángulos es 90° .

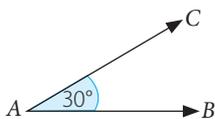


- Se pueden dibujar ángulos que midan 45° .

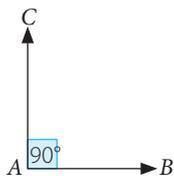
Página 151

Práctico

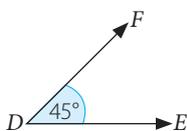
1. a.



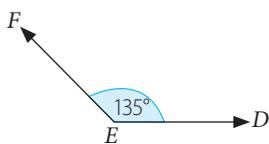
d.



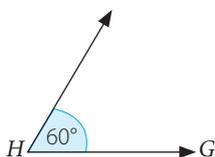
b.



e.



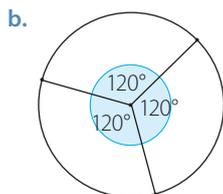
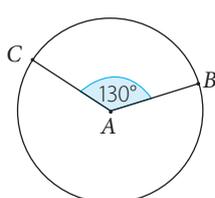
c.



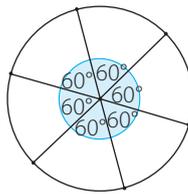
f.



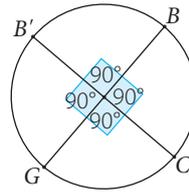
2. a.



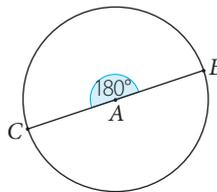
c.



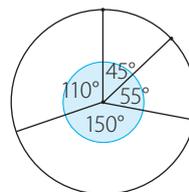
e.



d.

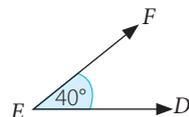
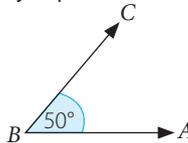


f.

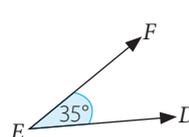
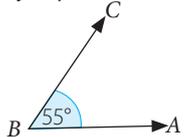


3. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos en cada caso.

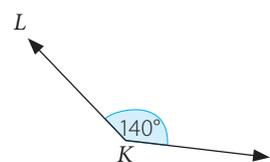
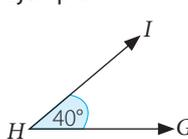
a. Ejemplo 1



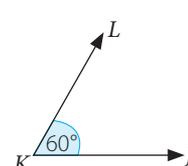
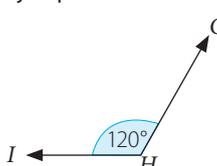
Ejemplo 2



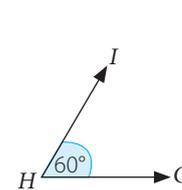
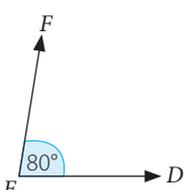
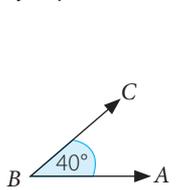
b. Ejemplo 1



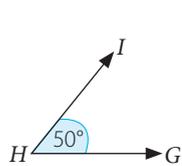
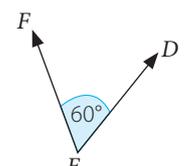
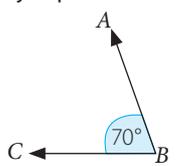
Ejemplo 2



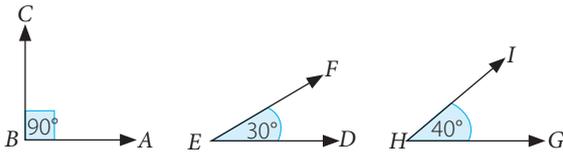
c. Ejemplo 1



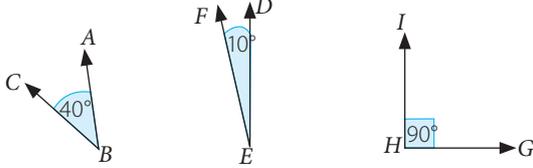
Ejemplo 2



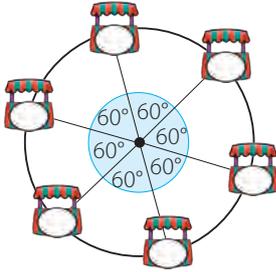
d. Ejemplo 1



Ejemplo 2



4.



- La medida del ángulo es 60° .
- Al poner 10 carritos, la medida del ángulo sería 36° .
- Para ubicar los carritos se debe determinar la medida del ángulo que se forma al dividir el círculo en 6 partes iguales, es decir, $360 : 6 = 60$. Luego, se pone el primer carro y se construyen ángulos de 60° hasta ubicar todos los carritos.

5. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos en cada caso.

a. Ejemplo 1



3:00 horas

Ejemplo 2



5:40 horas

b. Ejemplo 1



3:40 horas

Ejemplo 2



9:10 horas

c. Ejemplo 1



12:30 horas

Ejemplo 2

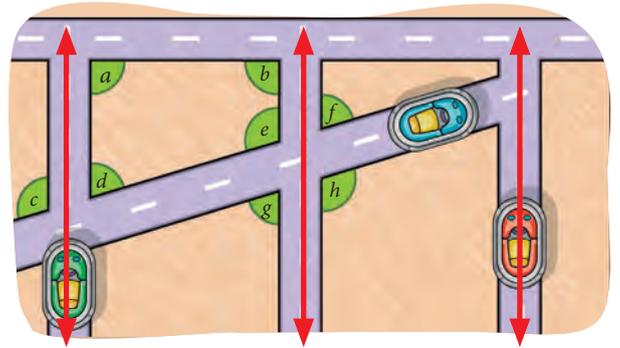


7:05 horas

Página 152

Ángulos entre rectas

Exploro



$a = 90^\circ$ $c = 110^\circ$ $e = 110^\circ$ $g = 70^\circ$
 Ángulo recto Ángulo obtuso Ángulo obtuso Ángulo agudo

$b = 90^\circ$ $d = 70^\circ$ $f = 70^\circ$ $h = 110^\circ$
 Ángulo recto Ángulo agudo Ángulo agudo Ángulo obtuso

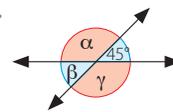
- Los ángulos se forman entre las rectas paralelas y la recta que las interseca. Además, se pueden identificar ángulos cuya suma es 180° . Hay ángulos que tienen igual medida, como por ejemplo a y b ; c y h ; e y h , entre otros.

Páginas 156 y 157

Practico

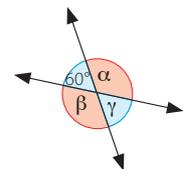
- $\beta = \delta = 70^\circ$; $\gamma = \alpha = 110^\circ$
 - $\alpha = \beta = 60^\circ$; $\gamma = \delta = 120$
 - $\alpha = \delta = 140^\circ$; $\gamma = \beta = 40^\circ$

2. a.



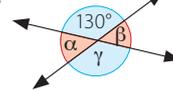
$\alpha = 135^\circ$; $\beta = 45^\circ$; $\gamma = 135^\circ$

c.



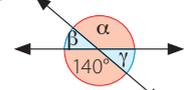
$\alpha = 120^\circ$; $\beta = 120^\circ$; $\gamma = 60^\circ$

b.



$\alpha = 50^\circ$; $\beta = 50^\circ$; $\gamma = 130^\circ$

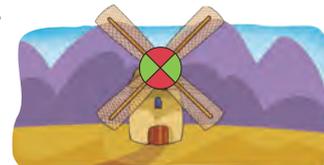
d.



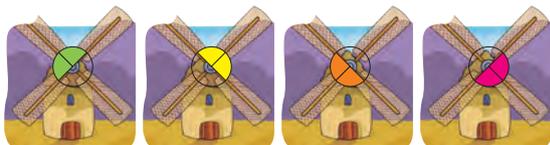
$\alpha = 140^\circ$; $\beta = 40^\circ$; $\gamma = 40^\circ$

- a. Las medidas de los ángulos son 90° .

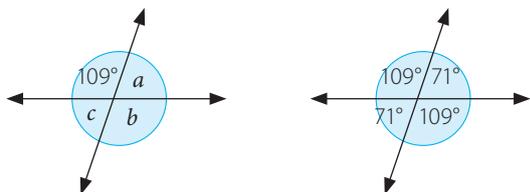
b.



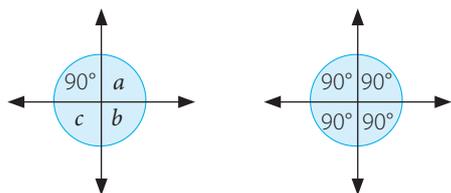
- c. Respuesta variada. A continuación se muestran todas las posibilidades.



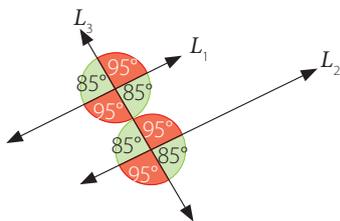
4. a. Ambos están en lo correcto, ya que en los dos casos se conoce la medida de uno de los ángulos, por lo que se pueden establecer relaciones entre los ángulos que se forman.
 b. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos. Ejemplo en el caso de Daniela.



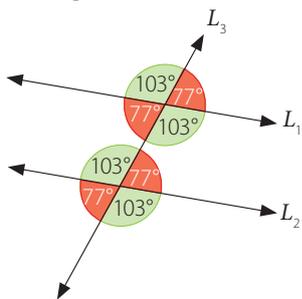
Ejemplo en el caso de Manuel



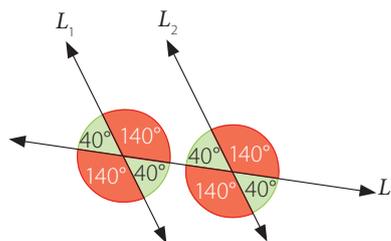
5. a. Falsa. Los ángulos opuestos por el vértice miden lo mismo y solo sumarán 180° si miden 90° cada uno.
 b. Verdadera.
 c. Falsa. Los ángulos alternos internos pueden estar entre 0° y 180° .
 d. Falsa. Los ángulos alternos externos pueden medir entre 0° y 180° .
 6. a. Los ángulos de color rojo tienen igual medida porque son ángulos correspondientes.



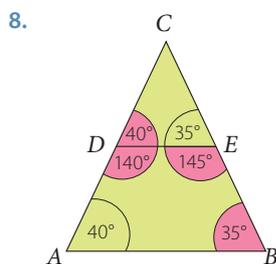
- b. Los ángulos de color rojo tienen igual medida porque son ángulos alternos internos.



- c. Los ángulos de color rojo tienen igual medida porque son ángulos alternos externos.

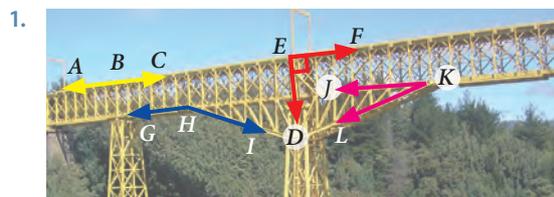


7. a. b. c.



Páginas 158 y 159

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 1



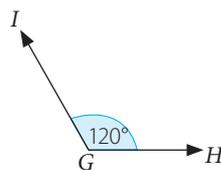
$$m(\sphericalangle ABC) = 180^\circ \quad m(\sphericalangle GHI) = 160^\circ$$

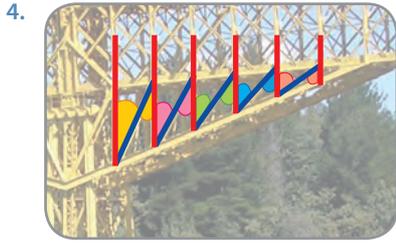
$$m(\sphericalangle DEF) = 90^\circ \quad m(\sphericalangle JKL) = 20^\circ$$

2. a. Entre 90° y 135° . Ángulo obtuso.
 b. Entre 0° y 45° . Ángulo agudo.
 c. Entre 135° y 180° . Ángulo obtuso.
 3. $45^\circ \rightarrow$ Ángulo agudo $30^\circ \rightarrow$ Ángulo agudo



$120^\circ \rightarrow$ Ángulo obtuso





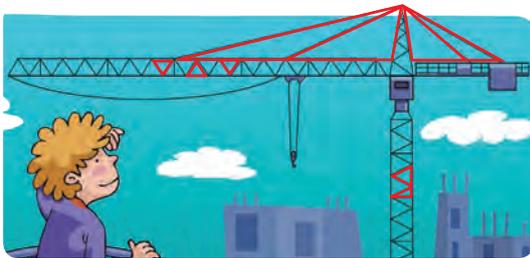
- 4.
5. a. Ángulos opuestos por el vértice:
 $\sphericalangle ABE$ y $\sphericalangle DBC$ $\sphericalangle FEG$ y $\sphericalangle HEB$
 $\sphericalangle CBA$ y $\sphericalangle EBD$ $\sphericalangle GEH$ y $\sphericalangle BEF$
 Ángulos alternos internos:
 $\sphericalangle HEB$ y $\sphericalangle ABE$ $\sphericalangle EBD$ y $\sphericalangle BEF$
 Ángulos alternos externos:
 $\sphericalangle FEG$ y $\sphericalangle DBC$ $\sphericalangle CBA$ y $\sphericalangle GEH$
- b. Ángulos opuestos por el vértice:
 $\sphericalangle SQP$ y $\sphericalangle RQT$ $\sphericalangle QTU$ y $\sphericalangle WTL$
 $\sphericalangle PQR$ y $\sphericalangle TQS$ $\sphericalangle LTQ$ y $\sphericalangle UTW$
 Ángulos alternos internos:
 $\sphericalangle TQS$ y $\sphericalangle QTU$ $\sphericalangle LTQ$ y $\sphericalangle RQT$
 Ángulos alternos externos:
 $\sphericalangle SQP$ y $\sphericalangle UTW$ $\sphericalangle PQR$ y $\sphericalangle WTL$

Tema 2: Construcción de triángulos

Página 160

Recuerdo lo que sé

- polígono; lados; vértices; medida.
- Respuesta variada. A continuación se muestran 4 ejemplos.
Una escuadra, la forma de alguna ventana, parte de la estructura que forma las mesas o sillas, la forma del techo, entre otros.
- Respuesta variada. A continuación se muestran 6 ejemplos.



- Los triángulos tienen igual forma y tamaño.

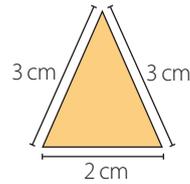
Página 161

Diseño mi estrategia

- a. Medida de los lados: 2,4 cm - 2,55 cm - 4,3 cm
Medida de los ángulos: 120° - 30° - 30°
Clasificación: Obtuso - agudo - agudo.
b. Medida de los lados: 2,55 cm - 2,3 cm - 3,4 cm
Medida de los ángulos: 90° - 45° - 45°
Clasificación: Recto - agudo - agudo.

- c. Medida de los lados: 2 cm - 1,2 cm - 2 cm
Medida de los ángulos: 70° - 40° - 40°
Clasificación: Agudo - agudo - agudo.

2.



Página 162

Clasificación de triángulos

Exploro

- a. Triángulo 1: $m(\sphericalangle BAC) = 90^\circ$, $m(\sphericalangle CBA) = 10^\circ$ y $m(\sphericalangle ACB) = 80^\circ$.
Triángulo 2: $m(\sphericalangle EDF) = 60^\circ$, $m(\sphericalangle FED) = 60^\circ$ y $m(\sphericalangle DFE) = 60^\circ$.
- b. Triángulo 1: $\sphericalangle BAC \rightarrow$ recto, $\sphericalangle CBA \rightarrow$ agudo, $\sphericalangle ACB \rightarrow$ agudo
Triángulo 2: $\sphericalangle EDF \rightarrow$ agudo, $\sphericalangle FED \rightarrow$ agudo, $\sphericalangle DFE \rightarrow$ agudo
- c. Las medidas de los lados son iguales.

Página 163

Practico

- a. $AB = 1,5$ cm $AC = 1,5$ cm $m(\sphericalangle ACB) = 60^\circ$
 $BC = 1,5$ cm $m(\sphericalangle BAC) = 60^\circ$ $m(\sphericalangle CBA) = 60^\circ$
Triángulo Equilátero
 - b. $DE = 2,1$ cm $FE = 3,0$ cm $m(\sphericalangle FED) = 45^\circ$
 $DF = 2,1$ cm $m(\sphericalangle EDF) = 90^\circ$ $m(\sphericalangle DFE) = 45^\circ$
Triángulo Rectángulo Isósceles
 - c. $XZ = 2$ cm $YZ = 2,7$ cm $m(\sphericalangle ZYX) = 38^\circ$
 $XY = 1$ cm $m(\sphericalangle YXZ) = 123^\circ$ $m(\sphericalangle XZY) = 19^\circ$
Triángulo Obtusángulo escaleno
- a. Un ángulo es obtuso y los otros dos son agudos.
b. Es un triángulo obtusángulo escaleno.

Página 164

Construcción de triángulos

Exploro

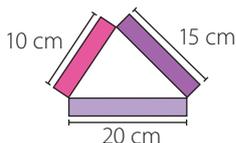
- Triángulo equilátero.
- Triángulo isósceles rectángulo.
- Triángulo isósceles rectángulo.

- Respuesta variada. A continuación se muestra un ejemplo.
Se pueden cortar palitos de 3 cm de largo y ubicarlos de manera que formen ángulos de 60° . Para ello, se puede utilizar el transportador para medir los ángulos. Luego, se construyen los triángulos, uno al lado del otro, como se muestra en el diseño.

Página 167

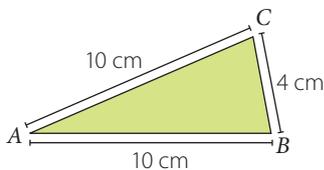
Practico

1. a.



- b. No es posible construir el triángulo.
 c. No es posible construir el triángulo.
 d. No se pueden construir todos los triángulos; solo se puede construir el triángulo formado por los rectángulos descritos en a. En los otros no se cumple la desigualdad triangular.

2. a.



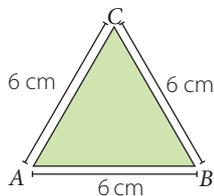
- b. c.

3. a. Falsa. Se debe cumplir la desigualdad triangular.

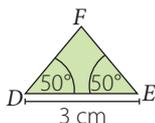
b. Verdadera.

4. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos.

- a. Para construir un triángulo equilátero de lado 6 cm, se debe trazar un segmento con dicha medida, y luego utilizando cada uno de los extremos de este segmento como centro de dos circunferencias de radio 6 cm, se marca el punto de intersección de las dos circunferencias y desde ahí se trazan dos segmentos a cada uno de los extremos del primer trazo dibujado.

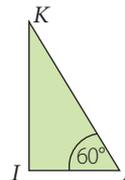


- b. Se traza un segmento de 3 cm, luego con el transportador utilizando como centro el punto E se marca un ángulo de 50° y se traza el segmento, de igual forma se repite el mismo procedimiento, ahora utilizando como centro el punto D. Luego, se forma el triángulo isósceles.



- c. Se construye con el transportador un ángulo de 60° cuyos lados tengan distintas medidas. Luego, se traza un

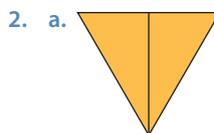
segmento, con distinta medida a los lados anteriores, que se interseque con los lados del ángulo para formar el triángulo.



Páginas 168 y 169

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2

1. El triángulo de porcelana se puede asociar con un triángulo equilátero.

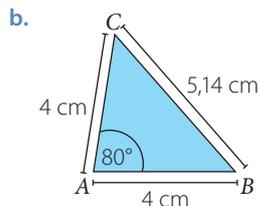


b. Se puede dividir de tres maneras.

c. Se clasifica como escaleno.

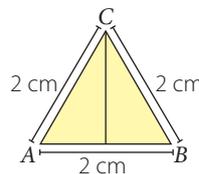
d. Sí. Para ello, se traza un segmento desde un vértice a un punto del lado opuesto distinto al punto medio de ese lado.

3. a. No, ya que el triángulo de porcelana se relaciona con un triángulo equilátero, por lo que no puede tener un ángulo de 80°.



b. No es posible construir un triángulo con esas características, ya que según las medidas de los lados dados, no se cumpliría la desigualdad triangular.

4. Se dibuja un triángulo equilátero ABC de lado 2 cm. Luego, se marca un punto cuya distancia desde el vértice A sea 1 cm. Por ese punto se traza una recta perpendicular al lado basal que pase por el vértice C.



Tema 3: Triángulos y cuadriláteros

Página 170

Recuerdo lo que sé

1. tres; ángulos; grados; cuadriláteros.

2. a. agudo; mide menos de 90°.

b. obtuso; mide más de 90° y menos de 180°.

- c. extendido; mide exactamente 180° .
- d. agudo; mide menos de 90° .
- e. recto; mide exactamente 90° .

Página 171

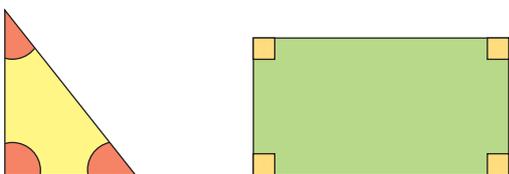
Diseño mi estrategia

1. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos.



2. Lados \rightarrow
 Vértices \rightarrow
 Ángulos interiores \rightarrow
3. Lados \rightarrow
 Vértices \rightarrow
 Ángulos interiores \rightarrow

4. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos.



Página 172

Ángulos interiores de un triángulo

Exploro

- $m(\sphericalangle CBA) =$
- $m(\sphericalangle ACB) =$
- $m(\sphericalangle BAC) =$
- La suma de las medidas de los ángulos interiores del triángulo es 180° .
- Sí, porque de lo contrario no se podría formar un triángulo.

Páginas 174 y 175

Practico

1. a. Suman 180° . Se puede saber al realizar la actividad.
 b. Ocurrirá lo mismo, ya que independiente del vértice que se elija la suma de los ángulos interiores será 180° .
 c. Sólo se podrá realizar si el vértice elegido es el que corresponde al ángulo obtuso, ya que con los otros vértices no se podrá hacer coincidir todos los ángulos.
2. a. 95° c. 30° e. 70°
 b. 55° d. 60° f. 60°
3. a. 125° b. 135°
4. a. Falsa. La suma entre esos dos ángulos sería 180° , por lo que no se podría formar un triángulo.
 b. Verdadera. En un triángulo equilátero la medida de los tres ángulos es la misma, por lo que para que la suma sea 180° , cada uno debe medir 60° .
 c. Verdadera. Al resolver la adición $35^\circ + 50^\circ + 95^\circ$ resulta 180° .
 d. Falsa. Por ejemplo, los ángulos interiores de un triángulo pueden medir 10° , 20° y 150° , y la suma entre 10° y 20° no es mayor que 150° .
5. a. 87° b. 81° c. 78°
 d. La suma de dos de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo (α y γ) es equivalente a la medida del ángulo exterior no adyacente (δ), es decir, $\delta = \alpha + \gamma$.

Página 176

Ángulos interiores de un cuadrilátero

Exploro

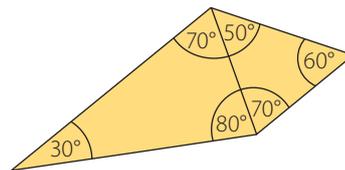
- El análisis de Daniel es correcto. A continuación se muestran 2 ejemplos.

Ejemplo 1: Al trazar la diagonal en un cuadrado se obtienen dos triángulos cuyos ángulos miden 90° , 45° y 45° . Al sumar, se obtiene que los ángulos interiores del cuadrado suman 360° .

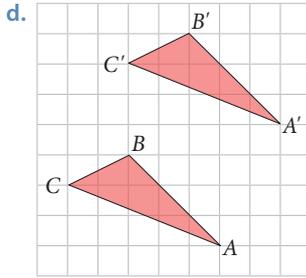
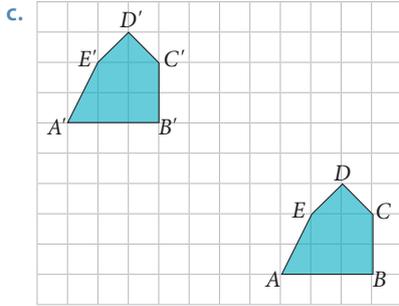


$$45^\circ + 45^\circ + 45^\circ + 45^\circ + 90^\circ + 90^\circ = 360^\circ$$

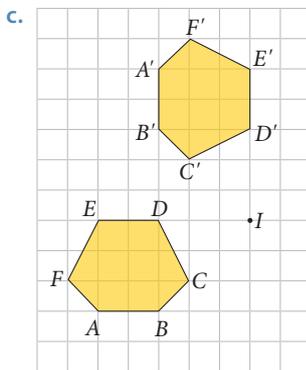
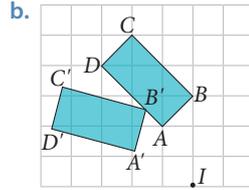
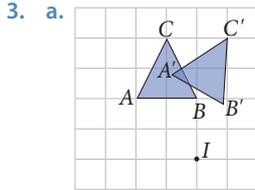
Ejemplo 2: Al dividir el siguiente cuadrilátero en 2 triángulos, se puede tomar como referencia la medida de los ángulos interiores de los triángulos para calcular la suma de los ángulos interiores del cuadrilátero.



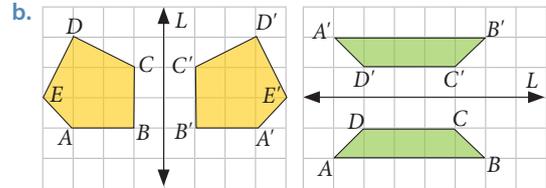
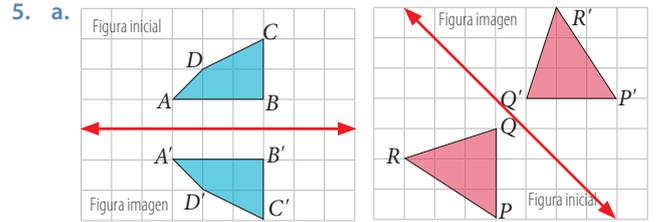
$$30^\circ + 80^\circ + 70^\circ + 50^\circ + 70^\circ + 60^\circ = 360^\circ$$



2. a. La figura inicial se traslada 4 unidades hacia la derecha y 4 unidades hacia arriba.
- b. La figura inicial se traslada 3 unidades hacia la izquierda y 3 unidades hacia abajo.
- c. La figura inicial se traslada 6 unidades hacia la derecha y 2 unidades hacia arriba.



4. a. Ángulo de rotación de 90° en sentido antihorario.
- b. Ángulo de rotación de 180° .
Una estrategia puede ser unir un vértice de la figura inicial con el centro de rotación y hacer lo mismo con el vértice correspondiente de la figura imagen. Luego, se mide el ángulo que se forma y de esa manera se puede obtener el ángulo de rotación.



Página 188

Teselaciones

Exploro

- Cuadrados y triángulos. Polígonos regulares.
- Rectángulos. Polígonos no regulares.
- Triángulos. Polígonos no regulares.
- Triángulos. Polígonos regulares.
- Hexágonos. Polígonos regulares.
- Se puede observar que las figuras en los diseños calzan sin dejar espacios ni sobreponerlas.

Página 191

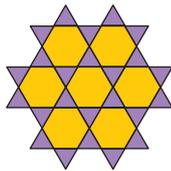
Practico

1. a.
-

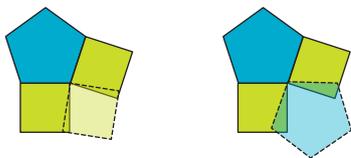
En el pentágono los ángulos que concurren en un punto no suman 360° .

- b. Es posible, ya que los ángulos que concurren en un punto suman 360° .
- c. No es posible, ya que los ángulos que concurren en un punto no suman 360° .

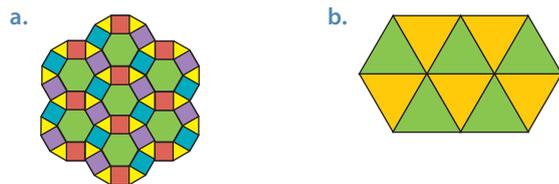
- d. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos. Se puede comprobar que es posible hacer el teselado con el hexágono y el triángulo.



Se puede observar que no es posible realizar el teselado con el cuadrado y el pentágono.



- e. Se pueden apreciar reflexiones, rotaciones y traslaciones.
2. a. Se pueden observar cuadrados, triángulos y hexágonos. Todos son polígonos regulares.
- b. Se observan teselados regulares en los diseños 1 y 2, y semirregular en el diseño 3.
3. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos.



4. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos.
- a. Para comprobar que corresponde a una teselación se debe cumplir que en cada punto donde concurren los vértices de las figuras utilizadas, la suma de los ángulos interiores sea igual a 360° .
- b. En los teselados se pueden apreciar reflexiones, rotaciones y traslaciones.

Páginas 192 y 193

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 4

1. a. Cuadrados y triángulos. Ambos son polígonos regulares.

- b. Hexágonos. Polígonos regulares.

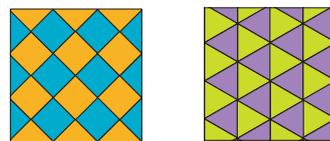
2. Se deben sumar las medidas de los ángulos interiores que concurren en un mismo vértice y verificar que la suma sea 360° .

3. Teselación semirregular, ya que está compuesta por dos polígonos regulares.

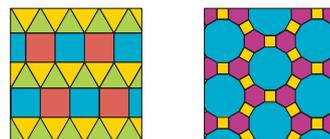
- Teselación regular, ya que está compuesta solo por un polígono regular.

4. Se puede aplicar una rotación o una reflexión.
5. Se puede obtener el polígono C o D, dependiendo del eje de reflexión. Para obtener el polígono D se puede aplicar una traslación, reflexión o una rotación al polígono C.
6. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos en cada caso.

Teselaciones regulares



Teselaciones semirregulares



Tema 5: Área y volumen

Página 194

Recuerdo lo que sé

- área; rectángulo; largo; ancho.
- El área de las ventanas expresadas en centímetros cuadrados son $16\,500\text{ cm}^2$ y $9\,000\text{ cm}^2$. Al expresarlas en metros cuadrados se obtiene $1,65\text{ m}^2$ y $0,9\text{ m}^2$.
- Para ambas cortinas se necesitan $32\,400\text{ cm}^2$ de tela. Para calcular lo anterior, se debe determinar las dimensiones a considerar para cada ventana, calcular el área y luego sumar los valores obtenidos.

Página 195

Diseño mi estrategia

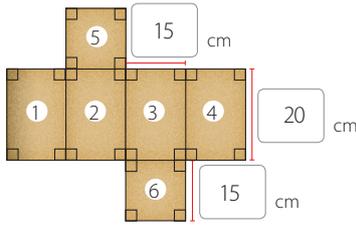
1. a.

- b. Representan las paredes de la fuente, la que se pueden relacionar con rectángulos.
- c. Se puede calcular el área de la cara exterior de cada pared y luego sumar los valores.

Página 196

Redes de cubos y paralelepípedos

Exploro

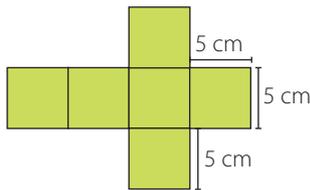


- Sí, ya que corresponde a la red asociada a un paralelepípedo.
- Las figuras 1, 2, 3 y 4 tienen forma de rectángulo y las figuras 5 y 6 tienen forma de cuadrado.
- Las figuras 1, 2, 3 y 4 tienen la misma forma y tamaño. Las figuras 5 y 6 tienen la misma forma y tamaño.

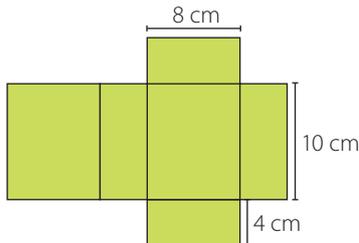
Página 199

Practico

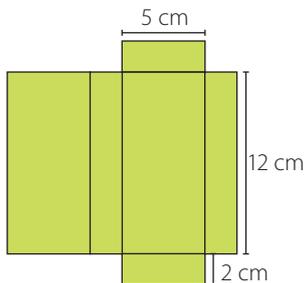
1. a.



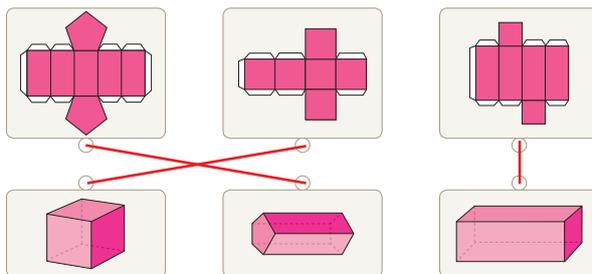
b.



c.



2.

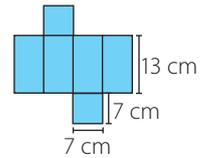
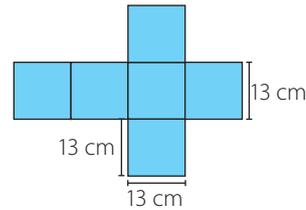


3. a. El cubo podría ser de 13 cm de arista. El paralelepípedo puede ser de base cuadrada de 7 cm de lado y 13 cm de altura.

Dado que el diámetro de la base del tazón no es igual a la altura de este, es más útil el paralelepípedo.

b. Red del cubo

Red del paralelepípedo



Página 200

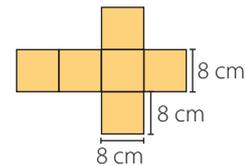
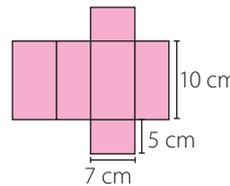
Área de cubos y paralelepípedos

Exploro

• Para saber en cuál de los dos diseños se requiere menos material, se puede calcular el área de cada uno. Para ello, se necesita conocer el largo, el ancho y el alto de cada diseño.

• Diseño de Daniel

Diseño de Carla



• El diseño de Daniel, ya que al calcular el área se obtiene 310 cm^2 , sin embargo el área del diseño de Carla es 384 cm^2 .

Páginas 202 y 203

Practico

1. a. 166 m^2

b. 294 cm^2

2. a. 3 m

b. 4 cm

c. 6 mm

3. a. Por cada contenedor debe pintar 6 m^2 , por lo tanto, por los 20 contenedores deberá pintar 120 m^2 en total.

- b. • La altura del mueble es de 160 cm.
- Barnizará $14\,400 \text{ cm}^2$, lo que corresponde a $1,44 \text{ m}^2$.

4. a. Verdadera.

Por ejemplo, el área de un cubo cuya arista mide 3 cm es 54 cm^2 , ya que el área de una cara es 9 cm^2 y al multiplicar por 6 se obtiene 54 cm^2 .

b. Falsa.

Por ejemplo, un paralelepípedo cuya área es 168 cm^2 , puede medir 6 cm de alto, 4 cm de ancho y 6 cm de largo. Otro paralelepípedo de igual área puede medir 3 cm de alto, 3,2 cm de ancho y 12 cm de largo.

c. Falsa.

Está compuesta por 6 cuadrados, que corresponden a las caras del cubo.

d. Verdadera.

Ambos tienen 6 caras, 8 vértices y 12 aristas.

5. Para determinar cuánto material, aproximadamente, fue necesario para la elaboración de los envases se debe calcular el área de cada uno de ellos.

Página 204

Volumen de cubos y paralelepípedos

Exploro

- En la base de la caja alcanzan 15 envases de perfumes.
- Alcanzan 4 envases de perfumes.
- La caja mide 50 cm de largo, 30 cm de ancho y 40 cm de alto.
- Se cuenta la cantidad de envases de perfumes que alcanzan a lo largo, ancho y alto de la caja y se multiplica cada cantidad por 10 cm.
- Es la medida del espacio que ocupa un cuerpo.

Páginas 206 y 207

Practico

- 180 cajas
 - 648 cajas
 - 220 cajas
- Para calcular el volumen de cada cubo se puede multiplicar la medida del largo, del ancho y del alto, lo que equivale a multiplicar por sí misma 3 veces la medida de la arista.
 - 512 mm³
 - 1 000 m³
 - 64 cm³
- 1 728 mm³
 - 125 cm³
 - 343 m³
- 630 cm³
 - 4 950 cm³
 - 1 176 cm³
- La medida de las aristas de cada cubo es 1 cm, 2 cm, 3 cm y 4 cm, respectivamente.
 - El volumen de cada cubo es 1 cm³, 8 cm³, 27 cm³ y 64 cm³, respectivamente.
 - El área se cuadruplica.
 - Será 8 veces el volumen del cubo original.
 - A medida que la arista aumenta 1 cm, esta se multiplica por los múltiplos de 6 y se obtiene el área de cada cubo. El volumen de cada cubo corresponde a la medida de la arista multiplicada 3 veces por sí misma.
- Verdadera. También se cumple si dos cubos tienen la misma área.
 - Verdadera. Por ejemplo, un cubo de arista 6 cm y un paralelepípedo de 12 cm de largo, 6 cm de ancho y 3 cm de alto.
 - Verdadera. Es equivalente ya que las medidas del largo, ancho y alto son iguales.
 - Falsa. El área de un paralelepípedo se calcula sumando las áreas de cada una de sus caras.
 - Verdadera. El área basal equivale a multiplicar las medidas del largo por el ancho del paralelepípedo.
- Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos.
Ejemplos de objetos: Caja de leche, estante, sala de clases, teléfono móvil, goma de borrar, entre otros.
Ejemplo 1: La profesora quiere traer un nuevo estante para guardar libros. Si las medidas del mueble son 2 m de largo, 30 cm de ancho y 180 cm de alto, ¿cuál es su volumen?
Respuesta: El volumen es 1,08 m³.

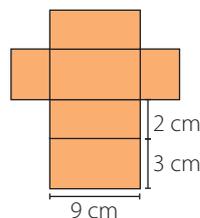
Ejemplo 2: En una caja de 10 cm de largo, 4 cm de ancho y 12 cm de alto se guardan gomas de borrar de 8 cm³ cada una. ¿Cuántas gomas de borrar alcanzan en la caja?
Respuesta: Alcanzan 60 gomas de borrar.

- El volumen se triplica.
- Para resolver el problema se deben expresar las medidas de la fuente en centímetros y luego calcular el volumen, con lo que se obtiene que la fuente puede contener 1 288 000 cm³ de agua.

Páginas 208 y 209

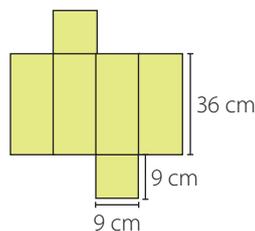
¿Cómo voy? Evaluación de proceso 5

1.



Área: 102 cm²

2. a.



b. El área de la red es 1 458 cm².

- Como se aumenta 1 cm cada lado de la base y 2 cm la altura, las nuevas medidas son: 10 cm de ancho 10 cm de largo y 38 cm de alto, por lo tanto se necesitan 1 720 cm² de material para construir la nueva caja.
- El área es 594 cm².
- El volumen de un bloque del juego es 54 cm³.
- El volumen de la torre antes de empezar a jugar es 2 916 cm³.
- El volumen de la torre sigue siendo 2 916 cm³, ya que al sacar los bloques y ubicarlos sobre la torre, la cantidad de bloques sigue siendo la misma, por lo que el volumen no cambia.

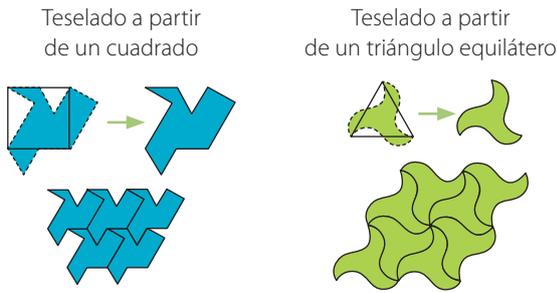
Páginas 210 y 211

Complementa tu aprendizaje

1.

Sendero	Medida de cada ángulo					Semana en la que se recorrerá
	a	b	c	d	e	
1	120°	45°	70°	110°	90°	Semana 3
2	100°	60°	150°	45°	135°	Semana 2
3	80°	35°	160°	135°	60°	Semana 1

2. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos.



3. Las construcciones dependerán de cada grupo.

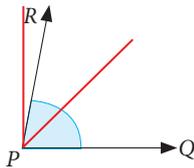
Páginas de la 212 a la 214

¿Qué aprendí? Evaluación final

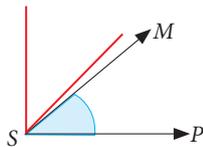
Ángulos

1. Para estimar la medida de los ángulos, se pueden usar ángulos conocidos.

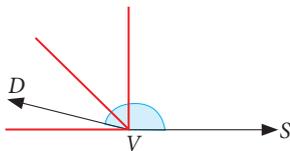
- a. El ángulo QPR mide entre 45° y 90° .



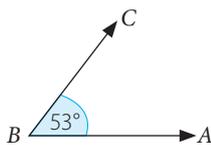
- b. El ángulo PSM mide entre 0° y 45° .



- c. El ángulo SVD mide entre 135° y 180° .

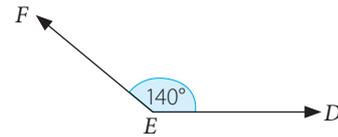


2. a. 165° . Ángulo obtuso.
 b. 80° . Ángulo agudo.
 c. 90° . Ángulo recto.
3. a. Para construir el ángulo, se traza un segmento \overline{AB} y sobre el punto B se ubica el centro del transportador y se mide un ángulo de 53° . Luego, se marca el punto C y se traza el segmento \overline{BC} .



- b. Para construir el ángulo, se traza un segmento \overline{DE} y sobre el punto E se ubica el centro del transportador y se

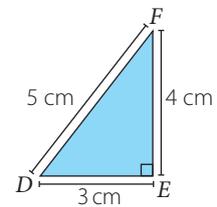
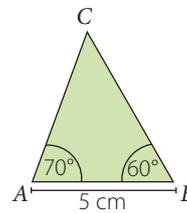
mide un ángulo de 140° . Luego, se marca el punto F y se traza el segmento \overline{EF} .



4. a. $\alpha = 55^\circ; \beta = 125^\circ$
 b. $\alpha = 117^\circ; \beta = 63^\circ$
 c. $\alpha = 107^\circ; \beta = 107^\circ$
 d. $\alpha = 140^\circ; \beta = 40^\circ; \gamma = 140^\circ$

Construcción de triángulos

5. a. Triángulo acutángulo escaleno
 b. Triángulo rectángulo escaleno



Triángulos y cuadriláteros

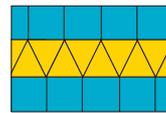
6. a. 53°
 b. 33°
 c. 120°
 d. 65°
 e. 39°
 f. 57°

Tesselaciones

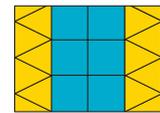
7. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos en cada caso.

- a. Se aplicaron reflexiones, traslaciones y rotaciones.

Ejemplo 1



Ejemplo 2



- b. Se aplicaron reflexiones, traslaciones y rotaciones.

Ejemplo 1



Ejemplo 2

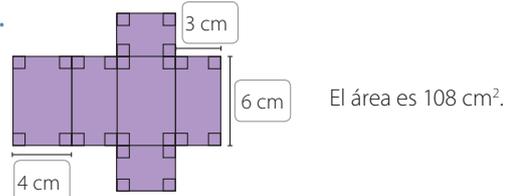


8. a. Es una tesselación semirregular, ya que se han utilizado dos polígonos regulares.
 b. Es una tesselación no regular, ya que se han utilizado polígonos regulares y no regulares.

Área y volumen

9. a. 238 cm^2
 b. 108 cm^2
 c. 322 cm^2

10.



11. a. Está compuesta por 23 cubos.
 b. El volumen es 23 cm^3 .

Unidad 4 Datos y probabilidades

Páginas 218 y 219

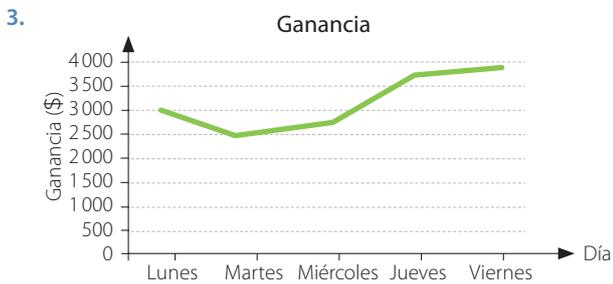
¿Cuánto sé? Evaluación inicial

Tablas de datos

- La torta de merengue.
 - Hay 2 personas más que prefieren la torta de mil hojas que la de selva negra.
 - 17 personas asistieron al cumpleaños.

Gráficos de barras y de líneas

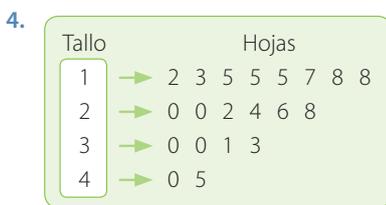
- 7 personas tienen 21 años.
 - 13 personas tienen más de 18 años y menos de 21 años.



Algunas conclusiones pueden ser:

- Los primeros días existe una baja en la venta de alfajores, pero a medida que avanza la semana las ventas van en aumento.
- El viernes es el día que se venden mayor cantidad de alfajores.

Diagrama de tallo y hojas



Posibilidad de ocurrencia

- Hay más posibilidad de sacar una bolita roja.
 - Se deben agregar 3 bolitas amarillas.

Tema 1: Diagramas de puntos y de tallo y hojas

Página 220

Recuerdo lo que sé

- tabla; diagrama; tallo; hojas.
- El promedio de los datos es un 6,1. Este valor representa la nota promedio entre las seis evaluaciones.



Página 221

Diseño mi estrategia

1.



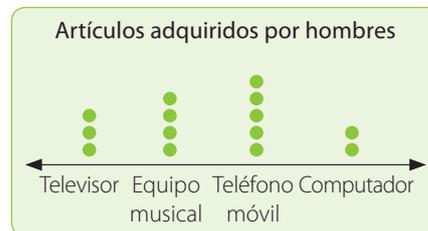
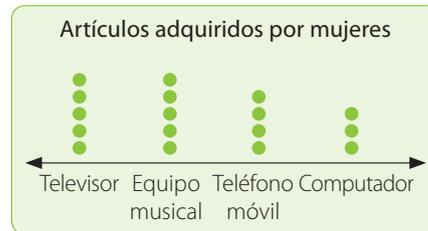
- Cada ● representa a un participante del taller cuya edad es la indicada.
 - Representan las edades de los participantes del taller.
 - Respuesta variada. A continuación se muestran 3 ejemplos.
 - La edad con mayor frecuencia es 10 años.
 - El promedio de las edades es de 10,96 años.
 - 25 estudiantes participan en el taller.
2. Respuesta variada. A continuación se muestra un ejemplo. Para construir un diagrama de tallo y hojas se deben considerar en el tallo los números 0 y 1 y luego completar las hojas con los valores correspondientes.

Página 222

Diagrama de puntos

Exploro

- El último artículo electrónico adquirido por hombres y mujeres.
- 17 mujeres y 14 hombres.
- Hubo más mujeres que adquirieron un computador.



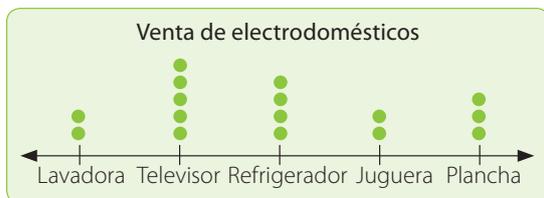
Páginas 224 y 225

Practico

1. a.



b.



c.



d.



2. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos en cada caso.

- Lugar para ir de vacaciones.
 - Lugar donde vive.
- Notas de un curso en Matemática.
 - Las notas de un examen de admisión.
- Participantes a los talleres de deportes.
 - El deporte preferido por un curso.
- Cantidad de veces que ha ido al cine durante el año.
 - Las edades de los participantes del taller de patinaje.

3. a. Falsa. Hay más cantidad de bebidas de $\frac{3}{4}$ L.

b. Falsa. Hay una botella más.

c. Verdadera. Quedan 5 botellas.

d. Falsa. En el almacén hay $27\frac{1}{4}$ L de jugo.

4. a. En el 6° A hay 29 estudiantes y en el 6° B hay 28 estudiantes. Hay más estudiantes en el 6° A.

b. El 6° B tuvo mejores calificaciones. Se puede justificar calculando el promedio de notas de cada curso.

Página 226

Diagrama de tallo y hojas

Exploro

- 6° A → 10, 11, 15, 17, 18, 21, 21, 22, 24, 25, 25, 30, 31, 31, 32, 32, 32, 33, 33, 34, 35, 35, 36, 36, 37, 37, 38, 40, 40, 40
 - 6° B → 13, 18, 19, 21, 21, 21, 21, 22, 23, 25, 28, 29, 31, 31, 32, 32, 32, 32, 32, 34, 35, 35, 35, 36, 37, 37, 38, 40, 40
- En el tallo de ambos diagramas se ubicarán los números 1, 2, 3 y 4.

Puntajes 6° A

Tallo	Hojas
1	0 1 5 7 8
2	1 1 2 4 5 5
3	0 1 1 2 2 2 3 3 4 5 5 6 6 7 7 8
4	0 0 0

Puntajes 6° B

Tallo	Hojas
1	3 8 9
2	1 1 1 1 2 3 5 8 9
3	1 1 2 2 2 2 2 2 4 5 5 5 6 7 7 8
4	0 0

Páginas 228 y 229

Practico

1. a.

Cantidad de partidos ganados

Tallo	Hojas
1	2 2 2 4 5 7 8
2	2 3 8
3	0 1 2 2 3 4
4	0 3 4

b.

Cantidad de teléfonos móviles vendidos

Tallo	Hojas
15	8
16	0 5 5 7
17	0 5 8 8
18	4 7
19	0 3 5
20	0

Página 233

Diseño mi estrategia

- 300 personas no utilizan automóvil.
- Representan el 35%.
- Los datos se pueden representar en un gráfico de barras dobles, en la que una de las barras corresponderá a los hombres y la otra a las mujeres. Para construirlo, se identifican las categorías y la frecuencia correspondiente a cada una de ellas.

Página 234

Gráfico de barras dobles

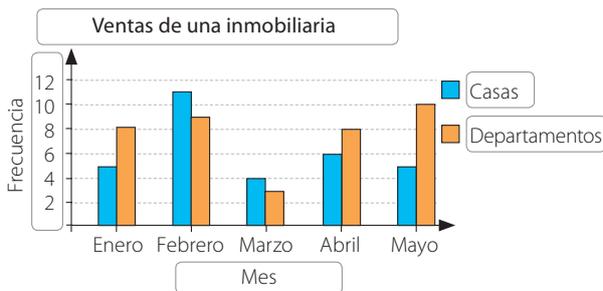
Exploro

- Porque permite diferenciar a las personas según el rango de edad.
- Menos de 35 años. → 80
35 años o más. → 120
Total de personas. → 200
- Se consideraron 1 000 personas. Se calcula sumando la frecuencia correspondiente a la altura de cada barra.
- En la categoría Internet.

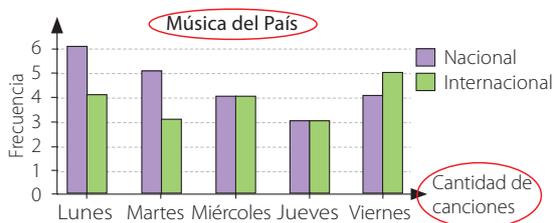
Páginas 236 y 237

Practico

1.



2. a.



Correcciones: El título debe ser "Cantidad de canciones emitidas" y la variable debe ser "Día".

- El lunes se emiten 10 canciones, el martes 8 canciones, el miércoles 8 canciones, el jueves 6 canciones y el viernes 9 canciones.
 - La diferencia es de 3 canciones.
- Falsa. La cantidad de niños que participó disminuyó.
 - Verdadera. El año 2014 participaron 10 niñas, el 2015, 15 niñas y el año 2016 participaron 20 niñas.
 - Falsa. La cantidad de niñas que participaron el 2014 fue igual que la de niños el 2015.

- La venta de estufas va en aumento.
 - Sí, porque las temperaturas de los meses considerados va disminuyendo.
 - La venta de ventiladores va disminuyendo.
- Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos en cada caso.
 - Ejemplo 1:** Ana María realiza una encuesta para un trabajo del colegio y recolecta información sobre el medio de comunicación preferido que utilizan las personas para informarse según su edad.
Ejemplo 2: Se realizó una encuesta para saber si las personas, según su edad, prefieren el diario o Internet al momento de informarse.
 - Ejemplo 1:** ¿En qué rango de edad la diferencia entre las personas que prefieren el diario y las que prefieren Internet es mayor?
Respuesta: La categoría corresponde a 60 o más años.
Ejemplo 2: En la categoría 30 a 44 años, ¿cuántas personas prefieren Internet?
Respuesta: 75 personas prefieren Internet.
 - Ejemplo 1:** Se puede concluir que la categoría de edad de 60 o más años prefiere informarse por medio del diario.
Ejemplo 2: En los rangos de mayor edad, la preferencia por utilizar el diario para informarse aumenta.

Página 238

Gráfico circular

Exploro

- El 25% de las personas ha tenido más de 4 teléfonos móviles.

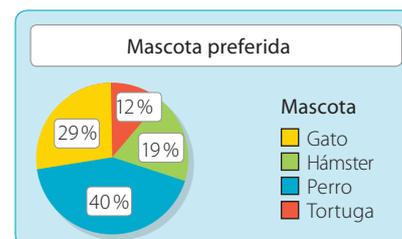


- Se puede multiplicar la cantidad que corresponde al total de personas encuestadas con el porcentaje, expresado como un número decimal, que corresponde a la categoría indicada. Se obtiene que 140 personas han tenido de 2 a 4 teléfonos móviles.

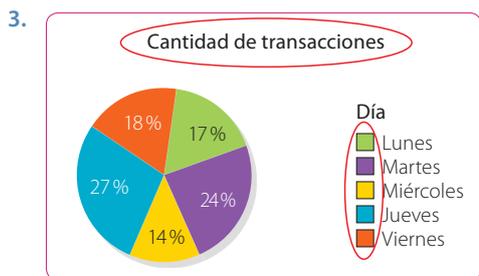
Páginas 240 y 241

Practico

1.



2. a. La carne de vacuno.
- b. Sí, el pollo y el cerdo.
- c. Es correcto, ya que las preparaciones con ciervo o jabalí corresponden al 20%.



Corrección:

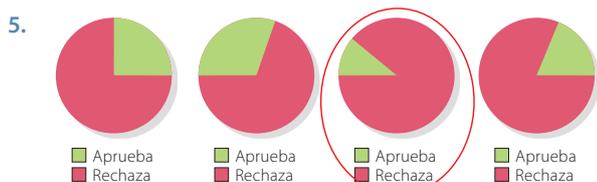


- a. El día viernes porque es el día donde hay mayor flujo de clientes.
 - b. Se consideraron 1 000 personas.
4. a. Más de la mitad de los apoderados está muy de acuerdo con la regulación de los alimentos que se venden en el colegio e incluso, el 80 % está muy de acuerdo o de acuerdo con la medida.
- b. Se puede observar que el 80 % de los apoderados está muy de acuerdo o de acuerdo con la regulación de los alimentos, cuyo porcentaje en los estudiantes corresponde solo a un 40 %. Se podría concluir que los apoderados apoyan la medida a diferencia de los estudiantes, que en su mayoría está en desacuerdo o muy en desacuerdo.

Páginas 242 y 243

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2

1. La opinión ciudadana sobre si aprueba o rechaza las medidas para reducir los índices de contaminación.
2. En la categoría "Prohibición al uso de leña", ya que las alturas de las barras son similares.
3. En la categoría "Restricción vehicular". Se puede determinar calculando la diferencia entre las barras de cada categoría.
4. Se encuestó a 483 personas.



6. Aproximadamente un 12 % corresponde a las personas que rechaza alguna medida y un 88 % a las que las aprueban.
7. Se puede representar en un gráfico circular cada categoría correspondiente a la medida propuesta y el porcentaje de personas que aprueba o rechaza dicha medida.
8. Un 62% aprueba la restricción vehicular, aproximadamente.
9. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos.
 - ¿Cuál es la opinión de la ciudadanía sobre la aplicación de restricción a motos?
Respuesta: La mayoría de los encuestados aprueba esta medida.
 - Considerando las personas que respondieron solo en la categoría "Prohibición al uso de leña", ¿qué porcentaje, aproximadamente, aprueba esta medida?
Respuesta: Aproximadamente el 56% aprueba la medida.

Tema 3: Tendencia de resultados

Página 244

Recuerdo lo que sé

1. experimento aleatorio; seguro; imposible; sector 1.
2. a. Posible
b. Imposible
c. Posible
d. Seguro
3. Es menos posible que sea del sector 4, ya que la cantidad de voluntarios es menor.

Página 245

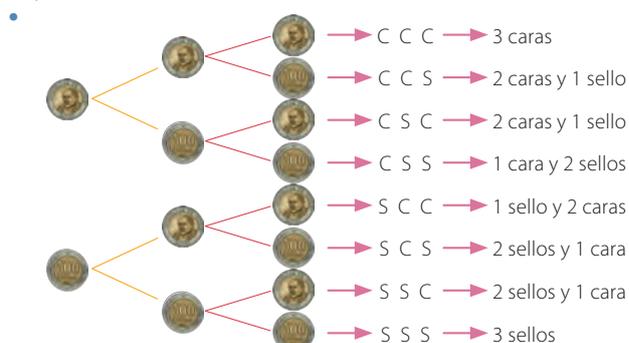
Diseño mi estrategia

1. No, ya que se elige al azar y no se sabe el resultado que se obtendrá.
2. Podría programarlas de 6 formar distintas.
3. No es seguro pero existe una alta posibilidad.
4. El cociente es 0,76. Se puede decir que el 76 % de las personas disponen de Internet en su teléfono móvil.

Página 246

Experimentos aleatorios

Exploro



- Se pueden obtener 8 resultados diferentes.

Páginas 248 y 249

Practico

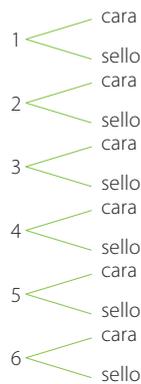
1. a. Aleatorio
b. No aleatorio

2. a.



- c. Aleatorio
d. No aleatorio

b.



3. a. 16 resultados posibles.
b. 12 resultados posibles.
c. 24 resultados posibles.
4. a. Respuesta variada. Dependerá de los resultados obtenidos.
b. Dependerá de lo obtenido, pero si se sigue la regla de Marcos habrá más posibilidades de ganar.
c. Marcos tiene más posibilidades de ganar que Erika, ya que de los 4 resultados posibles, 2 son favorables a Marcos y solo 1 a Erika.
5. a. Verdadera. Hay 2 casos en los que la suma es 3 puntos y 5 en los que la suma es 6 puntos.
b. Falsa. Son 4 los casos en que la suma es 5 puntos.
c. Verdadera. El puntaje más bajo que se puede obtener al sumar los puntos es 2.
d. Falsa. Hay 6 casos en los que los puntajes de las caras superiores son iguales.
6. a. Se cumple.
b. No se cumple. Es imposible que saque \$ 160.
c. Se cumple.
d. Se cumple.
e. No se cumple. La cantidad puede ser menor, igual o mayor que \$ 100.
f. No se cumple. Es posible que obtenga el valor, pero no es seguro.
g. No se cumple. Es posible pero podría obtener \$ 20, con lo que no alcanzará a pagar.
h. Se cumple.

Página 250

Frecuencia relativa asociada a un suceso

Exploro

- Han participado 100 personas.
- $\frac{7}{100}$

Páginas 252 y 253

Practico

1. a. 125 veces. b. $\frac{67}{125}$ c. $\frac{58}{125}$

d. Las veces que salió sello representan un 53,6% y las que salió cara representan un 46,4%.

2.

Lanzamiento de una moneda		
Resultado	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
	8	$\frac{8}{20}$
	12	$\frac{12}{20}$

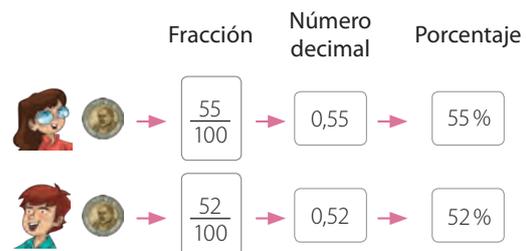
3. a. La frecuencia relativa del evento correspondiente al color verde es $\frac{50}{100}$ y la del color amarillo es $\frac{20}{100}$.
b. El color verde tiene mayor frecuencia relativa.
c. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos.
Ejemplo 1:
Se giró una ruleta 100 veces y se obtuvo los resultados que se muestran en la tabla. ¿Cuál es el porcentaje relacionado con obtener el color rojo?
Ejemplo 2:
Se realizó una encuesta en un colegio y se preguntó por el color preferido. ¿Cuántas personas prefieren el color rojo o verde? ¿Cuál es la frecuencia relativa asociada?
4. Respuesta variada. Dependerá de los resultados obtenidos.
5. a. La frecuencia relativa es $\frac{20}{52}$.
b. Los porcentajes son:
• 1 día: 11,5%
• 2 días: 26,9%
• 3 días: 38,4%
• 4 días: 15,3%
• 5 días: 7,6%
c. El valor de x es 4.

Página 254

Repeticón de experimentos aleatorios

Exploro

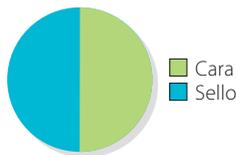
- 100; 55; 45; 52; 48
-



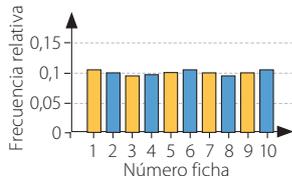
Páginas 256 y 257

Practico

1. a. Lanzamiento de una moneda



- b. Extracción de una ficha

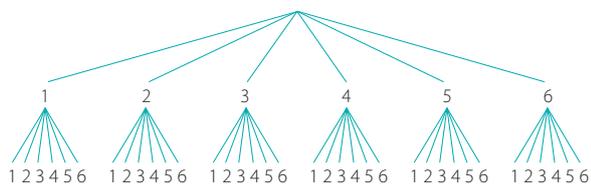


2. a. 0,25
b. 0,125
3. a. Los posibles resultados son que salga bolita roja, verde, azul y amarilla.
b. Tiende al 8,3 %.
c. No es correcto, ya que hay más bolitas de color amarillo que verde.
4. a. Se puede decir que se obtendrá un número cercano a 250.
b. El porcentaje de obtener dos caras tiende al 25 %, de obtener dos sellos al 25 % y de obtener una cara y un sello, al 50 %.

Páginas 258 y 259

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 3

1. El juego se puede relacionar con un experimento aleatorio, ya que los valores obtenidos al lanzar un dado no se pueden predecir.
2. Son 36 resultados posibles.



3. 6 resultados.
4. Son 10 casos favorables.
5. a. 12 veces cada uno.
b. La frecuencia relativa es $\frac{2}{12}$.
c. La frecuencia relativa es $\frac{3}{12}$.
d. Julián ha obtenido una suma mayor que 8 el 25 % de las veces.

6. El valor aproximado de la frecuencia relativa asociada a obtener una suma igual a 7 tiende a 0,17 y el de obtener una suma mayor a 8 a 0,28.
7. Julián tiene mayor posibilidad de ganar, ya que el valor de la frecuencia relativa asociada a obtener una suma mayor a 8 es mayor que en el caso de obtener 7 puntos.
8. Si bien no se puede tener la seguridad de cuántas veces se debe lanzar el dado para ganar, se podría estimar que Julián debe lanzar el dado 30 veces y Fernanda, 50 veces.

Páginas 260 y 261

Complementa tu aprendizaje

Respuesta variada. Dependerá de los resultados obtenidos en cada actividad.

Páginas de la 262 a la 264

¿Qué aprendí? Evaluación final

Diagramas de puntos y de tallo y hojas

1. a. Ambos cursos tienen 21 estudiantes.
b. En el 6° A a la mayoría de los estudiantes alcanzan a dar 2 o 3 vueltas y en el 6° B alcanzan a dar 4 vueltas.
c. El 6° B mostró mejor rendimiento, ya que en promedio los estudiantes dieron aproximadamente 3,4 vueltas y los del 6° A 3,2 vueltas.
2. a. Ambos jugaron durante 12 años.
b. El jugador 2, ya que convirtió 391 goles.
c. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos.
- El jugador 1, marcó como mínimo 21 goles en un año, mientras que el jugador 2 convirtió 22 goles.
 - En promedio, el jugador 1 marcó aproximadamente 30,8 goles anualmente y el jugador 2; 32,6.

3. a.



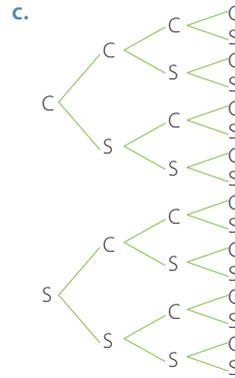
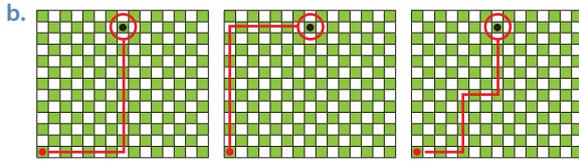
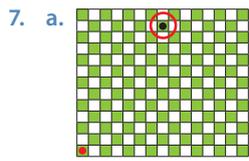
- b. La temperatura más baja fue 8 °C.
c. En 7 días las temperaturas fueron superiores a 11 °C.

Gráficos de barras dobles y circulares

4. a. El instrumento es el teclado.
b. 8 estudiantes prefieren teclado.
5. a. Verdadera. Se obtuvo 5 veces 2 puntos en el dado rojo y 2 veces en el verde.
b. Falsa. Se lanzó 29 veces el dado rojo.

6. a. El 6° B ha reunido más kilogramos.
 b. La mayor diferencia es en septiembre.

Tendencia de resultados



8. a. CCC, CCS, CSC, CSS, SCC, SCS, SSC, SSS
 b. Hay 3 posibilidades de obtener 1 sello y 2 caras.
 c. La frecuencia relativa tiende a $\frac{1}{8}$.

A

Aleatorio: azaroso, que no se puede predecir.

Ángulo interior: es el formado por dos lados contiguos de un polígono y se encuentra dentro de este.

Área: medida de una superficie.

C

Círculo: región o área del plano delimitada por una circunferencia.

Cuadrado: cuadrilátero cuyos cuatro ángulos interiores miden 90° y sus lados tienen la misma medida.

Cuadrilátero: polígono de cuatro lados.

Cubo: cuerpo geométrico que tiene seis caras cuadradas congruentes.

D

Diagrama de árbol: modelo matemático que muestra todos los resultados posibles para una serie de sucesos.

Diámetro: cuerda de mayor longitud en una circunferencia.

E

Ecuación: igualdad entre dos expresiones algebraicas en la que hay uno o varios valores desconocidos.

Evento o suceso: subconjunto del espacio muestral.

Experimento aleatorio: experimento en el que no se tiene certeza de lo que pasará. Por lo tanto, no se puede predecir su resultado.

Experimento determinístico: experimento del cual se puede saber el resultado.

Expresión algebraica: términos algebraicos relacionados entre sí mediante operaciones de adición o sustracción.

Expresión numérica: expresión formada solo por números y operaciones matemáticas.

F

Figura imagen: figura resultante al aplicar una transformación isométrica.

Figuras congruentes: tienen la misma forma y tamaño.

Fracción impropia: fracción en la que el numerador es mayor que el denominador.

Fracción irreducible: fracción que no se puede seguir simplificando.

Fracción propia: fracción en la que el numerador es menor que el denominador.

Fracciones equivalentes: representan la misma parte del entero.

Frecuencia absoluta: número de veces que se repite un determinado valor en la variable estadística que se estudia.

Frecuencia relativa: es la razón entre la frecuencia absoluta y el total de datos de la muestra o población.

G

Grado sexagesimal: ángulo que se obtiene al dividir la circunferencia en 360° .

Gráfico de barras simples: está formado por barras cuya altura es proporcional a la frecuencia de cada uno de los valores de la variable.

Gráfico de líneas: muestra los datos como un conjunto de puntos conectados mediante una sola línea.

H

Hexágono: polígono de seis lados.

I

Igualdad: equivalencia de dos expresiones o cantidades, las cuales tienen el mismo valor.

Incógnita: cada una de las variables que aparecen en una ecuación o inecuación que son desconocidas.

L

Longitud: distancia entre dos puntos.

M

Mínimo común múltiplo (mcm): menor de los múltiplos comunes entre dos o más números naturales.

N

Número compuesto: tiene más de dos divisores.

Número decimal: número formado por una parte entera y una parte decimal separada por una coma decimal.

Número mixto: número representado por un número entero y por una fracción.

Número primo: tiene solo dos divisores, que son el número 1 y el propio número.

O

Octágono: polígono de ocho lados.

P

Paralelepípedo: prisma limitado por seis paralelogramos, paralelos dos a dos. Sus caras opuestas tienen igual forma y tamaño.

Paralelogramo: cuadrilátero que tiene dos pares de lados paralelos.

Perímetro: medida del contorno de una figura. En un polígono se calcula como la suma de las medidas de sus lados.

Polígono: figura plana formada por una línea poligonal cerrada y su interior.

Porcentaje: razón cuyo consecuente es 100. Se representa por el símbolo %.

Promedio: cociente entre la suma de un grupo de valores y la cantidad de sumandos.

R

Razón: comparación de dos números mediante el cociente entre ellos.

Razones equivalentes: razones que tienen el mismo valor.

Recta numérica: representación ordenada de un conjunto numérico.

Rectángulo: paralelogramo en el que sus ángulos interiores miden 90° y sus lados opuestos tienen la misma medida.

S

Sector circular: parte de un círculo comprendida entre un arco de circunferencia y los radios correspondientes a sus extremos.

Secuencia: lista de elementos que se suceden unos a otros y guardan relación entre sí.

T

Término general: expresión que representa el valor de cualquier término de una secuencia.

Trapezio: cuadrilátero que tiene un par de lados paralelos.

Trapezoide: cuadrilátero que no tiene lados paralelos.

Triángulo: polígono de tres lados.

V

Valor de una razón: cociente entre el antecedente y el consecuente de una razón.

Variable cualitativa: variable que permite la expresión de una característica, una categoría, un atributo o una cualidad.

Variable cuantitativa: variable que adopta valores numéricos.

Volumen: medida del espacio que ocupa un cuerpo.

Índice temático

A

Adición,

- de fracciones, 45
- de números decimales, 54
- de números mixtos, 45
- entre fracciones y números mixtos, 46

Ángulo(s), 144

- agudo, 146
- alternos externos, 154
- alternos internos, 154
- complementarios, 153
- completo, 146
- construcción de, 149
- correspondientes, 154
- estimación de, 145
- extendido, 146
- interiores de un cuadrilátero, 177
- interiores de un triángulo, 173
- medición de, 145
- obtuso, 146
- opuestos por el vértice, 153
- recto, 146
- suplementarios, 153

Antecedente, 71

Área, 198

- de un cubo, 198, 201
- de un cuerpo geométrico, 201
- de un paralelepípedo, 198, 201, 202
- de un rectángulo, 58

C

Consecuente, 71

D

Descomposición,

- en factores primos, 25
- multiplicativa, 26

Desigualdad triangular, 165

Diagrama,

- de puntos, 223
- de tallo y hojas, 227
- de árbol, 25, 246

División de números decimales, 61, 62

Divisores, 21

E

Ecuación, 121

- plantear una, 126
- resolución de una, 125

Experimento,

- aleatorio, 247
- determinístico, 247

Expresión,

- algebraica, 109
- numérica, 110

F

Factor, 21

Figura imagen, 185

Figuras congruentes, 201

Fracciones,

- equivalentes, 43, 45
- impropias, 37, 41
- propia, 37

Frecuencia relativa, 251

G

Gráfico,

- circular, 239
- de barras dobles, 235

L

Lenguaje algebraico, 105

M

Mínimo común múltiplo (mcm), 29

Multiplicación de números decimales, 55, 56, 59

Múltiplo, 21

N

Números

- compuestos, 25
- mixtos, 37, 41
- naturales, 21
- primos, 25

O

Operatoria combinada, 17

P

Paralelepípedo, 196

Paralelogramo, 155, 177

Patrón de formación, 93

Perímetro, 48

Polígono,

- irregular, 188
- regular, 188

Porcentaje, 75, 77

Posibilidad de ocurrencia, 255

R

Razones, 71

- equivalentes, 71

Recta numérica, 41, 63

Rectas,

- coincidentes, 152
- oblicuas, 153
- paralelas, 152, 154
- perpendiculares, 150, 153
- secantes, 153
- transversal, 154

Redes de construcción,

- de cubos, 197
- de paralelepípedos, 197

Reflexión, 187

- eje de, 187

Rotación, 185

S

Sustracción,

- de fracciones, 45
- de números decimales, 54
- de números mixtos, 45
- entre fracciones y números mixtos, 46

T

Término general, 97

Teselación, 189

- no regular, 189
- regular, 189
- semirregular, 189

Transformaciones isométricas, 185

Trapecio, 177

Trapezoide, 177

Traslación, 185

Triángulo

- acutángulo, 163
- construcción de, 165
- equilátero, 163
- escaleno, 163
- isósceles, 163
- obtusángulo, 163
- rectángulo, 163

V

Valor de una razón, 71

Valores de una tabla, 97

Valorización de expresiones algebraicas, 113

Volumen, 205

- de un cubo, 205
- de un paralelepípedo, 205

- Arenas, F. y equipo (1993). *Geometría Elemental*. Santiago, Chile: Ediciones Universidad Católica de Chile.
- Brousseau, Guy. *Fundamentos y Métodos de la Didáctica de la Matemática*. Traducción realizada por Dilma Fregona (FaMAF), Universidad de Córdoba, y Facundo Ortega, Centro de Estudios Avanzados, UNC, Argentina, 1993.
- Cantoral, R., Montiel, G. (2001) *Funciones: Visualización y Pensamiento Matemático*. Pearson Educación, México.
- Chevallard Y. *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Aique, Buenos Aires, 1991.
- Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Horsori, Barcelona, 1997.
- Cortés, C. (1994). *Rectas: Software de apoyo al aprendizaje*. Memoria de la VIII reunión centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigación en matemática educativa. Costa Rica, 1994.
- Coxeter, H. S. M.; Greitzer, S. L. (1967). *Geometry Revisited*. EEUU: The Mathematical Association of America.
- Dickson, L., Brown, M. y Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las Matemáticas*. Barcelona, España: Editorial Labor.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano, Capítulo V*. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática. Peter Lang S. A. Editions scientifiques européennes, 1995.
- Duval, R. (1998). *Gráficas y ecuaciones: la articulación de dos registros*. Traducción del Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN, México.
- Bell, E. T. (1948). *Los grandes matemáticos*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Losada S. A.
- Figueroa, L. (2001). *Para qué sirve medir*. España: Cuadernos de Pedagogía, nº 302.
- Guedj, D. (1998). *El imperio de las cifras y los números*. Barcelona, España: Ediciones B S. A.
- Gustafson, D. (1997). *Álgebra Intermedia*. México: International Thomson Editores.
- Guzmán, I. (2002). *Didáctica de la matemática como disciplina experimental*. Chile: Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.
- Linares, S. (1988). *Fraciones, la relación parte-todo*. Madrid, España: Editorial Síntesis.
- Mateos, M. (2001). *Metacognición y educación*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Aique.
- Mena, A. (2002). *Elementos de matemática: grupos*. Valparaíso: Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.
- Novak, J. (1988). *Aprendiendo a aprender*. Barcelona, España: Ediciones Martínez Roca S. A.
- Ontoria A. (1993). *Mapas conceptuales*. España: Editorial Nancea, 2ª edición.
- Piaget, J. (1963). *Las estructuras matemáticas y las estructuras operatorias de la inteligencia; la enseñanza de las matemáticas*. Madrid: Aguilar.
- Saavedra Gallardo, E. (2005). *Contenidos básicos de Estadística y probabilidades*. Chile: Editorial Universidad de Santiago.
- Sternberg, R., Apear-Swerling, L. (1996). *Enseñar a pensar*. España: Aula XXI, Santillana.
- Stewart, Ian (1990). *Ingeniosos encuentros entre juegos y matemáticas*. Barcelona, España: Editorial Gedisa.
- Vygotski, L. (1995). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona, España: Editorial Librería, S. A.
- Winston, H., Elphick, D. y equipo (2001). *101 Actividades para implementar los Objetivos Fundamentales Transversales*. Santiago, Chile: LOM Ediciones.

Webgrafía

- Educapeques: <http://www.educapeques.com/>
- Educarchile: <http://www.educarchile.cl/>
- El huevo de chocolate: <http://www.elhuevodechocolate.com/mates/mates6.htm#>
- Educalab: <http://educalab.es/home>
- M. C. Escher: <http://www.mcescher.com/>
- Educrea: <http://educrea.cl/>
- Portal educativo: <http://www.portaleducativo.net/>

Fuentes y sitios web

- <http://www.emol.com/noticias/Tecnologia/2016/01/20/784202/Descubren-el-numero-primo-mas-grande-visto-hasta-ahora-Tiene-22-millones-de-digitos.html>
- <http://www.conaset.cl/estadisticas-generales/>
- <http://www.educapeques.com/los-juegos-educativos/juegos-de-matematicas-numeros-multiplicacion-para-ninos/portal.php?contid=28&accion=listo>
- <http://radio.uchile.cl/2016/02/29/la-historia-del-oso-que-le-dio-el-primer-oscar-a-chile>
- <http://www.memoriachilena.cl/602/w3-article-97894.html>
- http://odas.educarchile.cl/objetos_digitales/odas_matematicas/16_calculando_porcentajes/LearningObject/index.html
- <http://www.ind.cl/rendimiento-deportivo/premio-nacional-del-deporte/>
- <http://www.chiledar.cl/instituciones>
- <http://eligevivirsano.gob.cl/>
- <https://www.cholesterolfamiliar.org/habitos-de-vida-saludables/ejercicio-fisico/>
- <http://www.24horas.cl/tendencias/cienciaysalud/conoce-cuanto-debes-caminar-correr-o-andar-en-bicicleta-para-quemar-calorias-1766823>
- <http://www.soymaratonista.com/1594/como-calcular-las-kilocalorias-que-gastas-durante-un-ejercicio>
- <http://www.conaf.cl/parques-nacionales/parques-de-chile/>
- <http://www.conaf.cl/parques-nacionales/visitanos/exenciones-de-tarifas/>
- <http://www.elhuevodechocolate.com/mates/mates6.htm#>
- <http://recursostic.educacion.es/multidisciplinar/itfor/web/sites/default/files/recursos/angulos/html/index.html>
- <http://www.monumentos.cl/consejo/606/w3-propertyvalue-40921.html>
- <http://www.arquitecturaenacero.org/uso-y-aplicaciones-del-acero/soluciones-constructivas/vigas-de-celosia>
- https://books.google.cl/books?id=vv_w_FC4vNUC&printsec=frontcover&hl=es#v=onepage&q&f=false
- <http://www.mcescher.com/>
- <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/superficie/index.html>
- <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/volumen/index.html>
- <http://educrea.cl/page/2/?s=importancia+de+jugar+>
- <http://www.educarchile.cl/ech/pro/app/detalle?id=183371>
- <http://definicion.de/revista/>
- <http://www.portaleducativo.net/octavo-basico/200/medios-de-comunicacion-prensa-television-internet-radio>
- <http://recursostic.educacion.es/multidisciplinar/itfor/web/content/ylaestad%C3%ADstica%C2%BFqu%C3%A9es>
- http://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0717-73482010000100004#tit

Texto del estudiante

Matemática 6^o

Básico



Lesly Maldonado Rodríguez
Carlos Castro Maldonado



Edición especial para el
Ministerio de Educación
Prohibida su comercialización

